

三融理念下的无穷级数教学改革研究

师白娟, 陈 诚

西安邮电大学理学院, 陕西 西安

收稿日期: 2025年11月25日; 录用日期: 2025年12月24日; 发布日期: 2025年12月31日

摘 要

本文以高等数学无穷级数教学改革为研究对象, 构建“思政价值引领 - 学科交叉赋能 - 数字技术驱动”三位一体教学模式, 创设“思政 + 科技”双主线融合机制, 将价值塑造与科学研究像DNA双螺旋一样深度嵌入教学全过程, 实现知识传授、能力培养与价值引领的有机统一。此外, 创新性地引入GeoGebra动态可视化工具, 通过思政元素融入、多学科案例交叉、动态交互演示及线上线下混合教学实践, 系统解决传统教学中抽象概念难理解、跨学科应用薄弱等问题。实践教学研究表明, 该创新模式有效激发学生学习兴趣、提升学生知识掌握深度和应用能力, 为高等数学教学改革提供可复制的实践路径。

关键词

高等数学, 无穷级数, 课程思政, 学科交叉, GeoGebra, 数字化教学

Trinity-Guided Reform in Infinite Series Teaching

Baijuan Shi, Cheng Chen

School of Science, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an Shaanxi

Received: November 25, 2025; accepted: December 24, 2025; published: December 31, 2025

Abstract

This paper focuses on the teaching reform of infinite series in higher mathematics, constructing a trinity teaching model of “ideological education value guidance, interdisciplinary empowerment, and digital technology drive”. Creating a “Political + Sci-Tech” dual-core integration mechanism, which deeply embeds value cultivation and scientific inquiry into the entire teaching process like a DNA double helix, achieves the organic unity and synergistic advancement of knowledge impartation, ability development, and value guidance. It innovatively introduces the dynamic visualization

tool GeoGebra and, through the integration of ideological elements, interdisciplinary case studies, dynamic interactive demonstrations, and online-offline blended teaching practices, systematically addresses issues in traditional teaching such as difficulties in understanding abstract concepts and weak interdisciplinary application. Practical teaching research demonstrates that this innovative model effectively stimulates students' learning interest, deepens their knowledge acquisition, and enhances their application skills, thereby providing a replicable pathway for the reform of advanced mathematics education.

Keywords

Advanced Mathematics, Infinite Series, Curriculum Ideology and Politics, Interdisciplinary Studies, GeoGebra, Digital Teaching

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 教学改革的研究背景和意义

一直以来,高等数学的教学改革都面临众多诉求。例如,“新工科”建设的深入发展,要求提高学生的数学创新与实践能力;工程教育专业认证的持续推进,要求课程体系重视学生解决复杂工程问题能力的培养;人工智能时代对数学教育提出的新要求,信息技术的深度融合与数字化教学环境的普及,为高等教育的创新改革提供了新的契机和挑战;而“立德树人,课程思政”的全面贯彻,需要知识传授的过程中同步实现价值引领。这一系列背景共同驱动高等数学教学实践的全面革新。

目前,众多学者对高等数学开展了一系列教学改革。例如,王国强等人从工程教育专业认证的角度出发,进行了高等数学的教学改革,取得了显著成效[1]。刘淑芹致力于融合“课程思政”,深度挖掘了高等数学中蕴含的思政育人元素和案例[2]。在“新工科”背景下,屈泳剖析工程数学课程教学模式和培养模式的改革路径[3]。陈佑军和李敏提出了教育数学理念下的融合知识、能力与素养的“三融”教学模式[4]。韦娜娜等人立足“新工科”建设,系统研究了新的培养机制和改革,旨在提升大学生数学创新实践能力[5]。2024年,在信息化背景下,刘西平对大学数学进行了线上线下混合式教学改革[6]。同年,郭春晓等人聚焦行业类高校,结合新工科需求,探索了大学数学课程的改革路径[7]。2025年,在一批最新的教学改革研究中,李林锐等人再次将视角投向工程教育专业认证背景下的公共基础课改革[8],凌浩则探讨了数字化教学环境下,传统教学面临的现实痛点问题及其应对措施[9],等等。上述改革成果从不同维度剖析了大学数学教学改革理论支撑、路径、实践范式,同时为未来课程建设奠定了坚实基础,然而,已有研究仍旧缺乏在AI背景下进行系统性整合的实践探索。

在人工智能信息化浪潮中,AI冲击着社会的各个领域,尤其AI教育深度融合已是不可逆转的趋势,其中,AI赋能的高等数学课程的教学改革迫切且必然。新的模型和算法的背后都要有强大的高等数学理论基础。无穷级数作为高等数学的重要内容,其传统教学依旧面临如下困境:理论抽象枯燥,讲解概念缺乏直观认知;跨学科应用联系不紧密,学生难以建立数学与实际问题的联系;思政育人融入生硬,未能很好实现思政引领与知识传授的“润物细无声”的有机统一。

基于以上背景,本文以高等数学无穷级数章节的《常数项级数的概念与性质》这一核心教学内容为切入点,立足新工科建设对交叉复合型人才的需求、聚焦新时代对跨学科创新人才的培养需求,重塑高等数学教学内容,系统探讨如何通过通专融合、交叉融合打破学科壁垒、突出数学应用价值,以及如何

通过价值引领培养学生的家国情怀与科学精神。为破解上述问题,在实际的教学过程中,构建“思政价值引领-数字技术赋能-学科交叉驱动”三位一体的教学新模式,融合“问题驱动、可视化数学”,建立“思政+科技”双线融合机制,基于“三融”理念(思政融合、技术融汇、学科融通的有机整体),深度嵌入教学全过程,实现知识传授、能力培养与价值引领的有机统一,旨在为新时代背景下高等数学的教学改革提供鲜明的可借鉴的路径与实践案例。

2. 核心教学理念与融合设计

具体地说,本文的教学改革创新改革路径秉持“一核四维,双线驱动”的模式,一核指核心目标(培养具备深厚文化自信与社会责任感、严谨科学思维、跨学科应用能力的新时代创新型人才);四维指四个维度:内容维度(数学史与哲学经典+数学基础理论+跨学科交叉应用案例),方法维度(问题驱动+数字可视化+思政育人元素),过程维度(课前自主探究+课中深度互动+课后拓展迁移),评价维度(知识掌握+思维提升+价值塑造+应用能力);双线驱动指“AI赋能+价值引领”(借助 GeoGebra、Desmos、Manim 等可视化工具和数字资源,化解抽象,以数学史、哲学思辨、社会应用为载体,实现价值塑造)。

2.1. AI 技术赋能

AI 这一强大工具,作为师生的“高级助教”参与抽象概念解释、生成案例、辩论等环节。值得注意的是,AIGC 除了帮助老师迅速获得与教学内容紧密相连的实际案例,还能根据学科前沿动态实时更新内容,确保教学内容与时俱进,通过可视化工具动态演示呈现抽象的数学概念,帮助学生“看见”无限,增强学生的主体性,进而实现从“被动接受”到“主动探究”,从“要我学”到“我要学”,从“单向灌输”到“自主探索”的转变,激发学生学习兴趣,为教与学提供进阶动力。另一方面,学生与 DeepSeek、豆包等就某一问题的对话和讨论,AI 可以实时反驳逻辑漏洞,培养学生的批判性思维。

2.2. 跨学科交叉融合

打破学科壁垒,实现数学与其他学科知识的整合,以“学科前沿和工程实际案例”为双重驱动,将前沿探索案例作为切入点与数学各层理论知识有机融合,为教学注入新动力。

2.2.1. 与计算机科学的融合: π 的计算

介绍利用 $\arctan x$ 级数展开计算圆周率 π 的方法。引导学生分析不同级数的收敛速度。这直接将级数的敛散性判别与收敛快慢,与古代计算 π 相比,并使学生明白科技的力量。

2.2.2. 与金融经济的融合: 永续年金与折现模型

讲解永续年金的现值计算模型: $PV = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{(1+r)^k}$ 。引导学生将其理解为一个几何级数的和。这不

仅巩固了几何级数的求和公式,更让学生体会到抽象的数学是如何成为现代金融定价的基石。通过无穷级数公式推导与可视化计算,揭示“利滚利”背后的数学本质。

2.3. 思政价值引领

数学课堂是培养学生科学精神、辩证思维与家国情怀的绝佳阵地。针对课程思政目标分解不清晰、思政内容特色不鲜明、思政元素不鲜活、融入不契合、育人作用不突出等现存问题,完善思政育人成效使用不足的现象,利用 Matlab、MWORKS、GeoGebra 等工具可视化数学与 AI 的结合过程。设计 AI 赋能思政新路径,达到“解题悟理、知史明志、学以致用”的成效。本课程从多角度深度挖掘与数学学科相关的思政元素,从“核心价值观塑造、强国有我的使命担当、社会责任感”发力,条理化整理汇集思政素

材, 凝练构建出课程知识思政案例库(设计思路: 凝点成库、串线贯通、积面融专、立体联动)。

2.3.1. “有限”与“无限”的辩证统一

级数是由“有限”的部分和序列的极限来定义的。启发学生感悟“量变引起质变”的辩证唯物主义规律, 这体现了事物发展从渐进到飞跃的过程。

2.3.2. “收敛”与“发散”的人生启示

并非所有级数都收敛, 发散级数同样重要。例如, 将人生成长比喻为一个级数, 每天努力是“通项”, 一生成就是“求和”。只有像收敛级数那样, 每一项(每一步)都坚实有力, 并且方向正确(通项趋于零), “求和”才能稳定而丰厚。当然, 也要正视“发散”的失败, 汲取教训教训, 调整“通项”, 重新出发。

2.3.3. 家国情怀与科学精神

例如用魏晋时期刘徽的“割圆术”介绍我国古代数学家对“无限”的早期探索, 借助现代数学家陈景润在哥德巴赫猜想(与级数理论相关)上取得的辉煌成就, 激发学生的文化自信和民族自豪感, 树立科技报国的远大志向。同时, 通过数学史上级数的发展中众多数学家的故事, 培养学生勇于探索、严谨求实、坚持不懈的科学精神。

2.3.4. 创新意识与交叉应用

鼓励学生大胆猜想与验证, 将知识单向灌输转变为思维模式的训练, 以此锻炼创新内核, 构造跨学科案例展示数学的应用价值, 培养学生解决复杂现实问题的交叉应用能力。

3. 教学框架设计与实践

基于以上理念, 我们设计了一个完整的教学单元: 从芝诺悖论到数字经济——AI 赋能的级数认知革命。本次课采用“课程思政”基础上的启发引导式教学法进行教学; 有机结合生活实例激发学生的积极性, 将课程思政融入教学, 形成教学做合一, 理论与实践一体化的教学模式。教学方法采用“问题 - 探究 - 赋能 - 引领”四步教学法。

3.1. 问题驱动, 概念探究

通过动画演示芝诺悖论, 引入级数的概念。引发认知冲突“看似无懈可击的逻辑和现实”之间的对立, 例如, 根据生活经验, 明明很显然的事情, 怎么持续了 2300 年才解决。

3.2. AI 赋能, 强化理解

建立 GeoGebra 课堂(提前建立资源, 加入课堂后可以自行查看), 利用 GeoGebra、Desmos 等图形计算软件, 动态演示级数部分和数列的变化趋势。例如对于调和级数(其他级数也可以)通过滑动条实时调整, 观察部分和数列的变化趋势。这种“视觉冲击”极大地深化了学生对收敛与发散概念的直观理解。

3.3. 跨学科应用(交叉化案例)

文化案例: 芝诺悖论——飞式不动悖论(运动是无数静止瞬间的综合);

经济金融: 通过无穷级数计算永续年金现值, 结合复利公式分析经济模型;

计算机科学: 讨论算法复杂度分析中的级数求和(如递归算法的收敛速度);

生活案例: 房贷分期(无穷级数在等额本息计算中的应用);

自然案例: 雪花曲线(其他分形几何中级数, 展示科赫雪花的无限周长与有限面积);

零点九循环的启示:

$$\begin{aligned}
0.\dot{9} &= 0.9 + 0.09 + 0.009 + \cdots + 0.000\cdots 09 + \cdots \\
&= 9 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{1}{10^2} + 9 \times \frac{1}{10^3} + \cdots + 9 \times \frac{1}{10^n} + \cdots \\
&= 9 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^n} \\
S_n &= \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \cdots + \frac{1}{10^n} \\
&= 1 - \frac{1}{10^n} \\
\lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= 1, \text{ 所以 } 0.\dot{9} = 1.
\end{aligned}$$

3.4. 价值引领, 思政深化

在讲解级数概念引入的芝诺悖论, 使学生明白人类认识世界从感性到理性、从粗糙到精确的辩证发展规律。从“悖论”的解决中使学生不畏惧矛盾, 而是学会分析矛盾、解决矛盾, 并用矛盾作为推动认识深化的杠杆, 学习逻辑思维与批判精神。讲述刘徽的割圆术使学生感受“实践与创造”的力量。证明“通项不趋于 0 则级数发散”后, 设问“若工程中忽视此条件会怎样?”, 再引出“某桥梁因计算误差坍塌”案例, 自然衔接科学精神。

通过“金融泡沫的级数模型”, 说明数学模型的滥用可能会带来的不可逆转的风险, 进而达到警示作用。用“长征火箭轨道计算中的级数逼近”, 强调数学在航天科技中的关键作用, 探索级数在疫情防控模型和芯片设计中的应用, 培养家国情怀。在讲解级数收敛的性质时, 提问:“级数收敛的通项不趋于 0 结果会如何?”引出“忽视必要条件可能导致严重后果”(如工程事故)。后续实践中增加“教师思政能力提升计划”: 每学期组织 2 次“数学 + 思政”跨界培训, 邀请马克思主义学院教师与数学教师共同设计案例。

这节课我们用“级数”这把钥匙, 认清了“芝诺悖论”的逻辑漏洞, 破解了这个耗时 2300 年才解决的哲学谜题, 用科赫雪花周长与面积强化概念理解, 以及为什么“无限循环小数能表示一个确定的分数?”等, 使学生明白数学不仅仅是公式的计算, 更是破除表象、揭示本质的强大工具。课后在巩固基础的同时, 再认真思考和解决生活中的“无限”问题。

3.5. 总结

本节教学以学生为中心, 以“培养具备严谨科学思维、跨学科应用能力、深厚文化自信与社会责任感的新时代创新型人才”为核心, 通过“问题驱动 + 可视化 + 跨学科融合”的创新教学设计, 重构了级数教学的新模式。通过 AI 工具增强直观理解, 结合多学科案例拓宽视野, 并融入科学精神、工程伦理等思政元素, 使学生不仅掌握级数的数学本质, 更能体会其在实际问题中的价值。其核心理念与思路可概括如图 1 所示。

4. 特色与创新

本次改革构建了以“思政引领”树人、以“AI 赋能”增效、以“跨学科应用”导向的高等数学教学新范式, 核心创新点主要集中在理念创新, 模式创新, 路径创新、体系创新, 具体从以下几个方面展开。

4.1. 以芝诺悖论为锚点, 激发认知冲突

问题驱动颠覆直觉: 芝诺悖论(阿基里斯追龟)和截丈问题(庄子)天然蕴含“无限分割”的矛盾, 使学

生对“无限求和”产生强烈好奇, 引导学生质疑直觉, 自然过渡到级数严谨定义。通过建立数学模型, 引出芝诺悖论中阿基里斯追赶乌龟的时间是个无穷和, 当时人们还不认识“无穷”这个怪物。用现代数学画图解决, 交点出就是阿基里斯追上乌龟的位置, 很快就追上的问题, 当时解决了 2300 多年, 引发学生思考, 引出级数概念。

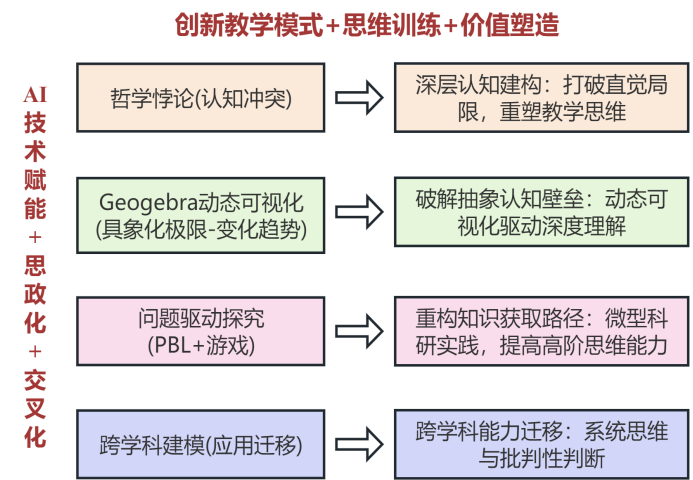


Figure 1. Core concepts and framework diagram
图 1. 核心理念与思路图

4.2. 抽象概念直观化, 突破认知瓶颈

通过 GeoGebra 动态演示级数部分和的敛散性和 Manim 分形几何数学动画可视化展示几何级数的结果(见图 2), 调动学生积极性, 学生直观理解“无限项相加可能收敛于有限值”这一反直觉现象, 从“看不见的极限”到“看得见的动态过程”再到数学归纳的学习过程。

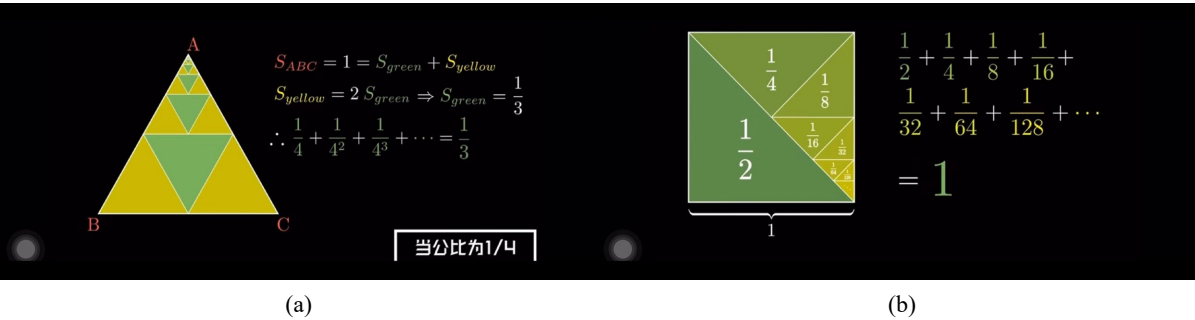


Figure 2. Fractal geometry with Manim
图 2. Manim 分形几何图

4.3. 跨学科思维与问题解决能力提升

通过自然、经济等实际案例, 学生学会用级数思维分析实际问题。基于“数学工具, 现实问题, 学科交叉”的设计逻辑, 避免“为学而学”。例如, 1 组学生用级数建模“无限分期付款”问题, 发现等比数列求和在现实金融中的应用。1 组结合分形几何(如科赫雪花周长), 用 GeoGebra 验证无穷级数求和导致有限面积但无限周长的现象。

4.4. 高阶思维培养：批判性思维与数学严谨性

通过反例(如调和级数发散),学生理解“通项趋零 \neq 级数收敛”,打破直觉误区。学生与 DeepSeek、豆包等对话,用级数理论与 AI 辩论“无限分期还款的可行性”等,与 AI 之间的实时反驳,培养批判性思维。本节课采用“AI 赋能教学创新、思政教育深度融合”的多元化教学模式,采用“AI 工具辅助 + 价值观引导”的设计,将抽象的常数项级数概念转化为“可感知、可应用、可创新”的学习体验,有效解决“学用脱节”痛点,达成如下的创新成效(见表 1)。

Table 1. Innovation results
表 1. 创新成效

视角	传统教学	创新优化
基础概念理解	记忆公式	GeoGebra 动态生成可视化直观
课堂参与度、活跃度	被动学习、单向灌输	自主操作、小组辩论全流程互动
跨学科交叉应用	单调枯燥计算	解决跨学科应用和实际问题

4.5. 技术赋能的审思：优势、局限与应对策略

然而,在“AI 赋能增效”的主旋律下,确实也存在一定的局限和挑战,例如信息准确性与“算法黑箱”问题,会产生一些错误的或者误导性的内容,所以在这个过程中,教师应该对 AI 输出的信息进行审核,教育学生不能盲目相信 AI 结果,将其作为参考,批判性看待结果。另一方面,在完成作业的过程中,学生可能直接用 AI 解题,跳过关键的思考与计算,导致数学思维能力的退化,形成过度依赖与思维惰性,教师可以增加课堂限时测验、手写作业、口头报告等环节,强调过程性评价,引导学生高阶使用 AI 等等。总之,在教学和学习过程中,将 AI 作为辅助性工具而非权威答案,服务于思维深化而非思维替代。

5. 结论与展望

本研究强调学生的主体性,构建了“AI 赋能·交叉融合·思政引领”的常数项级数教学新范式,融合“问题驱动、跨学科应用、数字化教学、可视化数学”的教学模型。实践证明,该模式有效破解了传统教学中面临的困境,激发学生学习兴趣、深化概念理解、提升创新能力、培养交叉创新思维,为高等数学教学改革提供可借鉴的范式。在未来的教学实践中,我们也将继续探索 AI 赋能高等教育课堂,深度挖掘“人工智能+”教育应用场景,并构建更完善的跨学科案例库、思政案例库、项目式教学案例,突出高等数学课程的赋能成效。

基金项目

西安邮电大学教学改革研究项目:双线三化四阶:高等数学“思政化、交叉化、数字化”融合创新模式研究与实践(项目编号:JGA202523);“智”理基础,“类”育英才-AI 赋能数理基础课程分类教学改革与实践(项目编号:JGZX202501);高等数学知识图谱课程建设项目;高等数学校级基层教学组织建设项目。

参考文献

[1] 王国强, 郑中团, 张居丽. 基于工程教育专业认证的高等数学教学改革探索与实践[C]//Advanced Science and Industry Research Center. Proceedings of 2018 3rd International Conference on Education and Management Science (ICEMS 2018). 2018: 411-415.

- [2] 刘淑芹. 高等数学中的课程思政案例[J]. 教育论坛, 2018(52): 36-37.
- [3] 屈泳. “新工科”背景下工程数学课程教学模式的改革与实践[J]. 中国轻工教育, 2021, 24(6): 1-6.
- [4] 陈佑军, 李敏. 教育数学理念下大学数学“三融”教学模式研究[J]. 高教学刊, 2024, 10(16): 100-103.
- [5] 韦娜娜, 刘小刚, 章培军, 等. “新工科”背景下大学生数学创新实践能力培养的研究与应用[J]. 科技风, 2024(22): 59-61.
- [6] 刘西平. 信息化背景下大学数学混合式教学模式实践研究[J]. 知识窗(教师版), 2024(6): 57-59.
- [7] 郭春晓, 郭艳凤, 林燕, 等. 新工科背景下行业类高校大学数学课程教学探究[J]. 高教学刊, 2024, 10(17): 50-53.
- [8] 李林锐, 刘艳艳, 王艳秋, 等. 工程教育专业认证背景下大学数学公共基础课教学改革研究[J]. 高教学刊, 2025, 11(3): 146-149.
- [9] 凌浩. 数字化教学环境下大学本科数学类公共课程教学的困境与实践[J]. 科技风, 2025(1): 52-54.