

基于弗兰德斯互动分析系统的高中数学函数课堂导入部分师生互动研究

卢兰梅

苏州科技大学, 数学科学学院, 江苏 苏州

收稿日期: 2025年9月5日; 录用日期: 2025年10月4日; 发布日期: 2025年10月13日

摘要

课堂教学在互动中推进, 高效课堂互动不仅是教育改革、教学转型的要求, 也是教师追求专业发展的要求。本研究以弗兰德斯互动分析系统作为测量工具, 通过课堂观察法对五位高中数学青年教师的课堂实录进行课堂观察和量化分析, 并结合课堂实录对课堂互动特征进行质性分析, 概括总结高中数学课堂互动行为特征, 针对存在问题提出教学优化建议。

关键词

师生互动, 弗兰德斯, 高中数学, 课堂录像

A Study on Teacher-Student Interaction in the Introduction Phase of High School Mathematics Function Classes Based on Flanders Interaction Analysis System

Lanmei Lu

School of Mathematical Sciences, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou Jiangsu

Received: September 5, 2025; accepted: October 4, 2025; published: October 13, 2025

Abstract

Classroom teaching progresses through interaction, and effective classroom interaction is not only a requirement for educational reform and teaching transformation but also a pursuit of teachers'

文章引用: 卢兰梅. 基于弗兰德斯互动分析系统的高中数学函数课堂导入部分师生互动研究[J]. 教育进展, 2025, 15(10): 473-482. DOI: 10.12677/ae.2025.15101858

professional development. This study employs the Flanders Interaction Analysis System as a measurement tool to conduct quantitative and qualitative analyses of classroom recordings from five young high school mathematics teachers. Through classroom observation and data analysis, the characteristics of teacher-student interactions in mathematics classrooms are summarized. The research reveals that while current classroom atmospheres tend to be student-centered, students' initiative in constructing mathematical knowledge remains limited. Teachers predominantly use direct influence through lecturing and questioning, with relatively insufficient indirect influence, such as praise and acceptance of student ideas. Additionally, teacher feedback tends to be simplistic. Based on these findings, practical teaching suggestions are proposed to optimize classroom interaction and enhance student engagement.

Keywords

Teacher-Student Interaction, Flanders, High School Mathematics, Classroom Video Recording

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 研究背景

《普通高中数学课程标准(2017 年版)》提出：教师教学中应尝试以解决问题为手段，发展学生数学学科核心素养，侧重对数学概念的理解、知识体系的建立，提高数学问题的表述、表达、相互交流以及解决数学问题的能力[1]。2001 年《基础教育课程改革纲要(试行)》强调要转变课程过于注重知识传授的倾向，使获得基础知识与基本技能的同时学会学习，形成积极主动的学习态度与正确的价值观。钟启泉指出教育改革的核心环节是课程改革，课程改革的核心环节是课堂教学。曹一鸣教授按重要性对课堂教学行为进行了分级研究，提炼出 16 个关键教学行为，其中师生互动位于第一位。为此对师生互动的探究也成为了课堂教学研究的重中之重[2]。

弗兰德斯互动分析系统是美国学者弗兰德斯提出的一种课堂行为分析技术，主要包括三部分，分别为描述课堂互动行为的编码、观察和记录编码的判断标准以及用于显示数据、进行分析、实现研究目的的矩阵表格。它改变了传统课堂观察方式，解决了有目的的捕捉师生行为但依然会存在观察盲点，或依据个人主观偏好判断评估课堂互动等问题，使研究数据结果更为直观、客观，提高了课堂观察的科学性和准确性。它具有强烈的结构化、量化研究的特点，在数十年的应用中，表现出对课堂教学细节进行分析的异乎寻常的技术性功能[3]。

2. 研究方法与过程

(一) 研究方法

本文研究方法主要采用文献研究法、录像分析法、课堂观察法、比较研究法和定量分析法。

1. 文献研究法：查阅、整理、分析文献资料，仔细阅读核心期刊、出版著作、硕博士论文以了解国内外研究现状，在已有的研究成果基础上深入、完善，力求有所创新。

2. 录像分析法：由于课堂教学的复杂性，研究者要想关注到课堂的所有细节是很困难的，课堂录像作为研究师生互动的工具弥补了研究者观察课堂的片面与主观性，本研究通过录像分析法对师生互动展开研究，把新知导入部分的教学过程转化为文字实录，根据弗兰德斯互动分析系统分析方法对一节新课

知导入部分的教学行为进行分类、编码[4]。

3. 课堂观察法：指研究者或者观察者带着明确的目的，对课堂情境中的资料进行收集，并通过资料进行相应的研究。研究者通过视觉器官或是听觉器官，并且借助研究工具，对与研究内容相关的资料进行收集，并且加以分析，最后得出结论。

4. 比较研究法：通过观察事物本身往往很难认清其本质与自身存在的特点，因此还需要将其与其相关事物放在一起进行比较，将原本孤立的事物放置与之相联系的事物中去才能发现其本质属性与非本质属性，做到更全面深入的认知与了解。

5. 定量分析法：对于研究对象的数量特征、数量关系与数量变化进行分析的方法。教育研究中的定量分析，其功能在于揭示教育现象中的相互作用和关系。

本研究结合五位青年教师的课堂实录与研究数据，简单分析高中数学课堂师生互动行为特征，并提出合理化的建议。

(二) 研究工具

弗兰德斯互动分析系统是由美国学者弗兰德斯提出的一种课堂互动行为分析技术。弗兰德斯认为，课堂教学活动主要是以语言形式进行的，语言互动是能够明确观察的，所以对语言互动进行编码比较方便和客观，弗兰德斯互动系统采取了对课堂中的语言互动进行编码。弗兰德斯互动分析系统主要是用于研究课堂教学中教学语言，并在此基础上研究教师在教学情景中的教学行为和师生互动事件，对课堂上的师生互动行为进行分析[5]。

弗兰德斯互动分析系统将课堂上的语言互动分为教师语言、学生语言 and 无效语言三类共 10 种情况。分别编码 1~10 进行表示，其中编码 1~7 表示教师的言语行为；编码 8~9 表示学生的言语行为；10 表示无效言语行为。弗兰德斯互动行为编码表“见表 1”。

Table 1. Flanders Interaction Analysis System (FIAS)
表 1. 弗兰德斯互动行为编码表

行为		编码	内容
教师语言	间接影响	1	接纳感受
		2	表扬鼓励
		3	采纳学生观点
		4	提问
	直接影响	5	讲授
		6	指令
		7	批评或维护权威
学生语言	8	学生被动回答	
	9	学生主动回答	
沉寂或混乱	10	沉寂或混乱	

(三) 研究过程

1. 选取观察样本

本研究选取了五位青年教师的公开课视频，都是高中数学函数主题下的概念课。甘肃的甄荣老师(X₁)和福建的唐传祯(X₂)老师，他们的课题是函数的单调性。广西的王学健老师(Y)的课题是单调性与最值。上海的刘瑞雪老师(Z)的课题是函数的奇偶性。四川的魏静老师(W)的课题是函数的极值与导数。

2. 课堂观察数据记录方法

数学课堂师生互动分析系统遵循弗兰德斯分析系统方法，按照时间抽样法，每 3 秒钟对课堂教学情况取一次样本。按照时间顺序，将编码记录在表中，一节课有 300 个编码。表中的一个记录点表示每隔 3 秒记录的一种行为，每个横行记录 1 分钟内的 20 个行为，竖列表示课程的分钟数。

3. 课堂互动行为分析方法

依据课堂观察记录表，统计频数，计算各项编码的比率以及教师言语比率、学生言语比率、沉寂比率、教师间接影响比率和直接影响比率。基于弗兰德斯对课堂结构分析的常模，可分析出课堂互动结构，教师与学生的语言比率反映了师生在课堂中的话语权，教师语言比率小于常模，表示教师将课堂话语权交给学生，从而反映出教师的非主导地位，课堂较为民主，沉寂比率可以反映出学生在课堂中自由探究问题的时间占比[6]。

以下是课堂互动语言的常模分析表，见“表 2”：

Table 2. Classroom interaction language norms analysis sheet
表 2. 课堂互动语言常模分析表

项目	常模
教师语言比率	68%
学生语言比率	20%
沉寂比率	11%~12%
师生语言比率	3.4

3. 研究结果与分析

依据课堂观察记录表，经统计各项编码的比率“见表 3”：

Table 3. Coding category percentage distribution sheet
表 3. 各项编码的比率表

编码	X ₁	X ₂	Y	Z	W	均值
1	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
2	1.3%	1.3%	2.0%	4.3%	3.7%	2.5%
3	7.7%	12.3%	8.0%	1.0%	3.0%	6.4%
4	18.0%	21.7%	11.3%	11.3%	6.3%	13.7%
5	29.3%	36.0%	49.7%	45.0%	48.0%	41.6%
6	3.3%	1.3%	2.3%	8.7%	4.0%	3.9%
7	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
8	12.0%	8.7%	12.0%	12.3%	15.7%	12.1%
9	8.3%	11.3%	5.3%	1.7%	6.0%	6.5%
10	20.0%	7.3%	9.3%	15.7%	13.3%	13.1%

以弗兰德斯互动分析系统互动行为编码体系为依据，从课堂氛围总体特征、教师言语互动特征、学生言语互动特征三方面进行高中青年数学课堂互动行为特点分析[7]。

(一) 课堂氛围总体特征分析

根据教师、学生言语以及沉寂比率，得出课堂氛围呈现以下特点：

1. 师生言语趋于平等“见表 4”。

Table 4. Ratio of teacher talk, student talk, and silence
表 4. 教师、学生语言以及沉寂比率表

变量	X ₁	X ₂	Y	Z	W	均值
教师言语	60%	73%	73%	70%	65%	68%
学生言语	20%	20%	17%	14%	22%	19%
沉寂或混乱	20%	7%	9%	16%	13%	13%

呈现出中五个课例的课堂氛围参考变量数值，其中教师语言比率均值为 68%，其值等于常模，说明高中数学教师的教学方法还是以教师讲授为主，且学生言语比率为 19%，均值低于常模，师生语言比率为 3.5，高于常模，而实际课堂沉寂或混乱有一部分属于小组合作探究，原来传统“以教师为中心”的课堂正在向“以学生为中心”的课堂转变，青年教师都意识到要营造平等交互的课堂环境。

2. 数学情景创设生活化、多样化。五个课例中教师均倾向于利用课堂导入创设情境，情景个数为 3 至 4 个，且多从生活出发，有效调动学生学习的积极性，活跃课堂氛围。但是也存在情景深度不够或多余的情况，比如多个情景反映同一问题时造成的课堂时间浪费[8]。

3. 有效把握课堂节奏。通过上表发现沉寂或混乱比率均值为 13%，超出常模标准，但通过课堂实录视频不难看出五节课例几乎未出现混乱现象，主要是学生做练习以及教师演示教学视频组成，因此可以看出青年教师对于课堂节奏把握的比较好。

(二) 教师言语互动分析

统计五个课例教师言语互动行为中出现 1~7 编码的频数占教师语言行为总和的比率“见表 5”。

Table 5. Teacher verbal interaction behavior distribution
表 5. 教师言语互动行为比率表

编码	教师行为	X ₁	X ₂	Y	Z	W	均值
1	接纳感受	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
2	表扬鼓励	2.2%	1.8%	2.7%	6.2%	5.6%	3.7%
3	采纳学生观点	12.8%	17.0%	10.9%	1.4%	4.6%	9.4%
4	提问	30.2%	29.8%	15.5%	16.1%	9.7%	20.3%
5	讲授	49.2%	49.5%	67.7%	64.0%	73.8%	60.9%
6	指令	5.6%	1.8%	3.2%	12.3%	6.2%	5.8%
7	批评或维护权威	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

1. 课堂言语以正向的直接影响为主。五位教师的课堂言语以高频的发问和讲授为主，且教师经常认同或赞赏学生的观点，能够在一定程度上接纳学生的感受。相比之下，课堂上发出指令和负向语言的比率较为少见，五节课例教师也没有批评或维持纪律的严厉语句“见表 6”。

Table 6. Ratio of teacher direct to indirect influence
表 6. 教师直接、间接影响比率表

教师	X ₁	X ₂	Y	Z	W	均值
间接影响	45.3%	48.6%	29.1%	23.7%	20.0%	33.3%
直接影响	54.7%	51.4%	70.9%	76.3%	80.0%	66.7%

2. 教师提问形式化。教师提问环节的比率为 20.3%，通过实录视频可以看出多以“4-8-3”的序对组

合体现，说明教师提问并不频繁，且提问形式有一对一或者一对多，整个课堂主要以学生自主探究或者教师讲授为主。

3. 反馈结构单一。教师接受学生观点的比率均值为 9.4%表扬鼓励学生的比率均值为 3.7%，远低于教师提问的比率，可以看出教师往往在学生回答问题后直接进入下一环节，或者对学生的反馈回应只是口语化的“很好”以及重复正确答案或者偶尔的纠正[9]。

(三) 学生言语互动分析统计

统计五个课例学生言语互动行为中出现 8~10 编码的频数占学生语言行为总和的比率“见表 7”。

Table 7. Student language behavior distribution
表 7. 学生语言行为比率表

学生	X ₁	X ₂	Y	Z	W	均值
主动回答	29.8%	31.7%	45.0%	41.6%	44.8%	38.6%
被动回答	20.7%	41.5%	20.0%	5.6%	17.1%	21.0%
沉寂或混乱	49.6%	26.8%	35.0%	52.8%	38.1%	40.5%

1. 在本次课堂观察中，我们发现学生主动回答比率均值达到了 38.6%，而被动回答比率均值为 21%。这一数据清晰地表明，大部分学生能积极主动地参与到课堂学习之中。在课堂上，教师的提问方式多为面向全体学生的开放性发问，学生无需举手或起立，这种方式极大地消除了学生表达的障碍，让学生能更自然、更主动地分享自己的想法，从而有效地提升了主动回答的比率。

反观学生被动回答的情况，主要是由于教师为了推进教学进度，采取了随机抽取学生的方式。在这种情况下，被点到的学生不得不进行回答，这也解释了被动回答比率相对较低的原因。这种抽取方式虽然是为了确保教学节奏，但相较于主动回答，可能在一定程度上削弱了学生参与的积极性。总体而言，当前课堂模式在促进学生主动参与方面成效显著，但对于被动回答的引导机制，或许仍有优化的空间。

2. 学生处于混乱或沉寂的比率的均值为 40.5%，但是深入观察课堂实录后会发现，其中的大部分时间，学生并非处于真正意义上的混乱。实际上，他们正沉浸在热烈的合作探究之中，三五成群，各抒己见，思维的火花在彼此的交流碰撞中不断绽放。而那一小部分的沉寂时间，主要是在教师进行板书，此时，学生们大多在安静地整理笔记并且在脑海反复领悟新学的知识。由此可见，教师在课堂上运用了丰富多样的教学手段，充分激发学生的表达欲望，促使课堂氛围活跃而有序。

4. 结论

青年教师高中数学课堂师生互动特征分析，主要以弗兰德斯互动分析系统互动行为编码体系为依据，从课堂氛围总体特征、教师言语互动特征、学生言语互动特征三方面进行分析，得出以下结论：

1. 尽管课堂氛围呈现出以学生为主导的态势，教师也充分尊重学生的情绪和态度，全方位体现了以学生为本的教育理念，但不可忽视的是，在高中函数课堂上，建立函数知识框架的过程中，学生的主动性仍显薄弱。为有效改善这一状况，教师需切实做到认真倾听学生的回答，并及时给予精准且积极的反馈。这种反馈对提高学生主动性而言，是一种正向强化。当学生察觉到教师真诚接纳自己的想法与观点时，他们会更主动地投入思考、踊跃提问。

除此之外，教师在课堂上必须高度关注学生的回答内容。在抛出问题后，要敏锐捕捉学生表达中暴露出的思维漏洞[10]。这不仅要求教师仔细聆听，更要深入分析学生思维的轨迹，从而给予针对性的指导。与此同时，教师还应凭借丰富的教学经验，依据学生的表达挖掘出更多深层次的信息。通过增加与学生互动的深度，教师能够听到更多不同的声音，实现与学生在心灵层面的双向奔赴。

与此同时,教师要擅长运用鼓励与引导的教学策略,致力于营造出愉悦、宽松的课堂氛围。在这样的环境下,学生能够放下心理负担,更加积极地与教师展开互动。无论是在小组讨论、课堂提问还是答疑解惑环节,教师都应以亲切的态度、鼓励的眼神激发学生的参与热情,让学生在轻松的氛围中主动探索数学的奥秘,逐步提升在数学课上的主动性与积极性。

2. 教师通过直接影响的教学方式,引导学生在对函数概念的深入剖析之中,一步步拨云见日。比如在讲解函数的定义域与值域这一重难点时,教师会详细地分析每一个函数表达式的特征,从最基础的一次函数到复杂的复合函数,逐步引导学生理解不同函数定义域和值域的确定方法。通过这样的方式,学生能够高效地突破自身的困惑,帮助教师顺利解决教学内容的重点与难点,确保教学计划按时完成。

而间接影响的教学方式,则在培养学生的数学思维方面发挥着关键作用。它能让学生的学习过程中生发新的点悟,深入理解所学内容。在高中函数课堂中,教师尤其要注重语言中的间接影响。这就需要增加对学生提问的部分,通过问题引导,激发学生深入思考,培养他们的逻辑思维能力。

同时,丰富表扬鼓励和接受回答的言语行为也至关重要。当学生回答出具有创新性的解题思路时,教师可以给予真诚的表扬;当学生回答错误时,教师也应以包容的态度接受,并耐心引导,通过这样的方式,不断增强学生的学习自信[11]。

3. 在高中数学课堂教学中,师生问答模式呈现出以“开放性问题转化为封闭性问题”为主的显著特征。数学课堂犹如一场围绕问题展开的思维盛宴,学生在教师精心设计的问题引导下,逐步深入地经历建立数学概念的过程,进而深刻体会数学所蕴含的抽象思维,最终回归到数学的本质核心。

在这一过程中,学生对封闭性问题的回答展现出较为积极主动的态度。这类问题往往目标明确、范围清晰,学生能够迅速定位思考方向,凭借已有的知识和经验快速作答。然而,当面对教师提出的开放性问题时,学生的应答能力则相对较弱,开放性问题通常具有较大的思维空间和探索性,需要学生具备较强的知识迁移能力和发散思维,这对学生而言具有一定的难度。

因此,为切实提高学生解决数学问题的能力,教师在开放性问题的教学环境中,需要更加注重引导和追问。当提出开放性问题后,教师可以通过逐步引导,帮助学生梳理思路。通过这样层层递进的引导和追问,让学生在思考过程中不断磨练能力,逐步建立起解决问题的思维模式。从最初面对开放性问题时的迷茫无措,到能够有条理地分析问题、寻找解决方案,学生在教师的精心指导下,逐渐掌握解决数学问题的有效方法,提升数学素养,更加自信地遨游在数学知识的海洋中。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学标准[M]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [2] 曹一鸣, 于国文. 中学数学课堂教学行为关键性层级研究[J]. 数学教育学报, 2017, 26(1): 1-6.
- [3] 佐斌. 师生互动共同发展——论新课程倡导的教学观[J]. 湖北教育: 政务宣传, 2002(11): 6-7.
- [4] 亢晓梅. 师生课堂互动行为类型理论比较研究[J]. 比较教育研究, 2001(4): 42-46.
- [5] 张海. 弗兰德斯互动分析系统的方法与特点[J]. 当代教育与文化, 2014, 6(2): 68-73.
- [6] 黄兴丰, 庞雅丽, 李士锜. 数学课堂教师教学行为的继承和发展——3 节录像课的比较研究[J]. 数学教育学报, 2009, 18(6): 54-57.
- [7] 黄荣金. 国际数学课堂的录像研究及其思考[J]. 比较教育研究, 2004(3): 39-43.
- [8] 杨新荣. 好的数学课堂教学构成探究——九个初中数学教师的观点[J]. 数学教育学报, 2010, 19(3): 26-31.
- [9] 于国文, 曹一鸣, David Clarke, Man Ching Esther Chan. 师生互动的实证研究: 中芬法澳四国中学数学课堂中的师生互动[J]. 全球教育展望, 2019, 48(1): 71-81.
- [10] 叶子, 庞丽娟. 师生互动研究述评[J]. 学前教育研究, 2009(3): 44-48.
- [11] 李中华, 孔凡哲. 数学课堂教学问题诊断与改进案例研究[J]. 中国教育学报, 2011(11): 66-69.

附 录

函数单调性——甄荣 X₁

X ₁	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	10	6	8	6	4	9	5	5	9	5	4	9	5	5	5	4	8	8	6	5
2	5	4	8	8	5	5	4	8	8	3	4	4	8	8	8	8	2	5	5	5
3	5	5	5	5	5	5	5	5	10	10	10	10	10	5	5	5	5	5	6	6
4	10	10	10	10	10	10	6	6	10	5	5	5	4	8	8	3	4	8	8	3
5	4	4	8	8	8	4	8	8	8	8	8	8	8	3	3	3	3	2	5	5
6	4	4	4	10	5	5	4	9	3	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
7	6	10	4	9	4	9	3	4	8	8	8	3	3	3	5	5	5	5	5	5
8	4	4	4	4	4	4	4	4	9	9	3	9	9	9	9	9	9	9	9	9
9	9	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
10	5	5	5	5	10	10	10	10	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	9	9
11	5	5	9	2	5	5	5	5	5	4	4	4	10	4	9	4	8	8	3	4
12	8	3	4	5	9	5	4	9	4	8	8	3	3	2	5	5	5	4	9	3
13	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	10	6	10	10	10	10	10	10	10	10
14	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	6	5	10
15	10	4	8	8	8	3	3	3	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	10

函数单调性——唐传祯 X₂

X ₂	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4
2	4	10	10	10	4	9	9	9	3	4	8	8	8	3	3	4	8	8	8	3
3	8	8	8	3	4	10	9	9	4	4	8	4	4	8	8	8	8	2	3	3
4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10	10	4	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10	5	5	4	4	4
6	10	10	4	8	8	8	3	3	8	8	3	3	8	3	2	3	3	4	4	4
7	6	6	10	10	5	5	5	5	5	4	4	4	9	4	4	5	5	5	4	4
8	4	4	4	4	9	3	9	3	3	9	3	9	3	3	9	3	9	3	9	4
9	4	4	4	9	4	8	8	3	3	5	5	5	5	5	2	5	5	5	5	5
10	5	4	4	9	6	8	8	8	3	3	3	9	3	9	9	3	3	9	9	9
11	3	9	3	3	9	3	9	3	2	5	5	5	10	10	5	5	10	10	10	5
12	5	5	5	5	5	10	10	10	4	4	4	4	4	4	9	4	9	3	5	5
13	5	5	5	5	9	5	5	4	9	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	6
14	4	4	10	4	9	4	5	5	4	9	4	9	5	5	5	9	5	5	5	5
15	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10	10	5	9	4	3	5	5	5	9	5

最值与单调性——王学健 Y

Y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	10	6	8	6	5	5	5	5	5	5	4	3	4	4	4	9	9	9	3	3
2	3	5	5	4	9	5	4	10	4	4	10	4	5	5	5	5	5	5	5	5
3	4	9	3	4	9	3	4	9	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4
4	4	4	4	6	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
5	10	10	6	6	4	8	8	8	3	8	8	8	8	3	8	3	3	4	8	8
6	8	8	8	8	8	3	3	3	3	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
8	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	9	4	9	4	9	2	4	4	10	10
9	8	8	3	2	5	2	8	3	3	8	8	8	8	3	5	5	5	5	10	4
10	10	4	9	3	5	5	5	5	4	9	2	3	5	5	5	4	8	4	8	5
11	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	9	2	5
12	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	10	4	10	8	8	8	5	5	8	8
13	8	8	3	8	8	3	8	8	3	6	2	4	9	5	5	5	5	5	5	5
14	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10	4	9	5	5	5
15	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	9	5

函数的奇偶性——刘瑞雪 Z

Z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	10	6	8	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10	5	5	5	5	5
2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
3	6	6	6	4	8	8	8	8	2	4	8	8	8	8	6	5	5	5	5	5
4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	4	4	8	8	8	8	8	2	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	6	8	3
6	4	4	4	4	8	8	2	4	4	4	4	8	2	5	5	4	4	8	2	5
7	5	5	5	5	4	4	4	8	8	2	6	4	4	4	9	9	2	5	5	5
8	5	5	4	4	4	10	6	6	6	6	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
9	10	10	10	10	10	10	10	6	6	8	8	2	3	3	2	5	5	5	5	5
10	5	5	5	5	5	5	5	4	9	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
11	5	5	5	5	10	5	6	5	10	5	5	5	5	5	5	5	4	4	9	2
12	10	10	10	5	5	5	5	5	5	5	5	10	10	5	5	5	5	5	5	5
13	5	5	5	5	4	4	4	4	4	9	2	5	5	5	6	6	6	6	6	10
14	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	2	2	6	6	10	10	6
15	10	10	10	10	6	6	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8

函数的极值与导数——魏静 W

W	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	10	6	9	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	2
2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	9	5	9	5	5	5	5	5
3	5	5	5	6	5	9	9	2	5	5	9	5	5	9	3	4	9	3	6	5
4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	10	10	10	10	10	10	5	5	5	5	5
6	5	5	5	4	4	4	8	8	8	8	8	8	2	5	5	5	5	5	5	5
7	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	10	10	10	10	10	10	10	10	10
8	10	10	6	8	8	8	8	8	8	8	4	8	8	3	8	8	3	4	8	8
9	8	8	8	8	8	8	8	3	3	8	8	8	8	8	8	8	8	10	2	2
10	4	9	5	5	5	5	9	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	10	10
11	6	10	10	10	10	10	10	6	4	8	8	8	8	8	8	2	2	6	8	8
12	8	8	8	8	8	2	2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	9	2	5
13	5	5	5	5	4	9	4	10	10	10	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
14	5	5	10	5	5	5	5	5	4	9	4	9	9	2	5	4	9	3	4	9
15	3	4	9	3	5	5	5	5	4	10	4	6	10	10	10	10	10	10	10	10