

数学文化理念对于教师教育实践的创新启示

——以微积分对小学音乐节奏教学为例

张莉敏¹, 武稀桐^{2*}

¹苏州科技大学数学科学学院, 江苏 苏州

²松江小学, 河南 鹤壁

收稿日期: 2025年8月24日; 录用日期: 2025年9月23日; 发布日期: 2025年9月28日

摘要

随着时代与科学技术的发展, 数学文化理念对于教师教育实践越发重要。小学音乐和高等数学看似是两个截然不同的学科领域, 但它们有着深刻的联系——数学文化。将两者的文化内涵结合起来, 对教师教育实践的创新可以提供重要的启示。本文在分析高等数学课程所蕴涵的数学文化内涵后, 指出数学文化需要批判的目光与辩证的审视, 检验一种文化理念正确与否最好的方法就是用实践这一标准, 并给出数学文化理念对教师教育实践的创新启示。以此来推动教学改革步伐, 建立以学生为主体, 教师从旁指导的教育模式, 从而达成充分发挥学生的主观能动性、自主探索和开拓创新的能力的教学目标, 使其成为能够真正利用所培养的数学逻辑思维能力解决实际问题的新时代学生。

关键词

数学文化理念, 教育实践, 创新启示

The Creative Inspiration of Mathematics Culture Concept to Teacher Education Practice

—Taking the Application of Calculus in Teaching the Rhythm of Primary School Music as an Example

Limin Zhang¹, Xitong Wu^{2*}

¹School of Mathematical Sciences, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou Jiangsu

²Songjiang Primary School, Hebi Henan

Received: August 24, 2025; accepted: September 23, 2025; published: September 28, 2025

*通讯作者。

文章引用: 张莉敏, 武稀桐. 数学文化理念对于教师教育实践的创新启示[J]. 教育进展, 2025, 15(10): 92-101.
DOI: 10.12677/ae.2025.15101806

Abstract

With the development of The Times and science and technology, the concept of mathematics culture is becoming more and more important to the practice of teacher education. Elementary music and advanced mathematics seem to be two distinct subject areas, but they have a profound connection—mathematical culture. Combining the cultural connotations of the two can provide important enlightenment for the innovation of teacher education practice. After analyzing the connotation of mathematics culture contained in higher mathematics curriculum, this paper points out that mathematics culture needs critical vision and dialectical review, and the best way to test whether a cultural idea is correct or not is to use the standard of practice, and gives the innovative inspiration of mathematical cultural idea to teacher education practice. In this way, we can promote the pace of teaching reform, establish an education model with students as the main body and teachers guiding from the side, so as to achieve the teaching goal of giving full play to students' subjective initiative, independent exploration and innovation ability, and make them become students in the new era who can really use the mathematical logical thinking ability to solve practical problems.

Keywords

Mathematical Culture Concept, Educational Practice, Innovation Inspiration

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学作为科学研究的重要工具,在理工科各个专业的研究发展过程中占据着不可或缺的位置。然而,数学文化不是数学外在的附属品,也不是简单的“数学”+“文化”,它的本质[1]是指数学作为人类认识世界和改造世界的一种科学语言、思维工具、思想方法、理性精神及活动产品,是数学与人文的结合。数学的发展就是文化的发展,数学与文化是不可分离的。

数学是人类智慧的产物,是人类文化的重要组成部分,是人类社会进步的产物,也是推动社会发展的动力。数学除了自身内部发展外,还从其它文化的发展中汲取营养来丰富自己,因此数学文化具有丰富的内涵[2]。

数学文化理念的内涵

“数学文化”这个词最早由怀尔德于1950年在其代表作《数学概念演化的初步阶段》中率先提出,并且在其所著的《数学文化论》中对数学发展的动力、规律进行了比传统数学哲学更广泛意义的探讨,初步开创了数学文化学;1990年,邓东皋、孙小礼等人编写了《数学与文化》,从自然辩证法的角度对数学文化做了较为深入的探讨,并指出数学是一种文化,它具有许多文化方面的特征,而且是人类文化的重要部分;2001年,南开大学以培养大学生文化素质为目的,开设以文理交融为特色的数学文化选修课程;2003年,“数学文化”成为高等教育出版社在北京召开“全国数学史、数学文化课程建设与教学研讨会”的主题词。同年,教育部制订的《普通高中数学课程标准(实验稿)》中指出:“数学文化”更多应在学生的思维和理念中体现,让学生在学习过程中,体会数学的科学价值、应用价值、人文价值,开阔视野,寻求数学进步的历史轨迹,激发对于数学创新原动力的认识,受到优秀文化的熏陶。领会数学

的美学价值,从而提高自身的文化素养和创新意识[3]。因此,应该在课堂教学中,以教材知识为主,通过教材知识反映数学所具有的文化内涵。

目前,“数学文化”有三种较为普遍的观点:一种观点是从数学与文化的关系出发,认为数学文化的含义应为文化意义下的数学,其最根本的特征是它表达了一种探索精神,其永恒的主题是认识世界,也认识自己;第二种观点认为数学文化是由数学家群体在认识数学世界和相互交往中自觉形成的一种相对独立、相对稳定的社会意义网络;第三种观点认为文化有广义与狭义之分,数学的思想、精神、方法、观点、语言,以及它们的形成和发展过程就是数学文化;广义上还包含数学史、数学中的美、数学家的生平事迹、数学教育、数学与各种学科之间的关系、数学发展中的人文成分等等。

“数学文化”一词含义丰富,广义上不仅涵盖数学的基础知识和实用技巧,还包括了如何运用这些知识和技能来解决实际问题的多种方法和思维。总而言之,数学文化其实就是我们面对各种问题时所体悟学习到的数学知识、使用这些数学知识的方法以及因此所形成的思维模式等方面的总和。这是一种结合了逻辑思考、抽象概念和系统化方法的文化表现形式,对科技、教育和日常生活产生的广泛影响正是其特质的外在显现[4]。

2. 高等数学课程所蕴涵的数学文化——以微积分为例

2.1. 时代背景

数学文化作为一种科学思想的长期积累,有其独特的科学组织和传统,包括数学知识的创造、记录、流传、交流和传播方式等,其文化传承就是广义的数学教育活动。微积分是数学文化时代进程的一个缩影,它的文化属性与所处时代的背景息息相关。作为数学中的一个核心领域,其诞生具有划时代的意义,是数学史上一个分水岭和转折点。自从17世纪牛顿和莱布尼茨几乎是同一时期首次被发现,它已经变成了解读和阐述现代科学的关键。微积分在自然科学和社会科学领域发挥着越来越重要的作用。从物理学中的基础法则,到经济学中的优化问题,再到生物学的种群模型,微积分在各个领域都有着广泛的应用。

2.2. 微积分教学

微积分正是数学文化发展进程的一个里程碑,是人类借助数学更全面看待世界的一个革命性的视角。同时随着新时代多学科互动的深入,微积分学也是数学文化迈向更广袤领域的纽带和途径。这点在教育领域上,重点体现在培养学生的逻辑思维和问题解决能力。尤其在高中数学教材里,包含了大量与高等数学相关的内容,如函数、数列以及极限等。这些元素正是数学文化视角看待世界的重要媒介和体现。可见在教学中,加强微积分学的人文性有助于提高学生的创新精神和实践能力,有利于培养高素质人才。这也为进一步挖掘微积分中所蕴含的文化属性,增添了一份需求性和必要性。数学文化教育为理性文化教育,培养学生求真、求善、求美、创新、探索的精神。通过数学文化教育,揭示数学文化中所蕴含的哲学、美学、语言学等文化基因,提高学生的文化修养和文化品位,使学生受到良好的文化熏陶,在情感与态度方面得到充分的发展。数学文化教育,不单纯传播数学知识,还传播数学思想、方法、精神和文化,这将对数学素质的培养起重要作用。

例 2.1 设函数 $f(x) = x$ 在区间 $[0,1]$ 上的定积分。

解 将 $[0,1]$ 切割为 n 个等长的子区间,每个子区间的长度均为 $\Delta x = \frac{1}{n}$ 。

选择每个子区间的右端点作为样点,则积分和式为

$$S(P, f) = \sum_{i=1}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \Delta x = \sum_{i=1}^n \frac{i}{n} \cdot \frac{1}{n},$$

求和后得到:

$$S(P, f) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n i = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2n}。$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, 积分和式的极限为:

$$\int_0^1 x dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{2}。$$

因此, 函数 $f(x) = x$ 在区间 $[0, 1]$ 上的定积分为 $\frac{1}{2}$ 。□

标注 2.1 积分是一个无限小的数据片段逐渐累加的过程, 是导数的反向过程。它的出现, 让微分和积分法联系起来, 成为了一个整体。借助积分手段, 我们得以估算出物体的位移、旋转体的体积以及其他多个物理参数。因此, 积分也被称为“小”的运算或基本公式。积分揭示了微积分是如何利用累积的小量策略来处理广泛的问题的, 与中国文化中“见微知著”的哲学思想不谋而合, 也是数学文化中从抽象到具体、从微观到宏观的展现。同时, 揭露了数学文化对无穷无尽与形如著名诗人李白“孤帆远影碧空尽, 唯见长江天际流”所蕴涵的极限等哲学概念的深刻理解。在这一过程中, 数学不再只是一门纯粹的科学而是一个能够有效地融入到优美的诗词意境之中的具有丰富文化底蕴的学科, 它已经成为人类思想交流的桥梁和纽带。在微积分公式原理的“教”与“学”中, 让学生感受到微积分知识中的数学美, 最终也就能让学生在这一过程中感悟到微积分学习的乐趣, 激发学生自主参与微积分学习的积极性与主动性。因此, 学生掌握的不只是一个知识点, 一个解题方法, 更是一种世界观与价值观。

例 2.2 设地球表面温度 T 依赖于时间 t 和地理位置(纬度 ϕ 和经度 λ), 试刻画这一过程。

解 由题意得, 地区表面温度 T 是时间 t 和地理位置(纬度 ϕ 和经度 λ) 的函数, 表示为

$$T = T(t, \phi, \lambda)。$$

假设温度的变化是由热传导和太阳辐射共同作用的结果, 其中, 热传导的效果可以用热传导方程描述, 而太阳辐射可以被视为一个热源项加入到方程里。设温度随时间的变化项为 $\frac{\partial T}{\partial t}$, 纬度方向的变化项为 $\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2}$, 经度方向的变化项为 $\frac{\partial^2 T}{\partial \lambda^2}$, 则热传导方程可以表示为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \lambda^2} \right)$$

又设 $S(t, \phi, \lambda)$ 表示太阳辐射, $\cos(\phi)$ 表示纬度对太阳辐射的影响, $\cos\left(\frac{2\pi t}{24 \text{ h}}\right)$ 表示昼夜的变化, 则太阳辐射的热源方程可以表示为

$$S(t, \phi, \lambda) = S_0 \cos(\phi) \cos\left(\frac{2\pi t}{24 \text{ h}}\right)$$

其中 S_0 是太阳常数, 约 1361 W/m^2 。将太阳辐射作为热源项代入方程, 得到

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \lambda^2} \right) + S(t, \phi, \lambda) = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \lambda^2} \right) + S_0 \cos(\phi) \cos\left(\frac{2\pi t}{24 \text{ h}}\right)。$$
 □

标注 2.2 偏微分方程说明了微积分如何跨国界共同研究全球性问题, 如气候变化等问题。这种跨学科的合作强调了共享知识的文化价值, 并体现了微积分在未来全球科学社区构建的整合价值。通过这样

的实例, 我们可以看到微积分不仅是数学的一部分, 更是一种文化现象, 它通过提供解决复杂问题的方法, 促进了不同学科和文化之间的对话和理解。此外, 微积分的这种普适性和应用广泛性展示了它作为一种现代数学文化工具的重要性。此外, 融入数学文化的时机和深度, 注重对学生思维上的训练, 引导学生将数学知识应用到实际生活, 让他们切实感受到数学的价值, 并养成用数学眼光看问题, 用数学思维思考问题, 用数学模型处理问题的习惯。

2.3. 研究意义

(1) 数学文化融入大学数学教学中可以使大学数学的知识体系更加丰富、完整, 让学生更容易抓住知识的关键点和本质, 从而显著提升学习效果[5]。以培养学生数学素质为主要教学目的的微积分教学, 不仅应使学生掌握数学知识、技能, 而且还应使数学知识所表现的理性精神和思想方法渗入学生的头脑, 使其养成冷静、客观、公正的思维习惯, 能用数学眼光看问题, 能用数学思想解决问题思考问题, 能用数学知识解决问题。而数学文化, 由于其具有丰富的内涵, 有重要的教育价值, 而素质和文化之间又有着密切的联系。因此, 在微积分教学中融入数学文化, 不但有利于学生理解数学知识, 掌握数学技能, 还有利于学生从思想上树立数学理念, 从而实现培养学生数学素质的教育目的。

(2) 数学向我们展示的不仅是一门知识体系, 一种科学语言, 一种技术工具, 而且还是一种思想方法、一种理性化的思维范式和认识模式, 一种具有新的美学维度的精神空间, 一种充满人类创造力和想象力的文化境界。因此, 数学文化具有重要的教育价值。微积分通过提供解决复杂问题的数学工具, 反映了人类对自然界深层次理解的追求。之前的研究已经指出, 微积分的广泛应用价值不仅体现在科学研究中, 也深入到经济学、社会科学及工程技术等多个领域。尤其在教育理念和社会发展观念的影响, 反映着人们对世界自然运作和发展的抽象化理解和更细致的观察。

(3) 微积分过往的发展和应用推动了工业与技术革命, 而借助其文化理念, 可以进一步推动社会制度的问题优化和资源管理等方面。如通过运用拉格朗日乘数法解决约束优化问题等最优化理论, 使得经济学中的成本效益分析更加精确和高效, 在优化了产业流程的同时, 还改进了资源分配效率, 促进了社会生产力的提高和经济结构的优化。微积分在连接数学理论与社会实践中的桥梁作用, 强化了数学文化在公共决策中的应用。而更具有探索价值的是, 随着时代的发展, 如环保、人工智能以及生命科学等领域的出现, 微积分的数学文化正与它们的文化内核不断融合, 取长补短, 这也让微积分的文化属性有机会得以更加广泛的应用。

(4) 微积分在文化价值取向中反映着诸多思想, 如对精确性和效率的重视。它不仅在学术界内部促进了更深入的科学研究, 也在社会层面上推广了理性思考和系统分析的方法, 这种方法论对现代社会的科学决策和政策制定有着广泛的参考价值和适用价值。综上所述, 有助于我们更深入地认识到数学是如何作为一种文化动力, 参与到我们对世界的解读和改造过程中。这有助于提高学生对数学知识本质的认识程度, 并进一步加深他们对于数学史的了解。此外, 这种研究为数学教学带来了更为丰富的素材, 让学生在掌握高度技术化的微积分计算时, 也能深入体验其背后的文化和哲学内涵。

3. 小学音乐中所蕴涵的数学文化

3.1. 高等数学与小学音乐的共通之处

(1) 抽象性: 音乐的节奏、旋律、和声等可以从高等数学的角度进行分析; 在高等数学中, 具体的物理对象被提炼为数学符号、概念和模型, 如集合、群、环、域等。这种抽象化的过程不仅是一种方法论上的创新, 更反映了人类文化中追求简化复杂现实的内在需求。

(2) 结构性: 高等数学尤其强调抽象思维和逻辑推理, 数学家通过模型和公式构建抽象的理论结构,

这与音乐中的结构性和形式美有相似之处。

(3) 规律性: 小学音乐的节奏、旋律变化和高等数学的函数、微积分等内容往往都有一定的规律可寻。

(4) 模式识别: 小学音乐与高等数学的规律性, 其核心能力都是模式识别。

(5) 创造性: 小学音乐强调的创作、即兴演奏等活动所具备的创造性能力在高等数学中的数学建模等方面也很重要。

(6) 逻辑性: 高等数学中的证明体系要求高度的逻辑严密性。从简单的数学命题证明到复杂的理论推导, 如微积分中的定理证明或代数拓扑中的同调理论, 高等数学的推理过程充满了逻辑的力量。这种严谨的推理反映了数学文化中对思维清晰性和一致性的极致追求。同样, 音乐创作中的和声学、乐理学也要求学生有严谨的逻辑推理能力。

(7) 艺术性: 音乐是一种表现情感的艺术形式, 而数学语言也同样具有美感和简洁性, 如几何图形的对称性、代数方程中的对偶性、群论中的对称群等。这种结构性不仅体现在数学理论的内部美感上, 也反映了数学家们在研究过程中对自然界和人类文化中和谐、秩序与平衡的敏锐洞察。例如, 费马大定理和四色定理的证明体现了高等数学中复杂但优美的结构关系。此外, 数学家追求最简洁、最优美的解答方式, 这是一种深层的数学文化理念。例如, 欧几里得几何中的定理和证明强调简洁性, 物理学中“简洁即美”的观点也来源于数学。简洁性不仅是数学理论的特性, 也是一种数学审美观, 体现了人类文化中对简单与深刻的统一追求。

3.2. 小学音乐中蕴涵的数学文化

(1) 节拍与时间是最直接的数学体现。每首乐曲的固定拍号本质上反映了时间的分割与分数的概念; 节奏中的重复模式和对称性是数学中的模式识别能力的一种表现。与数学中的代数规律、数列等概念上有很强的对应关系。

(2) 音乐中的音阶是音高的排列, 音阶中的音程可以用数学上的比率来表示。通过学习音阶, 学生可以理解数列的递进关系, 这与数学中的等差数列、等比数列等概念有相通之处; 音高与频率之间的关系也是音乐中的一个重要数学理念。音高在乐理上按固定的倍数变化, 这种变化方式可以引导学生思考数学中的对数关系。

(3) 不同音的组合可以形成和谐的音程, 这背后反映了数学中的比例关系; 和弦的排列和不同的和声进行可以看作是数学中几何对称的一种表现形式。

(4) 音乐作品的旋律结构中包含对称性和周期性的元素, 这些与数学中的对称性和周期函数有类似之处。此外, 音乐中的旋律通常有着明确的层次结构, 如主旋律、附属旋律等, 在数学中的集合论、树形结构和分层数据模型中都有体现。

(5) 音乐记谱法本质上是一种符号系统, 音符的时值与其在时间上的持续长度有明确的数学比例关系。另外, 复合节奏, 如三连音意味着将一个音符时值分成三等份, 这种分割和分配的方式与数学中的分数运算相似。

(6) 音乐可以通过乐谱的形式将时间上的节奏和音高上的旋律在二维平面上表现出来。这种二维的视觉化过程类似于数学中的坐标系表示法。此外, 某些音乐作品中的旋律走向可以用几何图形来描绘, 这种几何化的旋律分析能够帮助学生建立对数学中的几何图形、曲线和斜率等概念的初步理解。

(7) 即兴演奏和创作时, 音乐中的变化和选择包含一定的随机性和概率。这反映了数学中的组合与排列原理。

(8) 音乐的演奏通常需要不同的乐器或声部之间的协调配合, 这要求演奏者理解乐曲中各个部分之间的逻辑关系, 类似于数学中不同变量之间的相关性。

3.3. 教学案例——遇见音乐：探索节奏中的数学之美

第一部分：教学设计方案

1. 设计理念与理论依据

本节课旨在揭示音乐节奏与数学之间的联系。教学重点是引导学生感受和发现音乐节奏中蕴含的数学之美。

通过图形符号、乐器演奏，将抽象的节奏感可视化。数学文化的融入，为节奏学习提供了一个全新的、理性的认知视角。

2. 教学内容与目标

课题：自编课程《节奏王国里的数学密码》

面向学段：小学四年级

教学目标：

(1) 音乐目标：掌握基本节奏型，如四分音符、八分音符、四分休止符，能准确拍读和演奏包含这些节奏型的节奏谱。

(2) 数学目标：发现节奏中的重复、循环模式，初步感受斐波那契数列在节奏创作中的可能性。

(3) 文化与情感目标：了解音乐与数学的历史渊源，感受节奏中的秩序与逻辑之美，激发跨学科学习兴趣 and 创作欲望。

3. 教学准备

(1) 多媒体课件(包含音频、图片、可视化节奏动画)；

(2) 打击乐器(沙锤、响板等)、Body Percussion (身体打击乐)、图形卡片(圆形代表全音符，方形代表四分音符，两个小方形组合代表八分音符等)；

(3) “节奏密码”学习单。

4. 教学流程与设计(表 1)

Table 1. Teaching process and design

表 1. 教学流程与设计

教学环节	教师活动
一、导入：音乐中的数学序言 (启 - 慢)(5 分钟)	1. 播放巴赫《G 大调小步舞曲》片段。 2. 提问：“这段音乐给你什么感觉？”(优美、规整) 3. 讲述：“数学家莱布尼茨说‘音乐是数学在无意识中的练习’。今天我们就来找找节奏里的数学密码。”
二、探究：节奏的“分数”与 “模式”(探 - 快)(20 分钟)	活动 1：节奏可视化：用图形卡片表示音符时长：一个大方块 = 1 拍(四分音符)，两个小方块 = 1 拍(八分音符)。拼出一个 4 拍小节，如：[方][方][小方 + 小方][方]。 活动 2：身体打击乐：带领学生用拍手、跺脚等方式演奏刚才的图形节奏。
三、升华：斐波那契节奏挑战 (展 - 缓)(10 分钟)	1. 故事引入：“数学中有一个神奇数列：1, 1, 2, 3, 5, 8...”。 2. 挑战：如果我们把数字看成拍数，如何创作一个“斐波那契节奏”？示例：(1 拍) X (1 拍) X (2 拍) X X (3 拍) X X X ... 3. 分组用乐器尝试演奏前几个小节。
四、总结与延伸(合 - 慢)(5 分钟)	1. 总结：节奏中有模式，音乐中有数学。正是这些看不见的数学结构，让音乐既自由又严谨。 2. 展示：古希腊毕达哥拉斯用弦长比例发现音程关系的故事。 3. 延伸：鼓励学生为一句古诗词(如“床前明月光”)用今天学的模式来创作节奏。

第二部分：课堂观察记录(表 2)

观察对象：四年级一班学生小组(4 人)

观察重点：学生在“斐波那契挑战”环节中，如何理解和应用数学概念。

Table 2. Classroom observation record
表 2. 课堂观察记录

时间节点	观察记录	分析与解读
节奏可视化环节	学生看到图形卡片时，纷纷说：“哦！两个小方块和一个大方块一样长！”在拼凑节奏时，会下意识地数着“1 拍、2 拍……”来确保小节正确。	成功地将抽象的“拍”与具体的“图形面积”建立了联系。学生正在用数学的“度量”思维来理解音乐。
寻找模式环节	对于节奏型“X XX X XX ...”，小组 C 很快发现：“它是‘哒 哒哒’一直在重复！”并成功地用跺脚 + 拍手拍手来表现。	学生能准确地识别出音乐中的周期性规律，并能用语言、动作进行表达和输出。
斐波那契挑战环节	小组 D 最初很困惑：“5 拍怎么写？”组长提议：“我们就拍 5 下！”他们用响板尝试，节奏为：X X XX XXX XXXXX。虽然不流畅，但结构正确。演奏后自己大笑并鼓掌。	这是数学文化理念的深刻体现。学生遇到的困惑和尝试，正是艺术与规则碰撞的真实过程。他们是在理解和应用一个数学概念。过程中的挫败感和成功后的喜悦，都具有巨大的学习价值。
总结环节	当听到毕达哥拉斯的故事时，有学生惊讶地说：“啊？数学家还研究音乐啊！”	这句话表明，本节课成功打破了学生心中“学科壁垒”的刻板印象，播下了跨学科思维的种子。

第三部分：学生反馈分析

1. 课后快速问卷调查(匿名):

问题 1: 你觉得用数学的方式来学音乐节奏有趣吗？

结果：85%选择“非常有趣”，10%选择“有点有趣”。

分析：绝大多数学生对这种跨学科方式抱有极高的接受度和兴趣。

问题 2: 哪个活动让你觉得最新奇、印象最深？

结果：30%选择“用图形拼节奏”，25%选择“找节奏里的规律”，45%选择“斐波那契节奏挑战”。

分析：“斐波那契”挑战因其挑战性，成为了学生记忆点，尽管有难度，但留下了深刻印象。

问题 3: 学了这节课，你觉得音乐和数学有关系吗？是怎样的关系？

典型的学生回答：有关系，节奏就是数学规律、音乐好听是因为有数学那种整齐的感觉、数学是音乐的秘密。

分析：学生的回答表明，他们不再认为两者无关，并能用“规律”、“整齐”、“秘密”等词描述其关系，抽象的理念已转化为他们自己的初步认知。

2. 个别访谈分析:

访谈音乐兴趣浓厚的学生 A: 我以前只是觉得好听，现在发现节奏像搭积木一样，有规律可以找，以后我记节奏可能更快了！

分析：该生从感性欣赏上升到了理性分析，数学文化为其提供了新的学习视角。

访谈数学成绩较好的学生 B: 那个斐波那契节奏有点难，5 拍子老是卡不准。但我觉得特别酷，原来数学数列真的能变成音乐！

分析：该生体验了如何将抽象的数学知识应用于艺术创作，强化了数学的应用价值和美学价值，对其数学学习也是一种正向激励。

本次教学实践成功地将数学文化理念融入了音乐节奏教学:

1. 理念转化成功: 抽象的“数学文化”被转化为具体的数列、可视化图形, 变得可触摸、可听见、可演奏。
2. 双学科共赢: 数学让节奏训练更有逻辑、更高效; 音乐为数学提供了情感化和艺术化的表达出口, 让数学变得生动有趣。
3. 教学关键点:
 - (1) 切忌生搬硬套: 融合要自然, 服务于音乐教学目标, 不能变成数学课。
 - (2) 强调体验而非掌握: 对斐波那契等内容, 目标是体验和感受, 而非掌握数列本身。
 - (3) 教师自身需提升: 教师需要对数学文化有一定了解, 才能巧妙设计环节。

这个方案为“数学文化”与“美育”的融合提供了一个可观摩、可借鉴的范本, 同样适用于美术、舞蹈等学科的综合教学实践中。

4. 数学文化理念对于教师教育实践的创新启示

4.1. 加强多个学科中的互联作用

数学文化所包含的内容丰富, 所涵盖的范围广, 是对数学知识的高度概括, 教师通过融入数学文化到教学中, 将教学内容设计为理论和应用两大块[6], 有助于更高效地激发学生兴趣, 提升课堂的教学效果。比如, 在不定积分教学过程中通过介绍积分符号的引入者——莱布尼兹, 引入积分符号是求和“Sum”中“S”的拉长, 进而通过数学文化渗透激发学生学习的兴趣, 深化学生微积分学的理解和把握[7]。值得注意的是, 数学文化的适用性不局限于数学教室内, 那么其数学文化的提升也不应局限在教室内。此外, 数学中的抽象思维训练培养了人们概括现象和发现规律的能力, 推动了其他学科, 如物理、计算机科学、经济学等领域的理论创新。目前多学科融合已然是时代大势, 数学与不同学科结合起来, 无论是开展教学活动, 还是在与生物学、经济学、环境科学等众多学科的实际应用中, 其文化理念的贯彻都将得到更多层次的具象化表现。社会和学校可以通过跨学科的项目和案例研究, 帮助大家看到数学文化平台在现实世界中的广泛应用, 从而激发群众的实践动力。

4.2. 提高对问题解决和批判性思考的重视

文化需要批判的目光与辩证的审视, 检验一种文化理念正确与否最好的方法就是用实践这一标准。微积分文化素质要通过解决现实中的问题, 增强大家的批判思维和问题处理能力。在教学与实践中, 带着理念与现实问题不断比照, 在行中知在知中行。教学上, 小学教师在实践中可以不断反思如何通过音乐教学激发学生对数学的兴趣, 并结合高等数学中的文化内涵进行创新改进。例如, 在教学中通过音乐分析推动学生对抽象数学概念的理解, 并鼓励他们与数学与日常生活、艺术创作相结合。同样地, 高校教师可以通过设计一系列具有挑战性的问题, 鼓励学生运用微积分技巧去探索创新的答案, 增强数学能力的同时, 也能提升面对实际问题时的自信和应对能力。创新的教学实践需要持续的评估和反馈, 教师可以通过多种形式(如学生作品展示、问题讨论、课堂表现等)评估学生对数学文化理念的掌握程度, 并在此基础上调整教学策略, 进而提高对问题解决的能力。

4.3. 持续的学习与个人成长

文化是发展性的, 不论是通过网络课程、实践工作坊还是其他实际应用方式, 都应保持自身的持续学习。在教师教育中, 鼓励学生理解音乐背后的数学原理, 可以激发他们对数学结构和形式美的兴趣; 通过音乐中的即兴创作或编曲活动, 激发学生的创造力, 同时鼓励他们在数学学习中发散思维, 寻找多

样的解题方法;音乐教学中的听觉、视觉、触觉(如乐器演奏)相结合的多感官体验,可以帮助学生加深对数学概念的理解;小学音乐教育通过旋律、节奏的体验,培养学生的时间感知、空间感知和模式感知,这对数学中时间序列、几何、代数等内容的学习有助益。教师可以通过音乐教育启发学生在数学学习中的直觉与感知。特别地,对于小学教师而言,可以在音乐和数学的教学中融合这两者,例如通过引导学生分析音乐的和声进程,推导出其内在的数学逻辑关系。在教师教育实践中,可以通过探讨音乐中的艺术表达来帮助学生理解数学语言的精炼和美感,培养学生用数学表达问题的能力。对于高校教师而言,可以尝试设计音乐与数学的跨学科课程。例如,通过音乐的节奏教学引入数列、比率等数学概念;通过乐谱的符号体系,启发学生对数学符号的理解。这种跨学科教学模式不仅丰富了课堂内容,还可以激发学生对不同学科的综合理解能力,创新教学实践。此外,生生互动对学生成长的意义重大,教师要注重学生之间的交往,让学生在互动交流中接触多元观点,体验不同感受,进一步促进自我发展[8]。所以,培养终身学习的能力,持有终身学习的观念,才能在学科融合的大趋势下维持其竞争优势,在个人职业生涯和社会整体发展中更好地应对各种新的技术和挑战。

4.4. 扩大国际的视角并促进文化的互动

国际合作项目和交流活动,是了解不同国家的教育体系和教学方式,从而掌握微积分在全球范围内的教育和应用情况的好途径。微积分在不同地区所体现的文化属性和应用侧重并不相同,在国际交流的大背景下,许多来自不同学校,不同专业或从事不同职业的微积分研究者参与了这项活动,并且获得了一些关于微积分的知识和技能。这种经历不仅有助于扩展微积分学习者的知识视野,还能加深我们对各种数学教育传统和文化背景的认识。

5. 结语

小学音乐和高等数学之间的数学文化理念为教师提供了创新教育实践的丰富启示。将数学文化融入到教学过程中,对于教师的教学可以起到一定的促进作用[9],通过抽象与结构性、创造与逻辑、感知与思维的融合,教师可以在跨学科教学中激发学生的创造力和思维能力。在教师教育中,这种理念的实践有助于推动教学改革,培养学生的综合素质与学科素养。高等数学作为通识课程不仅承担着传播数学知识、提升学生数学能力以及培养学生优秀数学品质的重任,还肩负着传承数学文化的使命。以学生为主体,教师从旁指导,充分发挥学生的主观能动性、自主探索和开拓创新的能力,成为能够真正利用所培养的数学逻辑思维能力解决实际问题的新时代学生。因此,教师在后续的教学过程中需要不断地优化教学模式,注重提高教学效果。

参考文献

- [1] 潘小明. 数学文化的理解及教学[J]. 教育实践与研究(中学版), 2009(6): 39-42.
- [2] 黄友初. 微积分教学中融入数学文化的行动研究[D]: [硕士学位论文]. 金华: 浙江师范大学, 2007.
- [3] 中华人民共和国教育部, 制订. 普通高中数学课程标准: 实验[Z]. 2003.
- [4] 幸克坚, 杨梅. 论数学文化[J]. 遵义师范学院学报, 2013, 15(6): 73-76.
- [5] 吴强, 李建平. 在大学数学教学中融入数学文化的思考[J]. 湖南工业大学学报, 2010, 24(2): 61-64.
- [6] 肖莉, 周燕, 丁仕虹, 杨志程. 融合思政教育的高校数学公共基础课程创新实践[J]. 教育进展, 2024, 14(11): 369-375.
- [7] 吴楚升. 试析数学文化在微积分教学中的渗透[J]. 科教文汇(中旬刊), 2019(17): 68-69.
- [8] 李紫绮. 符号互动论视角下的中小学音乐美育教学思考[J]. 教育进展, 2024, 14(1): 688-693.
- [9] 杨玉梅, 戴阔斌, 王雪君, 冯亮. 数学文化对数学教学的影响[J]. 创新教育研究, 2023, 11(7): 1818-1822.