Advances in Education 教育进展, 2025, 15(11), 1563-1569
Published Online November 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2025.15112201

随机事件教学的优化设计与实践探索

李华灿[1]，李群芳[2]

[1]赣南科技学院文法学院，江西 赣州
[2]赣州师范高等专科学校数学系，江西 赣州

收稿日期：2025年10月22日；录用日期：2025年11月19日；发布日期：2025年11月26日

摘 要

随机事件作为概率论与数理统计的入门概念，是构建后续概率计算、随机变量等知识体系的基础。针对学生在学习中普遍存在的“概念理解模糊、事件表示混乱、逻辑分析薄弱”等问题，本文结合教学实践，提出“情境具象化－表示结构化－分析流程化”的三阶教学模式。通过典型案例拆解、事件关系梳理、解题思路归纳，引导学生掌握随机事件的描述方法与分析逻辑，培养其运用集合思想与概率思维解决实际问题的能力，为后续课程学习奠定坚实基础。

关键词

随机事件，概率论与数理统计，教学设计，事件表示，逻辑分析

Optimization Design and Practical Exploration of Random Event Teaching

Huacan Li[1], Qunfang Li[2]

[1]School of Humanities and Law, Gannan University of Science and Technology, Ganzhou Jiangxi
[2]Department of Mathematics, Ganzhou Teachers College, Ganzhou Jiangxi

Received: October 22, 2025; accepted: November 19, 2025; published: November 26, 2025

Abstract

As an introductory concept in probability theory and mathematical statistics, random events serve as the foundation for constructing subsequent knowledge systems such as probability calculation and random variables. To address the common problems students encounter in learning, including vague understanding of concepts, confused representation of events, and weak logical analysis, integrating teaching practices, we propose a three-stage teaching model of “situational visualization, representation structuring, and analysis proceduralization” in this paper. Through the breakdown

文章引用: 李华灿, 李群芳. 随机事件教学的优化设计与实践探索[J]. 教育进展, 2025, 15(11): 1563-1569.
DOI: 10.12677/ae.2025.15112201

of typical cases, sorting out event relationships, and summarizing problem-solving ideas, this model guides students to master the description methods and analytical logic of random events, cultivates their ability to solve practical problems using set thinking and probability thinking, and lays a solid foundation for their learning of subsequent courses.

Keywords

Random Event, Probability Theory and Mathematical Statistics, Teaching Design, Event Representation, Logical Analysis

1. 引言与文献综述

1.1. 研究背景与意义

概率论与数理统计作为揭示随机现象规律的学科，已广泛应用于医学(如疾病风险预测)、金融(如股票波动分析)、工程(如产品可靠性评估)等领域，成为高等院校多专业的核心基础课[1] [2]。随机事件作为课程的开篇重点，是连接“随机现象”与“概率计算”的桥梁[3]：其描述的准确性直接决定概率问题分析的合理性，其逻辑关系的梳理程度影响后续全概率公式、贝叶斯公式[4]等复杂知识的学习效果。

然而，教学实践中发现学生面临三重困境：一是概念衔接断层，中学阶段仅接触简单随机事件(如掷骰子、抛硬币)，对复杂场景中“多事件关联”(如时序、分类)的理解不足；二是事件表示随意，习惯用孤立字母(如 A、B、C)表示事件，忽视内在逻辑，导致后续计算受阻；三是分析思路混乱，无法准确判断复合事件关系(和、积事件)，难以选择计算方法。传统“定义讲解 + 例题演示”模式虽覆盖知识点，但缺乏对思维过程的系统引导[5]。基于此，本文提出三阶教学模式，旨在通过理论整合与实践创新突破上述难点。

1.2. 国内外相关研究综述

为明确三阶模式的理论定位，以下从概率教学模型、数学表示法、逻辑思维培养三个核心维度，系统梳理国内外研究现状。

1.2.1. 概率教学模型：从“单一维度”到“整合尝试”

国外研究起步较早，形成了多个经典理论框架。一是 APOS 理论(Action-Process-Object-Schema)。由 Dubinsky (1986)提出，强调数学概念的建构需经历“动作感知→过程抽象→对象固化→schema 整合”四阶段[6]。在概率教学中，该理论指导学生通过“抛硬币(动作)→总结频率规律(过程)→定义概率(对象)→关联随机事件(schema)”建构知识，但对“情境与符号的衔接”设计不足，易导致学生“懂概念但不会用”。二是现实数学教育(Realistic Mathematics Education, RME)。由 Freudenthal (1991)倡导，主张以“真实情境”为锚点，让学生在解决实际问题中建构数学知识[7]。Greer (2001)将其应用于随机事件教学，通过“彩票中奖”“天气预测”等情境激发兴趣，但情境设计多聚焦“单一事件”，对“多事件关联”(如时序)的覆盖不足，且缺乏与符号表示的联动。三是问题驱动教学(Problem-Based Learning, PBL)。Barrows (1996)将其引入数学教育，强调以“真实问题”为核心组织教学[8]。Jones 等人(2015)通过“产品质检概率”问题引导学生分析随机事件，但该模式侧重“问题解决”“概念与方法的系统性迁移”关注较少。

国内研究多基于国外理论进行本土化适配与补充。一是情境化与严谨性的平衡。程海奎、章建跃(2021,

2022)提出“用样本空间刻画随机现象”，强调通过“摸球”“抽奖”等情境帮助学生理解事件本质，但情境的“复杂性”不足(如未涉及时序事件)，且未形成稳定的教学流程[3] [9]。三是分层教学与难点突破。曹显兵(2018)针对学生基础差异，设计“概念辨析→例题分层→拓展应用”的教学路径，有效提升解题正确率，但该模式仍以“教师讲解”为主，对学生“自主思维过程”的引导较弱[5]。

综上，现有概率教学模型或侧重“情境导入”(RME)，或侧重“概念建构”(APOS)，或侧重“问题解决”(PBL)，但缺乏“情境－表示－分析”的递进式整合，难以应对复杂随机事件的教学需求。

1.2.2. 数学表示法：从“符号规范”到“逻辑显性化”尝试

随机事件的表示是连接“现象”与“计算”的关键，国内外研究主要聚焦“符号规范”与“关系梳理”。

Kaplan (2008)通过实证发现，70%的大学生在随机事件表示中存在“符号滥用”问题(如用同一字母表示不同事件)，提出“符号标准化”原则(如用 A_i 表示第 i 个事件) [10]，但仅强调“符号形式”，未关联事件的“内在逻辑”(如时序、对立)；Jones 等人(2015)进一步提出“符号－关系”双维表示框架，要求标注事件间的“独立/互斥”关系，但框架过于复杂，初学者难以掌握[11]。

李长国(2019)提出“概率元表示法”，以“基本事件”为单元构建复合事件(如用“产品合格”“产品不合格”为基本元表示“多产品抽检”事件)，侧重事件的“构成逻辑”，但符号系统较繁琐[11]；刘淑环(2019)针对“事件关系混乱”问题，设计“Venn 图 + 符号”的表示方式，帮助学生理解和、积事件，但未覆盖“时序事件”的表示(如回合制问题) [12]。

现有表示法或侧重“符号规范”(Kaplan)，或侧重“关系梳理”(刘淑环)，但均未实现“符号承载逻辑、逻辑服务分析”的目标，导致学生“会写符号但不懂逻辑”。

1.2.3. 逻辑思维培养：从“步骤指导”到“过程性建构”

逻辑思维是随机事件分析的核心，国内外研究多围绕“解题思路”与“概念辨析”展开。

Polya (1945)在《怎样解题》中提出“理解问题→制定计划→执行计划→回顾”四步解题法，为随机事件分析提供了思路框架，但该框架侧重“解题步骤”，未针对“复合事件关系判断”设计专项环节[13]；Schoenfeld (1985)提出数学思维培养框架，强调“资源调用”“启发法选择”“思维控制”，但在概率教学中，该框架缺乏“具体可操作的流程”，学生难以落地[14]。

章建跃(2022)强调数学思维的“过程性”，主张在随机事件教学中“暴露学生的思维误区”，通过“纠错”深化理解，但未形成“正向引导的思维流程”[9]；曹杨(2015)在全概率公式教学中，通过“事件分层拆解”梳理逻辑链条，但该方法仅适用于“多阶段概率计算”，未迁移至随机事件的基础分析[4]。

现有研究多聚焦“单一环节”(如解题步骤或概念纠错)，缺乏“从事件表示到方法选择”的系统化思维闭环，导致学生“会解题但不懂思路”。

1.3. 理论联系与三阶模式的定位

基于上述文献梳理，本文提出的“情境具象化－表示结构化－分析流程化”三阶模式，并非对现有理论的否定，而是在继承核心思想基础上的系统性发展，其理论关联与创新点如下。

一是情境具象化：继承情境化内核，发展“复杂情境 + 概念联动”。吸纳 RME“真实情境锚定”与 APOS“动作感知”的核心思想，避免抽象概念讲解，让学生在“可感知的情境”中理解随机事件(如用“空战回合”替代“抽象掷骰子”)。突破现有 RME“单一事件”局限，聚焦“多事件关联场景”(时序：空战回合；分类：报纸订阅)，弥补中学到大学的“概念衔接断层”；情境拆解与概念建构同步，如通过“空战回合的顺序性”自然引出“脚标表示时序”的需求，实现“情境→概念→表示”的无缝衔接，而非孤立的情境导入。

二是表示结构化：继承符号规范与逻辑梳理，发展“多逻辑显性化”体系。整合 Kaplan“符号标准化”(如字母 + 脚标)与李长国“概率元逻辑”(如对立事件用补集)，确保表示法的规范性与逻辑性。针对“时序”“分类”“对立”三类核心逻辑，设计“单符号承载多逻辑”的表示体系，解决现有表示法单一维度的局限；结构化表示直接为后续“关系判断”提供显性依据，进而选择乘法定理，弥补刘淑环等人“仅侧重符号关系”的不足。

三是分析流程化：继承解题思路与思维框架，发展“闭环式思维流程”。借鉴 Polya“解题四步骤”与 Schoenfeld“思维控制”思想，强调“思路拆解”与“方法选择”的重要性。构建“关键词识别→关系判断→公式选择”的闭环流程，将零散步骤系统化，解决学生“思路混乱”问题。

2. 随机事件教学的核心难点与突破策略

2.1. 难点一：事件表示的逻辑性缺失

(1) 问题表现。学生在描述随机事件时，常忽略事件的“关联性特征”。例如，在“空战回合”问题中(甲机、乙机依次开火，共三个回合)，学生习惯用 A 表示“甲机被击落”、B 表示“乙机被击落”，但未体现“回合顺序”这一关键信息，导致后续“甲机在第二回合被击落”“乙机在第三回合被击落”等具体事件无法准确表达，进而阻断概率计算思路。

(2) 突破策略：结构化表示方法。针对事件的不同关联类型，引导学生采用“字母 + 脚标 + 对立事件”的结构化表示方式，将事件的内在逻辑显性化。对于与时间、顺序关联事件，用脚标表示顺序，如用 A_i 表示“第 i 回合飞机被击落”，则 $\overline{A_i}$ 表示“第 i 回合飞机未被击落”。例如，“甲机在第二回合被击落”需满足“第一回合未被击落”且“第二回合被击落”，可表示为 $\overline{A_1}A_2$；对于分类关联事件，用字母区分事件类型，脚标区分类别，如用 B_i 表示“第 i 类产品合格”，C_i 表示“第 i 类产品不合格”；对于对立事件的简化，当事件仅有“发生”与“不发生”两种可能时，优先用对立事件表示，如用 $\bar{A}$ 表示“事件 A 不发生”，避免重复定义新字母。

(3) 案例应用。以“空战回合”问题为例，结构化表示为：设 A_i：“第 i 回合飞机被击落”($i=1,2,3$，分别对应第一、二、三回合)，则“甲机在第二回合被击落”：第一回合未被击落($\overline{A_1}$)且第二回合被击落(A_2)，即 $\overline{A_1}A_2$；“乙机在第三回合被击落”：前两回合均未被击落($\overline{A_1A_2}$)且第三回合被击落(A_3)，即 $\overline{A_1A_2}A_3$。

通过结构化表示，事件间的逻辑关系(如“先不发生再发生”)清晰呈现，为后续概率计算提供明确的事件表达式[3]。

2.2. 难点二：复合事件的关系判断模糊

(1)问题表现。复合事件(和事件、积事件)是随机事件分析的核心，但学生常混淆二者的定义与应用场景：一是将“至少一个发生”(和事件)与“同时发生”(积事件)概念混淆，如将“只订日报和体育晚报”误表示为 $A \cup B$ (实际应为 $AB\bar{C}$，其中 A、B、C 分别表示订日报、晚报、体育报)；二是面对多事件复合时，无法判断事件间的“独立性”与“互斥性”，导致计算方法选择错误，如误用独立事件公式计算非独立事件的积事件概率[12] [15]。

(2) 突破策略：“关键词识别 + 关系判断”两步法。

第一步：关键词定位事件类型，通过问题描述中的关键词，快速区分和事件与积事件：

事件类型	核心含义	常见关键词	集合表示
积事件	多个事件同时发生	且、同时、只、都	$A \cap B$、AB
和事件	多个事件至少一个发生	或、至少、至多、任意一个	$A \cup B$、$A+B$

例如，“至少订一种报纸”含关键词“至少”，判定为和事件 $A\cup B\cup C$；“既订日报又订晚报但不订体育报”含关键词“既……又……但不……”，判定为积事件 $AB\overline{C}$。

第二步：关系判断确定计算方法。对于积事件概率计算，先判断事件是否独立(即一个事件发生是否影响另一个事件的概率)。若独立，使用独立事件积概率公式 $P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)$，如“掷两枚硬币，均正面朝上”的概率为 $P(A)P(B)=0.5\times 0.5=0.25$；若不独立：使用乘法定理

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2\mid A_1)\cdots P(A_n\mid A_1A_2\cdots A_{n-1})\text{。}$$

如“空战中第二回合飞机被击落”的概率为 $P(\overline{A_1})P(A_2\mid\overline{A_1})=(1-0.2)\times 0.3=0.24$。对于和事件概率计算，先判断事件是否两两互斥(即任意两个事件不能同时发生)。若互斥：使用互斥事件和概率公式

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i).$$

如“掷骰子出现 1 点或 2 点”的概率为

$$P(A_1)+P(A_2)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}.$$

若不互斥，优先使用对立事件转化(避免复杂的加法公式)，即

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\overline{A_n}).$$

如“连续掷 20 次骰子，至少出现 1 次 6 点”的概率为

$$1-P(\overline{A_1}\cdots\overline{A_{20}})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^{20}.$$

3. 教学实践案例：从案例分析到思路归纳

3.1. 案例 1：空战回合概率问题(复杂时序事件)

3.1.1. 问题描述

甲机先向乙机开火，击落乙机的概率为 0.2；若乙机未被击落，则进行还击，击落甲机的概率为 0.3；若甲机未被击落，则再进攻乙机，击落乙机的概率为 0.4。求：(1) 甲机被击落的概率；(2) 乙机被击落的概率。

3.1.2. 教学实施步骤

(1) 事件结构化表示。引导学生用脚标表示回合顺序：设 A_i：“第 i 回合飞机被击落”($i=1,2,3$)，则 $\overline{A_i}$：“第 i 回合飞机未被击落”。

(2) 问题事件拆解。“甲机被击落”：仅可能发生在第二回合(乙机还击时)，需满足“第一回合未击落乙机”($\overline{A_1}$)且“第二回合击落甲机”(A_2)，即事件 $\overline{A_1}A_2$；“乙机被击落”：有两种情况——第一回合被击落(A_1)，或前两回合未被击落且第三回合被击落($\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$)，即事件 $A_1\cup\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$。

(3) 概率计算。对于积事件概率计算(非独立事件)，利用乘法公式得

$$P(\overline{A_1}A_2)=P(\overline{A_1})P(A_2\mid\overline{A_1})=(1-0.2)\times 0.3=0.24.$$

对于和事件概率计算(互斥事件)，因 A_1 与 $\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$ 无法同时发生(若第一回合乙机被击落，后续回合不再进行)，故两两互斥，故

$$P(A_1\cup\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)=P(A_1)+P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)=P(A_1)+P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}\mid\overline{A_1})P(A_3\mid\overline{A_1}\,\overline{A_2})=0.2+0.8\times 0.7\times 0.4=0.424.$$

(4) 归纳思路。“时序类事件”需先按时间顺序拆解事件，再根据“是否同时发生”判断互斥性，“是否相互影响”判断独立性，最后选择对应公式计算。

3.2. 案例 2：报纸订阅概率问题(分类复合事件)

3.2.1. 问题描述

某社区居民订阅日报(A)、晚报(B)、体育报(C)的概率分别为 0.6、0.5、0.3，且订阅日报与晚报相互独立，订阅日报与体育报互斥。求：(1) 只订日报和晚报的概率；(2) 至少订一种报纸的概率。

3.2.2. 教学实施步骤

(1) 事件关系梳理。“只订日报和晚报”，需满足“订日报”(A)、“订晚报”(B)、“不订体育报”($\bar{C}$)，三者同时发生，即积事件 $AB\bar{C}$；“至少订一种报纸”，即和事件 $A\cup B\cup C$，因 A 与 C 互斥，故需注意和事件的互斥性拆分。

(2) 概率计算。利用积事件概率计算(部分独立)，因 A 与 B 独立，A 与 C 互斥(故 A 与 $\bar{C}$ 非互斥)，$P(\bar{C})=1-P(C)=0.7$，故

$$P(AB\bar{C})=P(A)P(B)P(\bar{C})=0.6\times0.5\times0.7=0.21.$$

利用和事件概率计算(部分互斥)，因 A 与 C 互斥，故 $A\cup C=A+C$ (互斥和)，再与 B 求并：

$$\begin{aligned}P(A\cup B\cup C)&=P\big((A\cup C)\cup B\big)\\&=P(A\cup C)+P(B)-P\big((A\cup C)\cap B\big)\\&=\big(P(A)+P(C)\big)+P(B)-P(AB\cup BC)\\&=(0.6+0.3)+0.5-\big(P(A)P(B)+P(BC)\big)\end{aligned}$$

注：若题目未给出 B 与 C 的关系，可假设独立，即 $P(BC)=P(B)P(C)=0.5\times0.3=0.15$，代入得最终概率为 0.95。

(3) 归纳思路。“分类类事件”需先明确各事件间的独立/互斥关系，再通过“关键词”定位和、积事件类型，复杂情况可借助集合运算律拆分事件[11]。

4. 教学效果与反思

4.1. 教学效果

通过“结构化表示 + 流程化分析”的教学模式，在多轮教学实践中观察到显著改进：在概念理解深化方面，学生对和事件、积事件的定义辨析准确率从 65%提升至 92%，能准确识别问题中的事件关系；在事件表示规范方面，85%以上的学生能采用“字母 + 脚标 + 对立事件”的方式表示复杂事件，避免逻辑混乱；在解题能力提升方面，在期末测试中，随机事件相关题目(如复合事件概率计算)的正确率从 58%提升至 83%，尤其在“时序类、分类类”复杂问题中，学生能自主拆解事件并选择正确计算方法。

4.2. 教学反思

4.2.1. 不足

部分基础薄弱学生对“多事件互斥、独立的同时判断”仍存在困难，如案例 2 中 A 与 B 独立、A 与 C 互斥的同时处理[16] [17]，需设计更多分层练习。

4.2.2. 改进方向

后续教学可引入“思维导图工具”，帮助学生可视化事件关系(如用节点表示事件，用连线标注独立

/互斥关系)，进一步降低分析难度；同时，增加跨学科案例(如医学诊断中的“症状事件”、金融中的“风险事件”)，提升学生的知识迁移能力。

5. 结语

随机事件的教学不仅是“概念与公式的传递”，更是“概率思维的启蒙”。通过优化事件表示方法、拆解分析思路、强化案例实践，能有效帮助学生突破学习难点，建立“从现象到事件、从事件到概率”的系统化分析逻辑。这种“以思维训练为核心”的教学模式，不仅能提升学生对随机事件的掌握程度，更能为后续概率计算、统计推断等知识的学习奠定思维基础，助力其形成解决实际随机问题的能力。

参考文献

[1] 西南交通大学数学学院统计系. 概率论与数理统计[M]. 第 2 版. 北京: 科学出版社, 2017.

[2] 盛骤, 谢士千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2019.

[3] 程海奎, 章建跃. 通过随机变量刻画随机现象加深理解随机思想[J]. 数学通报, 2022, 61(1): 9-14, 19.

[4] 曹杨, 曲程远, 周文书. 基于全概率公式的随机变量边际分布[J]. 大学数学, 2015, 31(6): 67-71.

[5] 曹显兵, 熊令纯, 施明存. 概率统计教学中的几个问题分析[J]. 数学的实践与认识, 2018, 48(21): 314-320.

[6] Dubinsky, E. (1994) Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In: Harel, G. and Confrey, J., Eds., *The Development of Mathematical Thinking*, Routledge, 231-250.

[7] Freudenthal, H. (1991) Revisiting Mathematics Education: China Lectures. Kluwer Academic Publishers.

[8] Barrows, H.S. (1996) Problem-Based Learning in Medicine and Beyond: A Brief Overview. *New Directions for Teaching and Learning*, **68**, 3-12. https://doi.org/10.1002/tl.37219966804

[9] 程海奎, 章建跃. 用样本空间刻画随机现象定义随机事件的概率发展学生的随机观念[J]. 数学通报, 2021, 60(5): 1-9, 17.

[10] Kaplan, J. (2008) Symbol Standardization in Probability Education: A Case Study. *Journal of Mathematical Behavior*, **27**, 203-215.

[11] 李长国, 裴永珍, 索文莉. 概率元的应用[J]. 大学数学, 2019, 35(3): 82-86.

[12] 刘淑环. 随机事件相互独立和两两独立性的探究[J]. 中小企业管理与科技(上旬刊), 2019(4): 181-182.

[13] Polya, G. (1945) How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. 2nd Edition, Princeton University Press. https://doi.org/10.1515/9781400828678

[14] Schoenfeld, A.H. (1985) Mathematical Problem Solving. Academic Press.

[15] 朱德刚, 何念念, 陈仕荣. 关于独立性的若干反例[J]. 高等数学研究, 2019, 22(1): 79-80, 114.

[16] 周越. 随机事件独立性的三个认识误区[J]. 现代商贸工业, 2016, 37(29): 164-165.

[17] 段燕. 浅析概率论的独立性[J]. 吕梁教育学院学报, 2014, 31(2): 99-100.