

# “以学为中心” 大学数学 “生动” 的 智慧教学实践

——以事件的独立性为例

刘 薇\*, 周 游, 丁 青

湖南财政经济学院, 数学与统计学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2025年8月29日; 录用日期: 2025年9月24日; 发布日期: 2025年9月30日

## 摘 要

以学为中心, 通过“生动”的智慧教学实践, 使知识活起来, 学生动起来。以“事件的独立性”为例, 设计兼具趣味性、创新性与思政融合的教学过程, 采用“线上线下混合”教学模式, 通过教师的“备、教、思、评”与学生的“预、学、练、馈”, 开展“生动”的大学数学课程线上线下混合式智慧教学实践。该实践不仅有效解决了大学数学课程的“四多、四少”问题, 还显著提高了学生的自主学习能力和创新实践能力。

## 关键词

学为中心, 大学数学, 生动智慧, 事件独立性

# “Student-Centered” Vivid and Smart Teaching Practice of College Mathematics

—Taking the Independence of Events as an Example

Wei Liu\*, You Zhou, Qing Ding

School of Mathematics and Statistics, Hunan University of Finance and Economics, Changsha Hunan

Received: August 29, 2025; accepted: September 24, 2025; published: September 30, 2025

## Abstract

Centering on students' learning, we make knowledge come alive and students become active

\*第一作者。

through “vivid” intelligent teaching practice. Taking “independence of events” as an example, we design a teaching process with interest, innovation and integration of ideological and political elements, adopt the “online-offline hybrid” teaching mode, and carry out the “vivid” online-offline hybrid intelligent teaching practice of college mathematics courses through teachers’ “preparation, teaching, reflection and evaluation” and students’ “preview, learning, practice and feedback”. This practice not only effectively solves the “four more and four less” problems in college mathematics courses, but also significantly improves students’ autonomous learning ability and innovative practice ability.

## Keywords

Student-Centered Learning, College Mathematics, Vivid Wisdom, Independence of Events

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

数学作为基础学科的核心，在推动科技进步与解决实际问题中发挥着不可替代的作用。当前我国高等教育进入高质量发展阶段，教育部明确提出深化改革，扎实推动高等教育质量提升。现阶段，教学理念已从传统“以教师、教材、教室为中心”转向“以学生发展为中心、以学生学习为中心、以学习效果为中心”的新三中心。中国知网上“以学为中心”的相关文献很多[1]-[5]，但聚焦大学数学课程的实践探索仍有深化空间。

大学数学类课程以高等数学、线性代数、概率论与数理统计等课程为核心，注重概念与定理的系统性和严谨性，极限、导数、矩阵运算、概率分布等基础内容占比高。但其高度的抽象性、严密的逻辑性，使得这类课程普遍存在“四多四少”问题——内容多、理论多、公式多、推导多，而趣味少、互动少、应用少、实践少，这在一定程度上制约了学生学习主动性与创新能力的培养。

在此背景下，如何将教学重心从“知识传授”转向“学生发展”，设计更具吸引力与实效性的教学过程，成为大学数学教学改革的核心课题。以笔者所在学校为例，全校 95% 的学生需修习大学数学类课程，其中高等数学、线性代数、概率论和数理统计三门基础课程分别安排在第一、第二和第三学期开设。鉴于大学数学类课程的广泛覆盖性与基础性，在教学中融入思想政治教育与创新实践教育，是提升教学质量的有效途径。

本文立足“以学为中心”的教育理念，聚焦“事件的独立性”等具体教学内容，探索兼具趣味性、创新性与思政融合的“生动智慧”教学路径。通过“线上线下混合”教学模式，构建教师“备、教、思、评”与学生“预、学、练、馈”的闭环机制，旨在激活知识、调动学生，引导其在“玩中学、学中玩”，最终提升自主学习能力与创新实践能力。

## 2. “以学为中心”的教学理念

“以学为中心”的教学不再是单纯地传授知识技能，而是以提高学生的能力为中心展开。它强调学生的主体地位，倡导将学习的主动权交还给学生，从原本的“教师、教材、课堂”向“学生、体验、收获”递进，激发学生的学习兴趣 and 潜能，培养其自主学习和创新思维的能力。学生发展是目标、学生学习是过程，学习效果是评价，见表 1。

**Table 1.** “Learning-Centered” three-dimensional teaching orientation**表 1.** “以学为中心”的三维教学导向

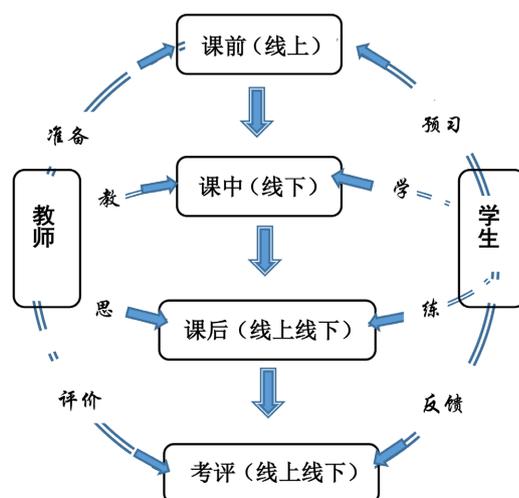
教学导向	核心内涵	转变方向
以学生发展为中心	聚焦学生全面发展，尊重差异，依需求、兴趣、潜力设计活动，培育能力与素养	“知识传授”转向“能力素养”
以学生学习为中心	强调学习过程与方法，培养学生自主学习、探究及创造性思维，引导深度参与	“被动接受”转向“主动建构”
以学习效果为中心	以问题解决能力和实践成果为导向，用多元评价(过程 + 终结)匹配学习目标	“单一考核”转向“多元达标”

古人云：“授人以鱼不如授人以渔”，教会学生如何学习比传授知识本身更为重要。因此，在教学中，应注重培养学生的学习能力和学习策略，强调学习的自主性、主动性和创造性。教师要将教学重心从自身的“教”转移到学生的“学”上，注重教授学生学习方法和技巧，培养学生的自主学习能力。在大学数学课程中，可以引导学生学会利用网络资源查阅资料，通过小组讨论交流学习心得，自主总结知识点之间的联系，从而提高学习效率。同时，重视学生解决实际问题和创新实践的能力，将学生最终所达成的学习成果和实际收获作为教育教学活动的出发点和落脚点。

### 3. “生动”的智慧教学模式

生动，即学生动起来，涵盖课堂的互动和课外的主动。智慧，即利用技术赋能课堂。运用现代化智能工具和信息手段，采用“课内与课外结合、线上与线下结合、理论与实践结合”的知识信息化学习传递方式，将“学生主动参与”与“实践创新”深度结合，以解决大学数学课程普遍存在“四多四少”问题。教师通过“教学准备→教学实施→教学反思→教学评价”，学生通过“预习→学习→练习→反馈”，来实现“以学生为中心”高质量课堂教学效能，见图 1。

以学生为中心，问题为导向。课前采用线上预习、作业、讨论等活动。课中利用学习通和 AI 智能工具实施教学，运用 Problem-Based Learning 启发式教学方法，将前沿知识和思政元素融入教学内容，进行老师启发引导、学生讨论思考，习题反思巩固的流程。课后采用线上线下结合的作业、测试、小论文和创新实践等活动。见图 2。

**Figure 1.** The “vivid” smart teaching model**图 1.** “生动”的智慧教学模式

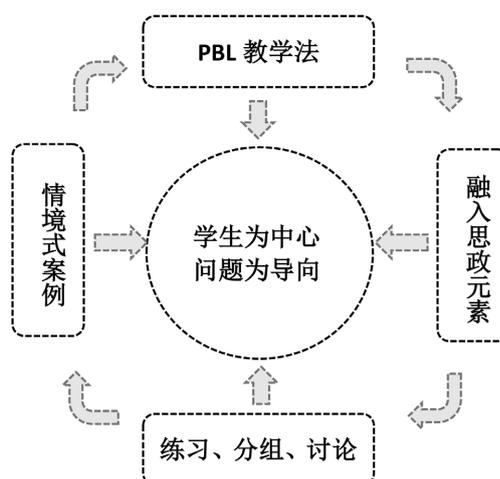


Figure 2. The implementation path of “vivid” smart teaching  
图 2. “生动”的智慧教学实施路径

#### 4. “事件独立性”的生动智慧教学实践

将“以学生为中心”的教育理念运用到概率论与数理统计课程“事件独立性”的教学实践中，在教学内容上强化价值引领与知识传递的融合；在教学设计实现“德、学、用”的有机融合；在教学模式上采用线上线下混合式教学。

##### 4.1. 课前准备

为实现“事件独立性”的知识目标、能力目标和德育目标，使学生从能够“理解和判定多个事件的独立性”到能够“运用事件的独立性”来解决实际问题，需实施师生的课前准备。

教师课前任务：① 准备教学资源。② 设计教学过程。③ 发布预习任务。具体来说，制作教学课件和上传网络教学资源，依托超星泛雅网络教学平台和 QQ 学习交流群，发布学习资源和预习任务。要求学生预习本节内容，并自主查阅“大将军狄青巧用概率鼓舞士气”的故事并讨论，激发学生进一步学习的兴趣。发布课前小测 1~3 道，以检验预习效果为目的，适当调整课堂教学设计来实现高质量的课堂教学。

学生课前任务：① 根据预习任务自主预习。② 借助信息资源查阅文献资料。③ 完成预习作业。具体来说，学生根据教师发布的课前学习任务自主学习，做好预习笔记，可通过线上网络教学平台留言，以便教师课前了解学情。查阅文献资料阅读课前故事，完成在线学习平台的任务点，发表自己的感想。自主学习相关知识后进行限时答题，以检测预习情况。

##### 4.2. 线下课堂教学

为了让“让学生动起来，让课堂活起来”，生动的智慧课堂将问题作为基本元素，将课程内容相互联系起来，学生小组讨论和教师的引导，学生在解决问题的过程中学习到必要的知识，教学重在问题的解决，而不是单纯获得知识，学习大学数学课程正确的思维方式和推理方法，培养自学探讨、团队协作、沟通交流等能力。

**环节 1：设置问题，回顾旧知。**

**Q1：**我们先回顾事件的运算有哪些？什么是和事件？和事件的概率如何计算？

**Q2：**当出现什么情况时，这个式子可以简化？说明原因。

**Q3:** 积事件的概率公式是? 它是怎么推导得到的?

运用超星网络教学平台分析学生的课前任务完成情况, 根据课前学情随机选择学生进行提问, 循循诱导, 引导学生回顾已学知识点。

**环节 2: 实例引入, 导出新知。**

**引例** 袋中有 2 红 3 白 5 个球, 依次取出两个球, 记  $A = \{\text{第一次取红球}\}$ ,  $B = \{\text{第二次取红球}\}$ 。问:

- (1) 若放回抽样, 求  $P(B|A)$  与  $P(B)$ ;
- (2) 若不放回抽样, 求  $P(B|A)$  与  $P(B)$ ;
- (3) 思考放回和不放回抽样时, 这两个概率的关系? 结果说明了什么?

**步骤一:** 分析问题(1), 若不放回抽样, 利用全概率公式可求得  $P(B|A) = 2/5$ ,  $P(B) = 1/4$ , 两者不等, 说明第一次取球对第二次的结果产生了影响。

若放回抽样, 则  $P(B|A) = 2/5$ ,  $P(B) = 2/5$ , 此时  $P(B|A) = P(B)$ , 说明第一次取球对第二次的结果没有影响。

**步骤二:** 导出独立定义, 讨论相关性质。

**定义 1 [1]** 当  $A$  发生与否不影响  $B$  发生的概率,  $B$  发生与否不影响  $A$  发生的概率, 则称事件  $A$  和  $B$  相互独立, 有

$$P(B|A) = P(B) \Rightarrow \frac{P(AB)}{P(A)} = P(B) \Rightarrow P(AB) = P(A)P(B)$$

**定义 1\* [6]** 对任意两个事件  $A, B$ , 若  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 称事件  $A, B$  相互独立。

**性质 1 [6]**  $A, B$  相互独立  $\Leftrightarrow A$  与  $\bar{B}, \bar{A}$  与  $B, \bar{A}$  与  $\bar{B}$  均相互独立。

**性质 2 [6]** 若  $P(A)P(B) > 0$ , 则“ $A, B$  相互独立”与“ $A, B$  互不相容”不能同时成立。

**步骤三:** 分组讨论。学生证明上述两个性质, 进行分组讨论, 请学生阐述证明思路, 展示证明过程, 并运用独立性简化加法公式和减法公式。

在互不相容的条件下, 加法公式简化为:  $P(A + B) = P(A) + P(B)$

在相互独立的条件下, 乘法公式简化为:  $P(AB) = P(A)P(B)$

**步骤四:** 计算实际案例, 总结判定方法。

**例 1** 从一副不含大小王的扑克牌中任意抽取一张, 以  $A$  表示抽出的牌是红色, 以  $B$  表示抽出的是  $K$ , 问  $A$  与  $B$  是否独立?

解:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{4}{52}, P(AB) = \frac{2}{52}, \Rightarrow P(AB) = P(A)P(B)$$

所以, 事件  $A, B$  相互独立。

分析例题的求解过程, 总结判断事件的独立性的方法。

- (1) 经验法, 从实际意义出发进行判断;
- (2) 利用定义 1:  $P(B) = P(B|A)$  或  $P(A) = P(A|B)$ ;
- (3) 利用定义 1\*:  $P(AB) = P(A)P(B)$ 。

**步骤五:** 提出问题, 线上抢答。

上述例 1 可以用经验法判断吗? 如果加上大小王还独立吗? 学生在超星平台上进行抢答, 结果计入平时成绩。

**环节 3: 类比推广, 概念深化**

**定义 2 [6] (多个事件的独立性)**

设若  $A_1, A_2, \dots, A_n (n \geq 2)$  中任意  $k (2 \leq k \leq n)$  个事件积事件的概率都等于各个事件的概率之积, 则称  $A_1, A_2, \dots, A_n$  相互独立。

**定理 1 [6]** 若  $A_1, A_2, \dots, A_n (n \geq 2)$  相互独立, 则其中任意  $k (2 \leq k \leq n)$  个事件也相互独立。

**定理 2 [6]** 若  $A_1, A_2, \dots, A_n (n \geq 2)$  相互独立, 则其中任意多个事件换成它们的对立事件, 所得的  $n$  个事件仍相互独立。

除了课堂讲授之外, 该部分内容还录制成了一系列小视频, 发布在超星平台上, 学生课后可以完成相关的任务点, 加深对这部分内容的理解。需要强调的是, 这部分是由两个事件的独立性推广到多个事件的独立性, 将概念进行外延, 体现从简单到复杂、从具体到抽象、从特殊到一般的思想, 实现了在传授知识培养能力的过程中传播马克思主义哲学的思想方法。

**环节 4: 观影建模, 新知应用。**

观看电影《红海行动》当红的一个片段, 影片当中出现的威力巨大的武器是 1130 近防炮, 近防炮是一种装载在舰艇上的防空反导武器, 它可以在短时间内发射大量的炮弹, 对目标进行射击。作为战舰的最后一道防线, 近防炮是如何做到对来犯一击必杀, 彻底摧毁的呢?

**步骤一: 建立模型, 分组对抗。**

**例 2** 系统发射的每发炮弹是否命中互不影响, 命中率均为 0.005, 求

- (1) 若系统发射 3 发炮弹, 求击中目标的概率;
- (2) 若系统发射 100 发炮弹, 求击中目标的概率;
- (3) 为确保有 0.99 的概率击中目标, 至少要发射多少发炮弹?

解: 设事件  $A$ : 目标被击中; 事件  $A_i$ : 第  $i$  发炮弹击中目标;

(1)  $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ ,  $A_i$  相互独立, 且  $P(A_i) = 0.005 (i = 1, 2, 3)$

法一:

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) \stackrel{\text{加法公式}}{=} P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) \\
 &\quad - P(A_1 A_2) - P(A_2 A_3) - P(A_1 A_3) + P(A_1 A_2 A_3) \\
 &\stackrel{\text{独立性}}{=} P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1)P(A_2) - P(A_2)P(A_3) \\
 &\quad - P(A_1)P(A_3) + P(A_1)P(A_2)P(A_3) \\
 &= 0.005 \times 3 - 0.005^2 \times 3 + 0.005^3 \approx 0.105
 \end{aligned}$$

法二:

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) \\
 &\stackrel{\text{对偶律}}{=} 1 - P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}) \stackrel{\text{独立性}}{=} 1 - P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) \\
 &= 1 - (1 - P(A_1))(1 - P(A_2))(1 - P(A_3)) \\
 &= 1 - (1 - 0.005)^3 \approx 0.015
 \end{aligned}$$

**步骤二: 分组对抗, 解决问题。**

在教学活动的组织中, 采用分组讨论解决问题, 将学生分成两组, 分别用两种方法作答: 第一组直接用加法公式; 第二组用对立事件进行计算。独立思考和作答并在超星平台提交, 两组代表分别利用超星投屏分享他们的解题过程。

两个小组继续用各自的方法进行第二问的解答。当事件个数增加时, 直接用加法公式非常复杂, 第

一组无法算出结果。第二组同学代表分享解题思路。

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P\left(\bigcup_{i=1}^{100} A_i\right) = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^{100} \bar{A}_i\right) = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^{100} \bar{A}_i\right) \\
 (2) \quad &= 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)\cdots P(\bar{A}_{100}) \\
 &= 1 - (1 - P(A_1))(1 - P(A_2))\cdots(1 - P(A_{100})) \\
 &= 1 - (1 - 0.005)^{100} \approx 0.39
 \end{aligned}$$

### 步骤三：开拓思维，推广公式

教师引导学生总结：

- (1) 如果一个问题从正面切入情况复杂，可以尝试从反面进行考虑。所谓“正难则反，逆向思维”；
- (2) 利用方法二推广到  $n$  个独立事件之和的概率公式：

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) \\
 &\stackrel{\text{独立}}{=} 1 - (1 - P(A_1))(1 - P(A_2))\cdots(1 - P(A_n)) \\
 &\stackrel{P(A_i)=p}{=} 1 - (1 - P)^n
 \end{aligned}$$

- (3) 直接代入公式计算第三问，上式中取  $p = 0.005$ ,

$$P(A) = 1 - (1 - 0.005)^n \geq 0.99$$

$$n \geq \frac{\lg 0.01}{\lg 0.995} \approx 919(\text{发})$$

因此，为确保有 0.99 的概率击中目标，至少要发射 919 发炮弹。

### 步骤四：融入思政，以数喻德。

发射 919 发炮弹，能以 99% 的把握击中目标，而 1130 近防炮一分钟可以发射出 11,000 多发炮弹，俗称万发炮。其设计与作战效能体现了现代工程技术与数学原理的紧密结合，通过这一实例，可引导学生认识到数学在国防科技领域的重要应用价值，理解理论知识与实际工程的关联，同时激发学生的民族自豪、家国情怀与使命担当！

### 环节 5：解密谚语，讨论升华。

**例 3** 在平常的生活中，人们常常用“水滴石穿”来形容有志者事竟成，但也有人认为“水滴石穿”是不可能的。请运用伯努利概型来分析这个典故是否合理。

#### 步骤一：分析名言。

实践是检验真理的唯一标准，我们可以从大自然中找到答案。“水滴石穿”的真理性是存在的。从概率的角度来分析“水滴击石”所进行的实验特点。

令  $E$ ：“水滴击石”，满足：试验的独立性；结果的独立性； $A$  的等概率性，即为伯努利概型。 $A$ ：“一次试验，水滴能够穿石”。

所以，{水滴石穿} = {在  $n$  次的“滴水击石”中， $A$  至少发生了一次}。

然而，水滴石穿的概率不易直接求出，但转换思维，从反面进行思考，运用“对立事件求解概率的思想”，将所求事件的概率，转化为求其对立事件的概率，就简单了。

#### 步骤二：检验真理。

设  $A = \{\text{一次试验，水滴能够穿石}\}$ ，显然，一次的“水滴击石”，“水滴能穿石”的概率非常小，记

为  $\varepsilon$ , 且  $0 < \varepsilon < 1$ 。

设  $B = \{n \text{ 次实验中 } A \text{ 至少发生一次}\}$ , 由以上分析可知, 典故是研究  $n$  次实验中事件  $A$  至少发生一次的概率, 此问题属于伯努利概型。

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - C_n^0 \varepsilon^0 (1 - \varepsilon)^n = 1 - (1 - \varepsilon)^n$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} [1 - (1 - \varepsilon)^n] = 1$$

### 步骤三：融入思政，以数喻德。

解题过程运用了小概率事件的极限思想。无数次的“滴水击石”造就了“水滴石穿”的结果，这就是“量的不断积累必然导致质的飞跃”。即小概率事件经过  $n$  次独立实验，几乎成为必然事件。由此可见，一件微不足道的小事，只要坚持，就会产生不可思议的结果。

生活中有哪些名言典故是描述“量变到质变”的呢？学生回答，老师总结。“锲而不舍，金石可镂”，“只要功夫深，铁杵磨成针”，“不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海”……这些俗语说明了“有志者事竟成”，鼓励学生弘扬“自强不息，持之以恒”的中华美德，引导学生要坚持梦想，脚踏实地，发扬水滴石穿的精神。

### 步骤四：升华主旨，陶冶情操。

小概率事件如何能“持之以恒”？世界杂交水稻之父——袁隆平寄语青年，要忠于热爱，奋斗青春！播放访谈杂交水稻之父袁隆平追逐梦想的视频。引入习近平总书记在十九大报告的习语，我们不能因现实复杂而放弃梦想，不能因理想遥远而放弃追求。

### 环节 6：总结归纳，完成作业

梳理和总结，捋清知识点之间的联系，进一步巩固深化知识。布置本节线下练习作何和阶段性测试题，并完成本章节知识点的思维导图。

## 4.3. 课后反思和延学

教师围绕“事件的独立性”教学，融合生活与思政，把握概念、应用重点，分析学情，发现不足并进行改进。指导学生课后阅读文献《随机事件概率的解题思路与方法》[7]、《事件的独立性和可交换性——评德菲耐蒂的主观主义概率理论》[8]，并选择一篇完成阅读报告。鼓励学生尝试编写程序模拟近防炮射击问题等。

## 5. “生动”的智慧教学实践效果

随机选取笔者教授的 4 个合班共 227 名学生作为教学研究样本，其中会计专业班(对照组，112 人)采用传统课堂教学模式，房产造价班(实验组，115 人)采用“生动”的智慧教学模式，两组学生入学数学基础、专业分布等基线数据无显著差异( $P > 0.05$ )。

经过一个学期教学实践，对实验组开展随机抽样满意度调查(有效回收问卷 110 份，回收率 95.7%)，结果显示：实验组课程评教分为  $98.5 \pm 0.8$  (均值  $\pm$  标准差)；100% 的受访学生认可“生动”智慧教与学模式，91.6% 认为该模式注重过程性评价且评分公正，95.4% 认为提升了学习兴趣与质量，83.6% 认为教学侧重能力发展。

如图 3 所示，对比两组期末考试成绩(成绩呈正态分布，信度系数  $\alpha = 0.89$ )，实验组平均分( $78.3 \pm 10.2$ )显著高于对照组( $65.7 \pm 12.5$ )，差异具有统计学意义( $t = 8.23, P < 0.01$ )；且实验组成绩较往届同专业平均水平提升显著。

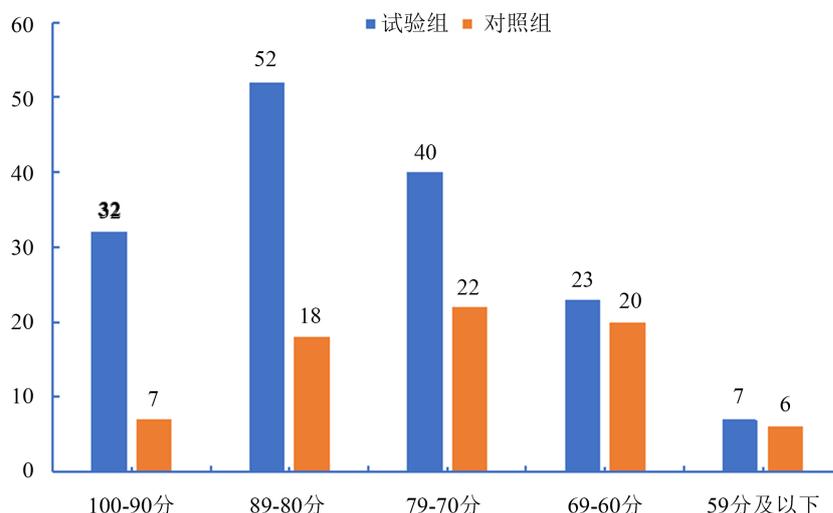


Figure 3. Analysis chart of final exam scores between the experimental group and the control group

图 3. 实验组与对照组期末考试成绩分析图

## 6. 结论

“以学为中心”的生动智慧教学模式，有效地解决了大学数学课程的教学痛点。实践显示，学生成绩合格率、优良率显著提升，学习主动性增强、创新能力提升，在数学竞赛中获多项国家及省级奖项，科学研究成果丰硕，实现了“以教育德、学数致用”的教学目标。

该模式仍有不足，如对不同学生群体的适应性需优化，智慧工具应用效能待提升。未来的改革方向可聚焦于细化不同专业学生的教学方案，加强智慧教学平台与学科特色的融合，持续深化改革成效。

综上，“以学为中心”的生动智慧教学模式构建了符合大学数学课程特点的教学改革范式，为高校同类课程的教学改革提供了可行路径和实践经验。

## 基金项目

湖南省普通高等学校教学改革研究项目(HNJG-20231374)：以学为中心的高等数学线上线下混合式教学实践。2025 年第三批国家级一流本科课程建设项目(NO.1560)；2021 年湖南省一流本科课程建设项目(NO.810)。

## 参考文献

- [1] 陈佑清, 杨红. 学习中心教学: 高质量育人的有效途径[J]. 人民教育, 2022(Z1): 83-85.
- [2] 夏雪梅, 方超群, 刘潇. 教师具有“以学为中心”的专业眼光吗: 基于视频俱乐部的分析[J]. 华东师范大学学报(教育科学版), 2020, 38(11): 90-100.
- [3] 贺武华. 以学为中心的高校“教”与“学”质量评价体系改进[J]. 江苏高教, 2019(3): 21-25.
- [4] 冯晓云. 探索构建以学生学习与发展为中心的课程质量体系[J]. 中国大学教学, 2018(4): 71-75.
- [5] 兰利琼, 李茂国. 高校建立以学为中心的人才培养体制机制之我见[J]. 高等工程教育研究, 2014(5): 63-64.
- [6] 韩旭里, 裘亚峥, 等. 概率论与数理统计[M]. 第4版. 北京: 科学出版社, 2023.
- [7] 杨海龙. 随机事件概率的解题思路与方法[J]. 教育教学论坛, 2016, 5(19): 163-164.
- [8] 陈晓平. 事件的独立性和可交换性——评德菲耐蒂的主观主义概率理论[J]. 科学技术哲学研究, 2011, 28(3): 1-7.