Published Online October 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae https://doi.org/10.12677/ae.2025.15101901

"现代信号处理"中小波变换案例教学 探索与实践

赵妙颖*, 焦 智, 王俊红, 宋云红

北华航天工业学院, 电子与控制工程学院, 河北 廊坊

收稿日期: 2025年9月8日; 录用日期: 2025年10月9日; 发布日期: 2025年10月16日

摘要

"现代信号处理"是电子与通信工程、信息与通信工程等专业研究生的一门重要专业基础课。针对《现代信号处理》中小波变换知识板块教学面临的问题,提出了小波变换的案例教学法。本文先介绍了小波变换案例教学的课程设计方案,然后对理论知识讲授、典型案例分析、翻转课堂等各环节教学内容进行了详细阐述。通过引入实践案例与翻转课堂教学形式,提高了研究生课堂参与度,培养了研究生的自主学习能力、知识应用能力与工程实践能力。

关键词

现代信号处理,小波变换,案例教学,教学方法

Exploration and Practice of Case Teaching on Wavelet Transform in "Modern Signal Processing"

Miaoying Zhao*, Zhi Jiao, Junhong Wang, Yunhong Song

School of Electronic and Control Engineering, North China Institute of Aerospace Engineering, Langfang Hebei

Received: September 8, 2025; accepted: October 9, 2025; published: October 16, 2025

Abstract

Modern Signal Processing is an important foundational course for graduate students majoring in Electronic and Communication Engineering, Information and Communication Engineering, and

*通讯作者。

文章引用: 赵妙颖, 焦智, 王俊红, 宋云红. "现代信号处理"中小波变换案例教学探索与实践[J]. 教育进展, 2025, 15(10): 781-792. DOI: 10.12677/ae.2025.15101901

other related fields. In response to the problems faced in teaching the section of wavelet transform in Modern Signal Processing, a case teaching method is proposed. The article first introduces the course design scheme of wavelet transform case teaching, and then elaborates on the teaching content of various links such as theoretical knowledge teaching, typical case analysis, flipped classroom, etc. By introducing practical cases and flipped classroom teaching methods, the participation of graduate students in the classroom has been improved, and their self-learning ability, knowledge application ability, and engineering practice ability have been cultivated.

Keywords

Modern Signal Processing, Wavelet Transform, Case Teaching, Teaching Methods

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



Open Access

1. 引言

"现代信号处理"是电子与通信工程类专业研究生的重要学位基础课,主要讲授现代最新平稳和非平稳信号处理方法的基本原理与工程应用。国内已有多所高校针对该门课程开展了教学研究改革与实践,并取得了一系列成果。中国地质大学制作了教学演示系统,可实现平稳随机信号相关函数估计、功率谱估计、维纳滤波、卡尔曼滤波、自适应滤波、信号抽取和插值等教学内容的程序演示[1]。广西工学院通过建设 MATLAB 教学示例强化课堂实践环节,包括"信号有效记录长度对信号频谱分析的影响"、"维纳滤波器对检测信号的降噪作用"、"卡尔曼滤波器在直流伺服电机系统控制中的应用"、"自适应工频陷波器的设计"等[2]。西北师范大学在 MATLAB 教学实例库基础上开发了线上线下混合式学习平台[3]。还有一些高校开展了案例制教学改革与实践。例如天津工业大学探讨了案例库教学的规范与构建方法[4];中国矿业大学研究了"线上 + 线下"的混合教学模式下课程案例教学设计[5];合肥工业大学阐述了现代信号处理课程中的具体案例设计,包括"线性预测在语音信号处理中的应用"、"自适应滤波在信道均衡中的应用"、"粒子滤波在视觉目标跟踪中的应用"等[6]。纵观以上课程教改内容可以发现,大多数课程案例设计均侧重于现代滤波技术和谱分析方法,对于小波变换教学模块的研究不足。

小波变换是非平稳信号分析的重要数学工具,在信号处理、图像处理、模式识别等技术领域具有广泛的应用,也是"现代信号处理"课程的重要知识点之一。小波变换涉及一系列复杂的数学概念和原理,如傅里叶变换、滤波器组、时频分析等。研究生在学习时,往往难以深入理解这些概念,以及它们在小波变换中的作用和意义。同时,小波变换的性能在很大程度上依赖于选择的小波基函数。不同特性的小波基函数适用于不同的信号类型和处理需求。如何根据具体应用场景选择合适的小波基函数也是小波变换应用中的一个难点。此外,小波变换的实际应用通常需要编程实现,这就要求研究生不仅掌握小波变换的理论知识,还需具备一定的编程能力。综上所述,小波变换既是"现代信号处理"课程教学中的重点,也是研究生学习过程中的难点。

针对以上问题,本课程在小波变换章节进行了案例法教学设计,以填补现代信号处理课程案例设计中小波变换教学模块的不足,为该模块案例教学提供思路。课程首先讲授小波变换的基础理论,然后结合图像去噪实例介绍小波变换的应用,之后拓展到小波变换的新方法与新技术,重点讲授了最新经验小波变换方法,并对其在故障诊断中的工程应用案例进行了分析,最后以翻转课堂形式引导研究生自主探

索小波变换相关方法的应用案例并编程实现。

2. 小波变换基础理论

(一) 小波变换的引出

短时 Fourier 变换和 Gabor 变换都属于加窗 Fourier 变换,即都是以固定的滑动窗口对信号进行分析。随着窗函数的滑动,可以表征信号的局域频率特性。但这种时域等宽的滑动窗处理一般多适用于平稳信号分析,而对于快速变化的非平稳信号处理效果较差。许多自然信号(如语音、图像等)及工程信号(振动信号、地震勘测信号等)都属于非平稳信号。这类信号在低频端应具有较高的频率分辨率,而在高频端的频率分辨率可以较低。所以,对于这类非平稳信号的线性时频分析,应该在时频平面不同位置具有不同的分辨率,即一种多分辨率分析方法。小波变换就是一种多分辨率分析方法,其目的是既要看到森林(信号的概貌),又要看到树木(信号的细节)。

(二) 小波变换基本原理

平方可积函数 s(t) 的连续小波变换[7]定义为

$$WT_{s}(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi^{*} \left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$
$$= \langle s(t), \psi_{a,b}(t) \rangle, a > 0$$
(1)

式(1)中, $\psi_{a,b}(t)$ 称为小波变换的基函数,有

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{2}$$

其中, 常数 a 和 b 分别称为尺度参数和平移参数。

对于给定的窗函数 $\psi(t)$,若尺度参数a>1,则基函数将窗函数拉伸,窗口的时宽增大,相应的频带宽度变小,频率特性压缩;而a<1则窗函数压缩,窗口时宽减小,对应的频带宽度增大。尺度参数a大对应低频端,频率分辨率较高、时间分辨率低;尺度参数a小对应高频端,频率分辨率低、时间分辨率高。平移参数b则是使小波基函数滑动。在参数a和b的共同作用下,小波变换既可以实现对信号的全局分析,也可以实现对信号局部细节的分析。

在用小波变换重构信号时,需对小波进行离散化处理。离散化的尺度参数a和平移参数b分别记作

$$a = a_0^j \qquad b = k \, a_0^j b_0 \tag{3}$$

离散小波 $\psi_{ik}(t)$ 为

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} t - k b_0)$$
(4)

离散小波变换 $WT_f(j,k)$ 为

$$c_{j,k} \triangleq WT_f(j,k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{j,k}^*(t) dt = \langle f, \psi_{j,k} \rangle$$
 (5)

其中, c_{ik} 为小波系数。小波变换信号重构公式为

$$f(t) = c \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(t)$$
(6)

其中, c是与信号无关的常数, 常取 c=1。

3. 小波变换的应用——图像去噪

作为一种信号分析的强大数学工具,小波变换被广泛应用于各个领域,如图像处理、语音信号处理、数据压缩、地震勘探、工业设备故障诊断、医学影像分析、大气与海洋波分析等。课程以图像去噪为典型案例,介绍小波变换的具体应用实现。

3.1. 基于小波变换的图像去噪方法

图像去噪是一种图像处理技术,旨在保留图像中的有用信息,减少或消除噪声,提高图像质量。利用小波变换的多尺度分析能力,可以在不同分辨率层次上识别和去除噪声。小波变换图像去噪的基本原理[2]是:含噪图像信号小波变换后产生的小波系数含有信号的重要信息,其中有用信号经小波分解后产生的小波系数较大,而噪声信号的小波系数较小。选取一个合适的阈值,大于该阈值的小波系数是由信号产生的,予以保留;小于该阈值的小波系数则是由噪声产生的,置零,由此实现图像去噪。

基于小波变换的图像去噪流程如图 1 所示。

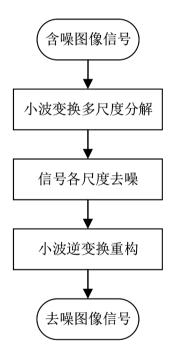


Figure 1. Wavelet transform image denoising flowchart 图 1. 小波变换图像去噪流程图

小波变换图像去噪的具体实现步骤如下:

步骤 1: 初始化小波基函数、分解层数、阈值,对含噪图像进行多尺度小波分解;

步骤 2: 对分解后的各尺度图像信号进行阈值处理,把属于噪声的小波系数去除,保留并增强属于信号的小波系数;

步骤 3: 对阈值处理后图像信号进行小波逆变换,重构得到去噪后图像信号。

3.2. 仿真实验

利用 MATLAB 软件对小波变换图像去噪算法进行了编程仿真实现。仿真实验用原始图像和含噪图像如图 2 所示。图 3 为小波变换去噪图像。表 1 为去噪后图像的峰值信噪比。



(a) 原始图像



(b) 含噪图像

Figure 2. Original image and noisy image 图 2. 原始图像和含噪图像



(a) 单尺度小波变换去噪图像



(b) 多尺度小波变换去噪图像

Figure 3. Wavelet transform denoising image 图 3. 小波变换去噪图像

Table 1. Peak signal-to-noise ratio of denoised images 表 1. 去噪图像峰值信噪比

	单尺度小波变换	多尺度小波变换
峰值信噪比(PSNR/dB)	72.9606	74.8234

对比图 3 和图 2(b)可以看出,相比于含噪图像,经小波变换去噪后的图像中高斯白噪声有所减少,图像更平滑,同时原图中的关键信息得以保留。表 1 去噪图像的峰值信噪比数据表明多尺度小波变换在图像去噪中的效果优于单尺度小波变换。

通过开展单层小波分解与多尺度小波分解图像去噪方法的对比实验,使研究生对小波变换在图像去噪中的应用效果有具象的认知,同时通过具体的视觉效果和客观数据感知多尺度小波变换相比于单尺度小波变换的优越性。

3.3. 教学实施与引导

本案例教学采取启发式与探究式相结合的教学方法,按照提出问题 - 分析问题 - 解决问题 - 归纳总结的路径开展教学活动。

在案例导入环节,给出含噪图像与原始图像的对比并提出问题:如何通过图像处理由噪声污染图像恢复出原图像?引导学生思考可采用的信号处理方法并进行提问。分析问题:根据学生作答情况回顾短时傅里叶变换与小波变换方法的特点,引出基于小波变换的图像去噪方法。

解决问题的过程,首先讲解小波变换图像去噪法的基本原理,然后通过 3.2 节的仿真实例,使学生通过实践进一步理解和掌握小波变换方法在图像去噪中的应用。在仿真实践过程中,学生可能遇到以下困难:算法程序代码实现;图像去噪效果不理想;去噪效果评估方法等。可有针对性地引导学生先实现简单的单层小波变换图像去噪,在此基础上完善多尺度小波变换;并引导学生通过修改小波基、阈值等参数修正图像去噪效果。在去噪效果评价方面,除学生提出的直观观察、分析信噪比以外,引导学生采用对比分析法,通过比较 DFT 与 WT 的去噪效果,验证小波变换在图像去噪中的优越性。

课程的最后进行归纳总结,并以课后作业的方式让学生自主探索实现基于小波变换的彩色图像去噪。

4. 小波变换的新方法——经验小波变换

经验小波变换(Empirical Wavelet Transform, EWT)是 Jerome Gilles 于 2013 年提出的一种自适应信号分析方法。该方法以小波理论为基础,将信号表示为一些在 Fourier 频谱具有紧支撑的单分量调幅 - 调频信号之和,通过检测每个单分量的 Fourier 频谱段自适应地构造经验小波分解信号。与传统小波变换相比,经验小波变换能够自适应地分解信号,不需要预先设定基函数和尺度参数,减少了参数选择的复杂性,更适用于传统小波变换难以处理的复杂信号。

4.1. 经验小波变换算法

经验小波变换算法的具体实现步骤[8]如下:

步骤 1: 计算输入信号 f(n) 的傅里叶变换。

步骤 2: 以 ω_n 为边界,将 Fourier 频谱 $F(\omega)$ 在 $[0,\pi]$ 划分为 N个连续段落,其中 $\omega_0 = 0, \omega_N = \pi$ 。

步骤 3: 根据 Fourier 频谱分段构造 N 个经验小波 $\hat{\psi}_n(\omega)$,如式(7)所示。式(8)为经验尺度函数, β 和 γ 的取值如式(9)和式(10)所示。

$$\hat{\psi}_{n}(\omega) = \begin{cases}
1, & \text{if } (1+\gamma)\omega_{n} \leq |\omega| \leq (1-\gamma)\omega_{n+1} \\
\cos\left[\frac{\pi}{2}\beta\left(\frac{1}{2\gamma\omega_{n+1}}(|\omega|-(1-\gamma)\omega_{n+1})\right)\right], & \text{if } (1-\gamma)\omega_{n+1} \leq |\omega| \leq (1+\gamma)\omega_{n+1} \\
\sin\left[\frac{\pi}{2}\beta\left(\frac{1}{2\gamma\omega_{n}}(|\omega|-(1-\gamma)\omega_{n})\right)\right], & \text{if } (1-\gamma)\omega_{n} \leq |\omega| \leq (1+\gamma)\omega_{n}
\end{cases}$$
(7)

On otherwise

$$\hat{\phi}_{n}(\omega) = \begin{cases}
1, & \text{if } |\omega| \le (1 - \gamma)\omega_{n} \\
\cos\left[\frac{\pi}{2}\beta\left(\frac{1}{2\gamma\omega_{n}}(|\omega| - (1 - \gamma)\omega_{n})\right)\right], & \text{if } (1 - \gamma)\omega_{n} \le |\omega| \le (1 + \gamma)\omega_{n} \\
0, & \text{otherwise}
\end{cases}$$
(8)

$$\beta(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x^4 \left(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3 \right), & \forall x \in [0, 1] \\ 1, & x \ge 1 \end{cases}$$
 (9)

$$\gamma < \min_{n} \left(\frac{\omega_{n+1} - \omega_{n}}{\omega_{n+1} + \omega_{n}} \right) \tag{10}$$

步骤 4: 计算经验小波变换 $W_f^c(n,t)$,如式(11)所示,为 EWT 的细节相关系数,近似相关系数如式(12)所示。

$$W_{f}^{\varepsilon}(0,t) = \langle f, \phi_{l} \rangle = \int f(\tau) \overline{\phi_{l}(\tau - t)} d\tau$$
$$= \left(\hat{f}(\omega) \overline{\hat{\phi}_{l}(\omega)} \right)^{\vee}$$
(11)

$$W_{f}^{\varepsilon}(n,t) = \langle f, \psi_{n} \rangle = \int f(\tau) \overline{\psi_{n}(\tau - t)} d\tau$$
$$= \left(\hat{f}(\omega) \overline{\hat{\psi}_{n}(\omega)} \right)^{\vee}$$
(12)

步骤 5: 根据式(13)进行信号重构,原信号的经验小波函数(EWF)如式(14)和式(15)所示。

$$f(t) = W_f^{\varepsilon}(0,t) * \phi_1(t) + \sum_{n=1}^{N} W_f^{\varepsilon}(n,t) * \psi_n(t)$$

$$= \left(\hat{W}_f^{\varepsilon}(0,\omega)\hat{\phi}_1(\omega) + \sum_{n=1}^{N} \hat{W}_f^{\varepsilon}(n,\omega)\hat{\psi}_n(\omega)\right)^{\vee}$$
(13)

$$f_0(t) = W_f^{\varepsilon}(0,t) * \phi_1(t)$$
(14)

$$f_{k}(t) = W_{f}^{\varepsilon}(k, t) * \psi_{k}(t)$$
(15)

4.2. 案例分析

经验小波变换适用于非线性和非平稳信号处理,已应用于众多工程领域,如机器故障诊断、地震数据分析、电力系统监测、医学疾病诊断等。本课程利用电力变压器故障诊断工程案例,介绍经验小波变换的具体应用实现。

作为电力系统的重要基础设施之一,电力变压器的安全稳定至关重要。振动信号是变压器运行状态的主要监测数据,能够反映变压器绕组故障情况,是变压器故障诊断的重要参考指标。故障状态下,变压器振动信号呈现出快速变化的非平稳特性。因此可采用经验小波变换对振动信号分析,从而实现变压器绕组线圈故障诊断。

基于经验小波变换的变压器绕组故障诊断流程[9]如图 4 所示。

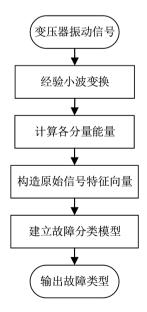


Figure 4. Transformer winding fault diagnosis process based on EWT **图 4.** 基于经验小波变换的变压器绕组故障诊断流程

利用经验小波变换进行变压器绕组故障诊断的具体步骤如下:

步骤 1: 利用经验小波变换将变压器振动信号分解为若干 EWF 分量。

步骤 2: 计算各分量能量:

$$E_i = \sum_i e_{ij}^2 \tag{16}$$

其中,j为各 EWF 分量中的元素数量。

步骤 3: 由各分量能量构造振动信号特征向量:

$$V = \left[\sqrt{E_1} \quad \sqrt{E_2} \quad \cdots \quad \sqrt{E_n} \right] \tag{17}$$

其中,n为 EWF 分量数量。

步骤 4: 以不同状态变压器振动信号特征向量为训练集建立 Fisher 分类器,实现变压器绕组故障分类。以变压器正常状态、绕组轴向变形和绕组径向变形三种不同状态下的振动信号为实验数据开展仿真实验,检验经验小波变换在变压器绕组故障诊断中的应用效果。变压器绕组故障如图 5 所示,图中 A 处为绕组轴向变形模拟,B 处为绕组径向变形模拟。

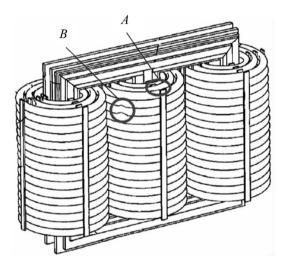
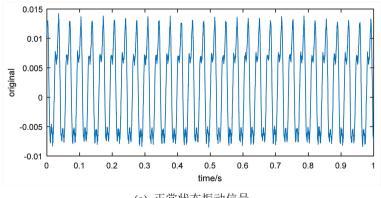


Figure 5. Schematic diagram of transformer winding fault 图 5. 变压器绕组故障示意图

不同工况变压器振动信号的原始波形如图 6 所示。



(a) 正常状态振动信号

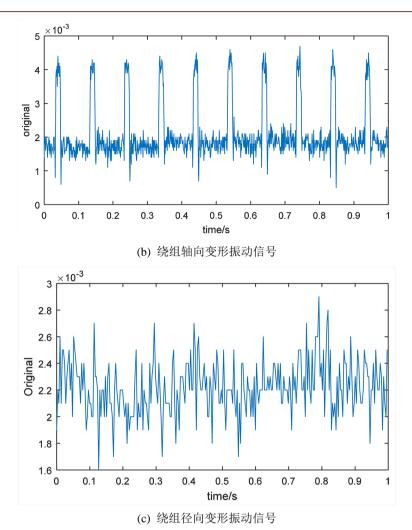
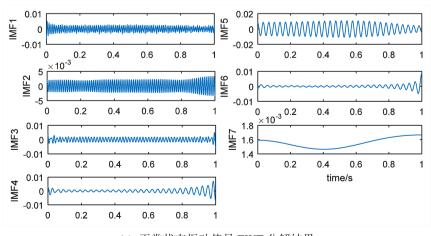


Figure 6. The original waveform of transformer vibration signals under different operating conditions

图 6. 不同工况变压器振动信号的原始波形

对不同状态振动信号进行经验小波变换,结果如图 7 所示。



(a) 正常状态振动信号 EWT 分解结果

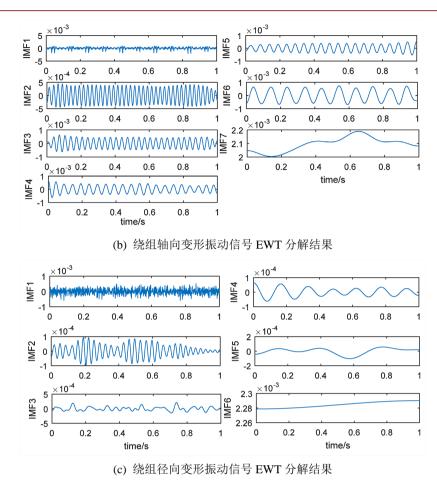


Figure 7. EWT results of transformer vibration signals under different operating conditions

图 7. 不同工况变压器振动信号经验小波变换结果

由图 7 可以看出,信号经 EWT 分解后产生的各经验小波函数分量具有不同的频率特征,对应原信号的各频率组成成分。不同状态振动信号分解产生的 EWF 分量无论在幅值还是频率特性都具有明显差异。根据各 EWF 分量的能量构造信号特征向量,训练 Fisher 分类器。用该分类器对不同工作状态下的变

压器振动信号特征向量进行分类,结果如图 8 所示。

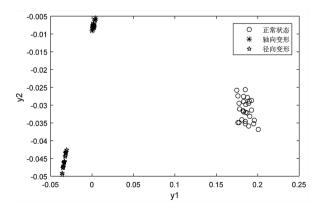


Figure 8. EWT for feature extraction and classification performance 图 8. 经验小波变换提取特征分类效果

图 8 中,三种不同状态的变压器振动信号被完全区分开,没有交叉重叠现象,说明经验小波变换方法能够较好地实现变压器绕组故障诊断。

4.3. 教学实施与引导

本案例教学方法和路径与小波变换图像去噪案例相同。

在案例导入环节提出问题:如何利用变压器运行状态数据进行故障类型检测?通过向学生介绍变压器绕组故障类型及典型故障诊断方法,以及变压器振动信号特点完成问题分析,最终引出基于经验小波变换的变压器振动信号分析方法。

解决问题的过程,首先讲解经验小波变换基本原理,使学生对算法各步骤及公式所实现的功能有理论上的初步认知。然后采用实测变压器绕组振动数据开展仿真实践。在此过程中,要求学生关注公式中输入、输出和各中间变量的运行结果数据,并结合理论公式进行验证,最后分析运行结果所呈现的信号波形,使学生能够通过图形化表示对其背后的抽象数学公式有进一步理解,从而实现通过编程仿真让学生"体验"算法原理与公式,而非仅仅"看懂"公式。上述仿真过程实现了基于经验小波变换的振动信号特征提取,而特征提取效果还需要进一步验证。在课堂案例教学中,给学生介绍 Fisher 分类器的基本原理与实现步骤,让其通过编程仿真实现对变压器振动信号特征的分类,并根据分类结果验证特征提取效果。

课程最后进行归纳总结,通过课后作业让学生自主研究其它分类算法验证经验小波变换的信号特征提取效果。

5. 翻转课堂

在本章节教学的最后环节采用翻转课堂形式,主题为"小波变换理论的最新发展及应用"。课下,研究生围绕该主题查阅文献资料,选择一个小波变换相关方法的典型应用案例,形成一份课题研究报告与 PPT 课件。报告中需阐明应用背景、方法的基本原理与实现步骤,并完成相关仿真实验与实验结果分析。课上,各研究生对自己的研究内容进行展示汇报。同时学生可对汇报内容中感兴趣或不理解的地方进行提问,展开讨论。

在此教学模式下,研究生需自主探索小波变换理论的新方法与新技术,并结合实际工程应用,通过编程仿真加以实现。此环节可以培养学生的自主学习与创新意识,强化其工程应用能力。

6. 结语

目前高校对于现代信号处理课程的案例教学研究多围绕现代滤波技术和现代谱分析方法展开,对于小波变换教学模块的案例设计较少。对此,本文研究了小波变换的案例法教学设计方案,详细阐述了小波变换图像去噪和基于经验小波变换的变压器绕组故障诊断工程案例及其教学实施方法。从实践效果看,本案例教学设计能够深化学生对小波变换基本原理的理解及应用,加强学生知识应用能力与专业实践能力。本文案例设计只考虑了小波变换在图像去噪和故障诊断中的应用,具有一定局限性,后续在教学案例设计中可结合院校与专业特色,探索设计针对性更强、更具备学科特色的教学案例。

基金项目

2023 年度北华航天工业学院研究生课程建设项目"现代信号处理"(课题 YK202304); 2025 河北省教育厅研究生示范课程和专业学位教学案例(库)建设项目; 现代信号处理教学案例库建设; KCJSZ2025096。

参考文献

- [1] 李梅, 刘俊华. "现代数字信号处理"课程的教学改革与实践[J]. 中国地质教育, 2010(3): 85-87.
- [2] 高远, 袁海英, 吴艳. 现代数字信号处理课程的教学改革与实践[J].教育教学论坛, 2012(16): 93-94.
- [3] 火元莲, 齐永锋. 现代信号处理课程教学改革与实践[J]. 中国现代教育装备, 2022(17): 106-108.
- [4] 陈纯锴, 关雪梅, 徐妮妮, 等. 现代数字信号处理研究生课程教学案例库建设[J]. 高师理科学刊, 2018, 38(2): 80-83.
- [5] 张晓光, 段元星, 王艳芬. 混合教学模式下"现代信号处理"案例教学探索[J]. 教育教学论坛, 2021, 4(15): 22-25.
- [6] 孙锐, 刘超. "现代信号处理"中的案例制教学改革与实践[J]. 电气电子教学学报, 2020, 42(4): 12-15+90.
- [7] 张贤达. 现代信号处理[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2015: 378-428.
- [8] Gilles, J. (2013) Empirical Wavelet Transform. IEEE Transactions on Signal Processing, 61, 3999-4010. https://doi.org/10.1109/tsp.2013.2265222
- [9] 赵妙颖, 许刚. 基于经验小波变换的变压器振动信号特征提取[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(20): 63-69.