

解析几何教学有效性提升的路径探究

黄必昌

百色学院数理科学与统计学院, 广西 百色

收稿日期: 2025年11月3日; 录用日期: 2025年12月4日; 发布日期: 2025年12月15日

摘 要

基于文献研究与本校解析几何教学实践, 系统分析当前课程教学中存在的内容理论化、体系不合理、方式传统及学习被动等四大困境, 从教学内容优化、课程思政融入、教学方法改革、学习方式转变四个维度提出具体改革路径。通过数学史与实际案例的深度融合、现代教育技术的多元应用及学习方式的主动转型的多维拓展, 为地方高校数学应用型人才培养提供可操作的实践参考, 助力课程教学从“知识传递”向“素养培育”升级。

关键词

解析几何, 教学改革, 课程思政, 有效性提升

Exploring the Pathways to Enhance the Effectiveness of Analytic Geometry Teaching

Bichang Huang

School of Mathematics, Physics and Statistics, Baise University, Baise Guangxi

Received: November 3, 2025; accepted: December 4, 2025; published: December 15, 2025

Abstract

This study examines the challenges in analytic geometry teaching, such as over-theorization, irrational system, traditional methods, and passive learning. It proposes reforms in content optimization, curriculum integration of ideological and political education, teaching method reform, and learning method transformation. By integrating math history with cases, applying modern technologies, and transforming learning methods, it offers practical references for local universities to upgrade teaching from knowledge transmission to quality cultivation, helping course teaching upgrade from “knowledge transmission” to “quality cultivation”.

Keywords

Analytic Geometry, Teaching Reform, Curriculum Ideological and Political Education, Effectiveness Enhancement

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

近年来,随着新工科、新文科建设对跨学科能力的需求升级,解析几何的教学目标已从“知识传授”向“核心素养培育”转型——不仅要求学生掌握二次曲面方程、空间直线与平面关系等具体知识,更需具备将几何问题转化为代数模型的能力,以及运用数学工具解决实际问题的创新意识。然而,受传统教学模式、课时压缩、技术融合不足等因素影响,当前解析几何教学普遍存在“教师难教、学生难学”的困境,教学有效性亟待提升。

本文结合《解析几何》(吕林根、许子道) [1]、《解析几何教程》(廖华奎、玉宝富[2])等主流教材特点,参考刘艳梅(2017) [3]、杜云(2018) [4]、梁素萍[5]、李西洋[6] (2017)等学者的教学改革成果,并基于百色学院数统学院师生的多年教学成效实际情况,系统梳理解析几何教学的核心问题,提出针对性改革路径,以期为地方高校同类课程提供参考。本研究以建构主义学习理论(强调主动探究与知识建构)和情境学习理论(注重真实情境与实践参与)为指导,将理论框架与教学实践深度融合,为改革路径提供学理支撑。

2. 当前解析几何教学的四大困境

2.1. 教学内容“重理论、轻应用”, 学生兴趣不足

当前解析几何教学内容仍以经典理论体系为主,教材结构多遵循“向量与坐标→轨迹与方程→平面与空间直线→柱面、锥面与二次曲面→二次曲线/曲面一般理论”的逻辑展开。以本校使用的《解析几何》(吕林根、许子道,第五版)为例,全书共6章,其中“二次曲线的一般理论”“二次曲面的一般理论”两章占比近30%,内容涉及复杂的坐标变换、不变量计算等抽象推导,而与工程实践、生活场景相关的应用案例仅在“旋转曲面”“空间直线与平面”等章节零星出现(如卫星天线、冷却塔的曲面模型),占比不足5%。

教师授课时多以教材为中心,侧重公式推导与定理证明,对“为什么需要研究二次曲面的一般理论?”“这些公式在工程中如何应用?”等问题缺乏深入阐释。根据多年的教学反馈,大部分学生认为“课程内容太抽象,不知道学了有什么用”,超过一半的学生表示“对二次曲线不变量计算等内容感到枯燥”。

2.2. 课程体系“短课时、乱衔接”, 知识消化困难

1) 课时压缩与内容冗余的矛盾:受新工科课程体系调整影响,本校解析几何课时从2019年的64学时压缩至2024年的48学时(含8学时实践课),理论课仅40学时。然而,教材内容并未同步精简,仍需覆盖向量运算、空间几何、二次曲面等核心模块。以“二次曲面”章节为例,传统教学需12学时完成定义、方程推导、图形绘制及应用分析,但在40学时的总框架下,教师被迫将课时压缩至8学时,仅能完成公式推导与基础图形讲解,无法展开应用案例分析。

2) 相关课程衔接错位的问题:解析几何与高等代数存在强关联性——向量的线性关系需用到行列式、

矩阵知识(高等代数内容),而二次曲线的分类需借助二次型理论(高等代数核心)。但本校课程设置中,解析几何开设于第一学期,高等代数开设于第二学期,导致学生在学习“向量的线性相关性”时,因未接触行列式知识而难以理解“线性无关”的代数意义;在学习“二次曲线一般理论”时,因未掌握二次型化简方法,无法理解“不变量分类”的本质逻辑。2023年课程反馈显示,73%的学生认为“向量线性关系”“二次曲线分类”是最难理解的两大模块,直接影响后续学习信心。

2.3. 教学方式“重讲授、轻互动”,技术融合浅层化

1) 传统板书的局限性:解析几何涉及大量空间图形(如双曲面、椭球面),对教师的绘图能力要求极高。当前,本校仅极少的教师具备规范绘制复杂曲面的能力,多数教师依赖简笔画或示意图,导致学生对“单叶双曲面的直母线”“椭球面的截痕法分析”等内容理解模糊。例如,在讲解“旋转曲面”时,教师需通过板书展示“平面曲线绕轴旋转生成曲面”的动态过程,但静态图示难以呈现旋转轨迹,学生常将“圆锥面”与“旋转抛物面”的图形混淆。

2) 技术工具应用不足:尽管部分教师尝试使用 PPT 展示曲面图片,但仅停留在“图片展示”层面,缺乏动态交互。根据多年教师交流显示,极个别教师能使用 MATLAB 绘制参数曲面,大部分教师未接触过 GeoGebra 的 3D 绘图功能。实验课中,学生多按“教师演示→学生模仿”的模式操作,缺乏自主探索(如“给定参数方程,自主调整参数观察曲面变化”),技术工具沦为“高级绘图板”,未能发挥其“数学实验”的核心价值。

2.4. 学习方式“重记忆、轻探究”,主动思维缺失

解析几何多开设于大学第一学期,学生尚未完成从“中学应试学习”到“大学研究性学习”的转型。中学阶段,学生习惯“教师讲、学生记、课后练”的被动模式,依赖“题海战术”强化记忆;进入大学后,面对解析几何的抽象概念(如“齐次坐标”“射影平面”)与灵活应用(如“用向量法证明几何定理”),若未及时调整学习方式,易陷入“上课能听懂、课后不会做”的困境。

经过多年学生交流访谈得知:大部分的学生课前不预习,仅依赖课堂笔记,课后作业以“模仿例题”为主,缺乏对“公式推导逻辑”的主动探究;接近一半的学生因“空间想象能力弱”放弃深入思考,选择“死记硬背图形特征”。这种被动学习方式导致知识“消化不良”,最终影响课程通过率。

3. 提升解析几何教学有效性的四大改革路径

3.1. 课程思政融入:从“知识灌输”到“价值引领”

课程思政的核心是“隐性渗透”,需将数学史、科技成就、科学家精神等元素与教学内容深度融合,实现“知识传授”与“价值引领”的统一。

1) 数学史:激发学习兴趣和“故事线”

在“坐标系的建立”章节,可引入笛卡尔创立坐标系的历史背景:17世纪,笛卡尔因不满欧氏几何“依赖图形直观”的局限性,试图用代数方法统一几何问题。传说他因病卧床时观察墙角蜘蛛结网,灵感突现——将墙面视为平面,墙角为原点,蜘蛛的位置用 (x, y) 表示,由此诞生了直角坐标系。通过这一故事,学生不仅能理解“坐标系是几何代数化的工具”,更能体会“数学问题源于对现有方法的反思”的创新思维。

2) 科技案例:连接理论与实践的“桥梁”

以“天眼(FAST)与抛物面的关系”为例,设计“问题链”教学:

问题1(引入):展示FAST全景图与接收的脉冲星信号,提问“为何FAST的反射面是抛物面而非球面?”

问题 2(探究): 推导抛物面标准方程 $z = \frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2p}$, 结合电磁波反射定律(入射角 = 反射角), 证明“平行于对称轴的入射波经反射后汇聚于焦点”。

问题 3(应用): 给出 FAST 参数(口径 500 米、焦距 134 米), 要求学生计算其抛物面方程中的参数(p), 并验证“焦点处信号强度是反射面的多少倍”。

问题 4(拓展): 介绍 FAST 的“主动反射面”技术——2225 个液压促动器实时调整面板位置, 将固定抛物面转化为“动态可变形”曲面以追踪不同方向的信号。引导学生思考: “如何用代数方法描述‘动态曲面的形状变化’?”

通过这一案例, 学生既能掌握抛物面的数学本质, 又能体会“数学是大国重器的底层支撑”, 激发“学好基础学科、服务国家需求”的使命感。

3) 科学家精神: 厚植情怀的“精神源”

在“课程绪论”中, 讲述南仁东团队建设 FAST 的故事: 1994 年, 南仁东放弃国外优渥条件, 带领团队用 12 年时间走遍 1000 多个喀斯特洼地, 最终选定贵州大窝凼作为台址; 2016 年 FAST 建成时, 他已积劳成疾, 次年病逝。结合这一案例, 引导学生讨论: “科研工作者的‘坚持’与‘奉献’对科技进步的意义是什么?” “作为大学生, 如何在学习中行践‘甘坐冷板凳’的精神?” 通过情感共鸣, 将“科学精神”内化为学习动力。

3.2. 教学内容优化: 从“理论堆砌”到“应用导向”

针对课时压缩与内容冗余的矛盾, 需以“应用型人才培养”为目标, 重构教学内容体系, 突出“实用性”与“可接受性”。

1) 删减“超纲”理论, 聚焦核心知识

结合地方高校“服务区域经济”的定位, 删减与后续课程关联弱、理论深度过高的内容。例如: 对于二次曲线的一般理论: 仅保留“利用坐标变换化简二次曲线方程”的基础方法, 删除“不变量分类”的复杂推导(因二次型理论将在高等代数中系统学习); 对于二次曲面的一般理论: 仅讲解“椭球面、双曲面、抛物面”的标准方程与图形特征, 删除“二次曲面的正交分类”等抽象内容; 对于空间直线与平面的位置关系: 重点讲解“距离公式”“夹角计算”等实用技能, 简化“直线的参数方程与对称式方程互化”的繁琐步骤。

2) 增加“应用模块”, 强化知识关联

增设“解析几何在工程中的应用”专题(4 学时), 选取与地方产业相关的案例(如百色地区的桥梁设计、隧道截面分析), 引导学生用解析几何方法解决实际问题:

桥梁设计: 分析斜拉桥拉索的空间分布(用直线的方向向量描述), 计算拉索与桥面的夹角(用向量点积公式);

隧道截面: 给定隧道的拱形截面(半圆 + 矩形), 建立坐标系并推导其方程, 计算车辆通行的最大高度(用截距法分析);

通过这些案例, 学生能直观感受“解析几何是工程设计的数学语言”, 提升学习内驱力。

3.3. 教学方式改革: 从“单向讲授”到“多元互动”

教学方式的改革需以“学生为中心”, 结合内容特点灵活运用“问题驱动”“技术融合”“实践体验”等方法, 构建“沉浸式”课堂。

1) 问题驱动教学: 激活思维的“引擎”

在“旋转曲面”教学中,采用“问题链+小组探究”模式:

问题 1 (观察): 展示生活中的旋转曲面(花瓶、碗、铅笔), 提问“这些物体的形状有何共同特征?” (由平面曲线绕轴旋转生成);

问题 2 (抽象): 给定平面曲线 $y = x^2 (x \geq 0)$, 绕 y 轴旋转, 推导旋转曲面的方程(引导学生思考“任一点旋转后的坐标变化”);

问题 3 (验证): 用 MATLAB 绘制 $y = x^2 + z^2$ 的图形, 观察是否与实际花瓶形状一致;

问题 4 (拓展): 若曲线绕轴旋转, 方程如何变化? 与绕轴旋转的曲面有何差异?

该设计基于建构主义“认知冲突-概念转化”原理, 通过递进式问题激活学生已有平面几何经验, 在小组协作中完成从二维到三维的知识重构; 同时呼应情境学习理论, 将数学建模嵌入“生活观察-工程验证”的真实任务链, 使抽象推导获得应用意义。

通过“观察-抽象-验证-拓展”的递进式问题, 学生主动参与知识建构, 空间想象能力与代数推导能力同步提升。

2) 技术深度融合: 突破空间限制的“利器”

引入 GeoGebra、MATLAB 等工具, 将“静态图形”转化为“动态模型”:

GeoGebra 动态演示: 在“二次曲面”教学中, 用 GeoGebra 的“滑动条”功能调整方程参数(如椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 中的 a, b, c , 学生通过拖动滑块观察曲面形状变化: 当 $a = b$ 时变为旋转椭球面, 当 $a = b = c$ 时变为球面), 直观理解“参数对曲面形态的影响”;

MATLAB 数学实验: 在“空间直线与平面”实践课中, 要求学生用 MATLAB 编写程序, 输入两条直线的参数方程, 自动计算其夹角、公垂线长度, 并绘制图形。学生通过调试代码, 深化对“向量运算”“直线位置关系”的理解。

3) 跨学科协作: 拓展思维的“边界”

与土木工程、机械设计等专业合作, 开展“跨学科项目式学习”。例如, 与土木工程专业联合设计“校园景观桥方案”: 数学专业学生负责用解析几何方法计算桥拱的抛物线方程、拉索的空间坐标; 土木专业学生负责结构强度分析。通过项目合作, 学生既能巩固解析几何知识, 又能理解“数学在工程中的具体应用场景”, 培养跨学科思维。

3.4. 学习方式转变: 从“被动接受”到“主动探究”

学习方式的转变需教师“扶上马、送一程”, 通过“引导-示范-反馈”三部曲, 帮助学生建立“自主学习”习惯。

1) 预习引导: 用微课“搭梯子”

将复杂知识点(如“二次曲面的截痕法”)制作成 5~8 分钟的微课视频, 上传至课程平台。视频中设置“预习任务”:

观看视频后, 完成“用截痕法分析椭球面 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ 的形状”的练习题;

在讨论区留言“截痕法的关键步骤是什么? 你对哪一步不理解?”

此环节依据建构主义“同化-顺应”理论, 通过微课支架降低认知负荷, 引导学生利用已有坐标系知识主动同化新内容; 任务卡设计则体现情境学习“合法边缘性参与”理念, 使学生在“尝试解题-社群讨论”中逐步掌握专业实践工具。

教师通过后台统计学生的预习反馈, 课堂上重点讲解共性问题(如“如何选择截平面”“如何根据截线形状推断曲面整体形态”), 实现“精准教学”。

2) 课堂互动：用“任务卡”促思考

设计“课堂任务卡”，将知识点转化为探究任务。例如，在“向量的数量积”教学中，任务卡包含：

任务 1：已知向量 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (4, 5, 6)$ ，计算 $(\vec{a} \times \vec{b})$ ，并解释其几何意义(投影长度与模长的乘积)；

任务 2：若 $(\vec{a} \times \vec{b} = 0)$ ，说明两向量的位置关系(垂直)，举例生活中的垂直向量(如墙面与地面的法向量)。

4. 结语与展望

解析几何作为高等数学教育中的核心基础课程，是连接初等几何与高等代数、微分几何的重要桥梁。其核心价值在于通过“代数化”手段研究几何问题，培养学生“数形结合”的数学思维与空间想象能力，为后续学习微分方程、计算几何、工程制图等课程奠定基础。因此，其教学效果直接影响学生后续数学课程的学习质量与创新能力培养。希望通过以上的教学改革途径能有效地提高该课程教学效果的有效性。

致 谢

感谢 2022 年度校级一流课程(课程思政示范课程)建设项目(编号：2022KC13)和 2025 广西高等教育本科教学改革工程项目(编号：2025JGB390)和 2024 广西高等教育本科教学改革工程项目(编号：2024JGA337)对本文的支持和帮助。

参考文献

- [1] 吕林根, 许子道. 解析几何[M]. 第五版. 北京: 高等教育出版社, 2019.
- [2] 廖华奎, 玉宝富. 解析几何教程[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [3] 刘艳梅. 《解析几何》课程教学内容和教学方式的改革[J]. 吕梁学院学报, 2017, 7(2): 78-80.
- [4] 杜云. MATLAB 软件在空间解析几何教学中的应用探索[J]. 知识文库, 2018(16): 78.
- [5] 梁素萍. CAI 软件设计在《解析几何》课堂中的应用[J]. 电子技术与软件工程, 2019(4): 55.
- [6] 李西洋, 韦儒和, 苏华东, 黄敢基. 基于翻转课堂的混合教学模式研究——以“空间解析几何”课程为例[J]. 广西师范学院学报(自然科学版), 2017, 34(3): 128-132.