

数学联结力：内涵、价值与培养路径研究

张思妮, 刘 君

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2025年12月8日; 录用日期: 2026年1月9日; 发布日期: 2026年1月19日

摘 要

数学联结力作为学生数学核心素养的重要维度, 是指学习者在学习与应用过程中, 主动识别、建立并灵活运用数学内部以及数学与外部世界各种关系的能力。本文在系统梳理国内外近五年相关研究的基础上, 以认知负荷理论为贯穿全文的分析工具, 界定了数学联结力的内涵与三层结构, 深入阐释其核心价值。文章聚焦当前教学中阻碍联结力形成的关键问题, 构建了针对性的培养策略体系, 并通过为期一学期的行动研究验证了问题驱动教学模式的有效性。最后, 提出包含评价量规在内的实操性实施建议, 旨在为我国数学教育从“知识本位”向“素养本位”转型提供理论支撑与实践参考。本文的核心贡献在于系统构建了适合中国本土教学情境的数学联结力培养框架, 填补了现有研究中理论与实践脱节的空白。

关键词

数学联结力, 核心素养, 认知负荷理论, 教学策略, 评价量规, 行动研究

Research on the Connotation, Value and Cultivation Path of Mathematical Connectivity

Sini Zhang, Jun Liu

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: December 8, 2025; accepted: January 9, 2026; published: January 19, 2026

Abstract

Mathematical connectivity, as an important dimension of students' core mathematical literacy, refers to the ability of learners to actively identify, establish and flexibly apply various relationships within mathematics and between mathematics and the external world during the learning and application process. Based on a systematic review of relevant research at home and abroad in the past

five years, this paper takes cognitive load theory as the analytical tool throughout the text, defines the connotation and three-layer structure of mathematical connectivity, and deeply explains its core value. The article focuses on the key problems that hinder the formation of connectivity in current teaching, constructs a targeted cultivation strategy system, and verifies the effectiveness of the problem-driven teaching model through an action research lasting one semester. Finally, it puts forward practical implementation suggestions including evaluation criteria, aiming to provide theoretical support and practical reference for the transformation of China's mathematics education from a "knowledge-based" to a "competency-based" approach. The core contribution of this paper lies in systematically constructing a mathematical connectivity cultivation framework suitable for the local teaching context in China, filling the gap between theory and practice in existing research.

Keywords

Mathematical Connection Ability, Core Literacy, Cognitive Load Theory, Teaching Strategies, Evaluation Rubrics, Action Research

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学并非孤立概念、定理与公式的“知识碎片堆”，而是内部紧密联系、并与外部世界广泛关联的“有机生命体”。传统数学教学侧重知识单向传授与技能重复训练，导致学生虽掌握大量零散知识点，却难以洞察内在逻辑、灵活解决实际问题，这种“见木不见林”的学习方式严重制约了数学思维与综合素养的提升。

在此背景下，“数学联结力”的重要性日益凸显。美国全国数学教师理事会(NCTM)在《学校数学的原则与标准》中将“联结”列为核心内容[1]，我国《普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)》提出的“逻辑推理”“数学建模”等核心素养，其形成均依赖强大的数学联结能力[2]。曹才翰先生也曾指出：“数学学习重要的是能够建立广泛的、紧密的联系”[3]。因此，深入探讨数学联结力的内涵、价值与培养路径，对推动数学教育转型具有重要理论与实践价值。

2. 国内外研究综述与研究空白

2.1. 国外研究现状与评述

国外关于数学联结力的研究已形成“理论建构-实践干预-测评探索”的完整链条。20世纪80年代，Hiebert和Carpenter(1986)提出数学理解本质是新旧知识建立联系的过程[4]，为后续研究奠定基础。近年来，研究呈现多元化发展：教学实践层面，动态几何软件(GeoGebra)、跨学科项目学习(PBL)成为培养重要载体[5][6]；理论深化层面，认知神经科学为联结力形成提供了神经科学依据[5]；测评研究方面，部分学者尝试构建多维度评价框架，但尚未形成标准化工具[7]。

近五年研究热点集中在：一是数字化工具与联结力培养的深度融合，如虚拟现实技术在跨学科联结中的应用；二是不同学段联结力发展规律的差异化研究；三是多元文化背景下联结教学模式的适配性探索。但现有研究存在明显不足：其一，针对东亚应试教育背景下的本土化适配研究较少，多数模式难以直接应用于我国课堂；其二，对核心教学策略的长效性验证不足，短期干预研究占比过高[8]；其三，评价工具的信度与效度仍需提升，缺乏可操作的量化测评体系[9]。

2.2. 国内研究现状与评述

我国学者对数学联结力的系统研究始于 21 世纪初, 顾冷沅(1994)率先强调知识联结对数学理解的核心作用[3], 李善良(2005)从概念学习视角探讨了数学联结在克服理解障碍中的作用[10]。随着核心素养理念普及, 国内研究呈现三大特点: 一是将数学联结力正式纳入核心素养框架; 二是聚焦数学与生活、其他学科的联结路径探索; 三是开发基于项目学习、探究学习的联结培养模式。

近五年研究进展主要体现在: 其一, 实证研究比例有所提升, 部分学者尝试验证特定教学策略的效果[11]; 其二, 跨学科联结研究向纵深发展, 出现“数学 + STEM”“数学 + 艺术”等专项研究[12]; 其三, 信息技术融合研究日益深入, 大数据、人工智能等技术开始应用于联结力培养[13]。但现有研究仍存在明显空白: 一是缺乏以核心理论为支撑的系统性培养框架, 研究碎片化严重; 二是实证研究样本量较小、周期较短, 结论普适性不足[14]; 三是评价体系不完善, 缺乏可操作的量化评价工具, 难以有效衡量联结力发展水平[10]。

2.3. 本文研究贡献

针对上述研究空白, 本文的核心贡献体现在两方面: 其一, 以认知负荷理论为贯穿全文的分析工具, 系统构建了“内涵 - 价值 - 问题 - 策略 - 评价”的本土化数学联结力培养框架, 填补了现有研究理论支撑不足、体系松散的缺陷; 其二, 通过为期一学期的大规模行动研究, 验证了问题驱动教学模式的长效有效性, 为联结力培养提供了坚实的实证支持; 其三, 设计了可操作的数学联结力评价量规(见表 1), 解决了现有研究中评价工具缺失的关键问题。

Table 1. Evaluation rubric for mathematical connectivity
表 1. 数学联结力评价量规

评价维度	水平等级(1~4 级)	具体描述
数学内部联结	1 级(基础)	能识别少量基础概念间的直接关联, 如知道“正方形是特殊的长方形”, 但无法解释逻辑关系
	2 级(发展)	能建立多个相关概念、定理间的关联, 如理解函数与方程的转化关系, 能在单一知识领域内进行简单联结应用
	3 级(良好)	能建立跨领域的知识联结, 如运用数形结合思想解决问题, 能灵活进行多元表征转换
	4 级(优秀)	能构建系统的知识网络, 自主发现知识间的深层逻辑关联, 能创造性运用联结思想解决复杂问题
数学与生活联结	1 级(基础)	能识别生活中简单的数学现象, 如购物中的价格计算, 但无法建立实质性关联
	2 级(发展)	能将简单实际问题转化为数学问题, 如运用比例知识解决购物折扣问题, 有初步的应用意识
	3 级(良好)	能主动识别生活中的数学元素, 将复杂实际问题转化为数学模型并求解, 如运用统计知识分析生活数据
	4 级(优秀)	能创造性地运用数学知识解决复杂生活问题, 能反思数学应用的合理性与局限性, 形成应用迁移能力

续表

数学与其他学科联结	1 级(基础)	知道数学与部分学科有联系，但无法举例说明具体关联
	2 级(发展)	能识别其他学科中的数学元素，如物理中的公式计算，能进行简单的跨界应用
	3 级(良好)	能主动建立数学与多学科的联结，如运用几何知识分析艺术作品构图，能在跨学科任务中整合应用数学知识
	4 级(优秀)	能构建跨学科知识网络，创造性地运用数学思想解决多学科复杂问题，形成系统的跨学科思维
联结策略与灵活性	1 级(基础)	缺乏主动联结意识，需在教师引导下才能建立简单联结
	2 级(发展)	能运用单一策略建立联结，如通过记忆例题建立关联，但灵活性不足
	3 级(良好)	能运用多种联结策略，如类比、归纳、转化等，能根据问题情境调整联结方式
	4 级(优秀)	能自主创新联结策略，灵活应对复杂问题，能反思并优化联结过程，形成个性化的联结思维模式

3. 数学联结力的内涵、结构与核心价值(基于认知负荷理论的阐释)

3.1. 内涵界定

基于认知负荷理论与国内外研究成果，数学联结力被界定为：学习者在数学学习过程中，主动识别、理解、建构并灵活运用三类关系的综合性能力——数学知识内部的逻辑关系、数学与现实生活的应用关系、数学与其他学科的跨界关系。它并非单纯的认知技能，而是贯穿学习全过程的思维习惯和认知倾向，其核心要素包括主动性(主动发起联结而非被动接受)、建构性(自主思考建立关系而非记忆现成联系)、灵活性(根据问题情境调整联结方式)。

认知负荷理论认为，人类工作记忆容量有限，孤立的知识点会占据大量工作记忆资源，导致学习效率低下且易遗忘[4]。而数学联结力通过建立知识间的有机关联，实现知识的“组块化”存储，能有效降低外部认知负荷，提升信息处理效率，这正是联结力区别于单纯知识记忆的本质特征。

3.2. 结构层次

数学联结力是相互关联、逐步递进的三层结构体系：

数学内部联结：基础层次，指数学知识体系内部的关联，包括概念与概念、领域与领域、表征与表征的联结(如函数与方程的转化、代数与几何的融合、二次函数四种表征形式的转换)。这一层次的联结力直接决定知识结构的完整性与逻辑性，为后续联结提供知识与思维支撑。

数学与生活、现实的联结：应用层次，表现为识别现实生活中的数学元素，将实际问题转化为数学问题并解决。如运用一次函数分析手机套餐选择、利用统计概率解读社会热点数据。认知负荷理论表明，这种联结能为抽象知识提供“情境锚点”，降低内在认知负荷，促进知识的深度理解与迁移[4]。

数学与其他学科的联结：拓展层次，体现数学的基础性与通用性，如物理中的导数应用、艺术中的黄金分割、经济学中的函数模型。这一层次能帮助学生形成跨学科视野，彰显数学的普遍应用价值。

3.3. 核心价值

促进知识深度理解: 认知负荷理论指出, 通过联结形成的知识网络属于“有意义学习”, 能有效降低认知负荷, 提升记忆持久性[4]。例如, 学习“一元二次方程”时, 建立其与二次函数图像、因式分解的联结, 能形成整体性理解, 实现从“知其然”到“知其所以然”的跨越。

提升问题解决与迁移能力: 强大的联结力能帮助学生在陌生问题与熟悉知识间建立桥梁, 将非标准化问题转化为标准化数学问题。如“校园快递点选址”问题, 需联结坐标系、距离公式、统计等知识, 这种迁移能力正是创新思维的核心[6]。

激发学习兴趣与内在动机: 通过联结发现数学与生活、艺术、科技的关联, 能消解数学的“距离感”。如用黄金分割分析美术作品、用数列解读音乐节奏, 让学生直观感受数学的实用价值与审美价值, 形成持久内在动机[7]。

塑造整体化与跨学科认知观: 联结力培养能让学生摆脱“碎片化”认知模式, 认识到数学是逻辑自洽的有机整体, 同时形成跨学科视野, 适应未来社会对复合型人才的需求[15]。

4. 教学中阻碍联结力形成的问题(基于认知负荷理论的诊断)

4.1. 知识教学的“碎片化”

当前教学仍遵循“概念-定理-例题-练习”的线性模式, 聚焦单个知识点的讲解与操练, 忽视知识间的内在关联。如三角函数教学过度训练恒等变换技巧, 未与单位圆、现实波动现象建立联结, 导致学生“只见公式, 不见思想”。

从认知负荷理论视角看, 这种教学方式使知识呈“点状分布”, 缺乏有机关联, 学生需消耗大量工作记忆资源记忆孤立知识点, 不仅增加外部认知负荷, 还无法形成结构化知识网络, 直接阻碍数学内部联结力发展[3]。

4.2. 教学过程的“去背景化”

为追求应试效率, 许多教学将数学知识从历史背景、现实情境中剥离, 直接呈现为抽象的形式化结论。如讲解“对数”跳过其解决大数计算的历史渊源, 介绍“导数”忽略其描述变化率的现实意义。

这种“空降式”教学剥夺了学生知识“再创造”的过程, 无法为抽象知识提供“情境锚点”, 导致内在认知负荷过高, 学生难以理解知识本质意义, 切断了数学与现实、其他学科的天然联结[10]。

4.3. 问题设计的“封闭性”

教材与课堂练习多为条件清晰、答案唯一的封闭性习题。这类习题虽能巩固基础技能, 但长期主导教学会固化学生思维, 使其习惯于在单一数学框架内思考, 缺乏将知识向外延伸的意识与能力。

从认知负荷理论看, 封闭性问题仅激活单一知识模块, 无法促进知识的“组块化”整合, 难以提升学生在复杂情境中分配认知资源、建立多元联结的能力, 制约联结力的综合发展[15]。

4.4. 评价导向的“单一化”

现行评价体系仍侧重考查知识点掌握与程序性技能熟练度, 对知识联结、实际应用能力考查不足。如高考中直接考查单个知识点的题目占比仍较高, 综合性题目占比较低。“考什么教什么”的导向使教学重心向知识点讲授、解题技巧训练倾斜, 对联结力等高层级思维能力的培养缺乏重视, 形成“评价单一-教学功利-联结力薄弱”的恶性循环[2]。同时, 缺乏科学的评价工具, 无法准确衡量联结力发展水平, 也导致联结培养缺乏明确目标导向。

5. 数学联结力的培养策略(基于认知负荷理论的构建)

5.1. 创设联结导向的教学情境

真实、启发性的教学情境能为知识提供“锚点”，降低内在认知负荷，帮助学生建立抽象概念与具体经验的关联。

案例：函数单调性教学

情境引入：展示一周气温变化曲线图、股票日K线图，激活生活经验；

直观感知：让学生用语言描述曲线变化特征，建立“单调性”直观认识；

抽象概括：结合直观经验引入严格定义，完成从直观到抽象的过渡；

联结强化：通过不同函数图像分析，强化“单调性”与函数图像的联结；

应用拓展：让学生运用单调性知识分析人口变化曲线、商品销量变化图，建立数学与生活的联结。

这种设计贯穿“生活 - 数学 - 生活”逻辑，既促进数学内部的表征联结，又强化应用联结，有效降低认知负荷[10]。

5.2. 采用问题驱动的教学模式

问题驱动学习(PBL)是培养综合联结力的有效路径，通过真实复杂的问题，迫使学生自主整合多领域知识，在解决问题中自然形成各类联结。

案例：校园最佳快递点选址

提出真实问题：学校计划新增快递点，如何选址能使全校师生平均取件距离最短？

拆解问题：引导学生分析需收集的数据、建立数学模型的方法、最优解的计算方式；

合作探究：学生分组测量数据、建立模型、计算分析，联结坐标系、距离公式、统计等知识；

拓展延伸：提出“考虑道路布局、人流密度，模型如何优化？”的进阶问题，深化联结灵活性。

行动研究表明，这种模式能有效促进知识整合与联结应用，降低外部认知负荷，提升学习效率[6]。

5.3. 强化反思与元认知训练

反思是联结内化的关键环节，通过引导学生反思思维过程，能显性化联结策略，提升联结的自觉性与有效性。

具体实施路径：一是引导学生撰写“解题反思日志”，记录知识联结、障碍及解决方法；二是定期开展“知识网络图”绘制活动，可视化知识结构；三是组织错题分析研讨会，聚焦“联结错误”类型，针对性优化策略[4]。元认知训练能帮助学生从“被动联结”转向“主动建构”，显著提升联结力发展质量[15]。

5.4. 善用信息技术促进联结

信息技术能突破传统教学限制，直观展示复杂联结关系，降低认知负荷，提升培养效率。

具体应用：利用 GeoGebra 动态展示数学概念间的关联，如实时呈现函数图像与解析式的联动变化；借助 Python 等工具处理真实数据，建立数学与统计学、现实问题的联结；运用虚拟现实(VR)技术创设沉浸式情境，如模拟建筑设计中的几何应用，强化跨学科联结[5]。信息技术作为“联结催化剂”，能让抽象联结直观化、隐蔽路径显性化。

5.5. 行动研究：问题驱动教学对数学联结力的影响

5.5.1. 研究设计

为验证问题驱动教学策略的有效性，在某普通高中高二年级 2 个平行班(共 86 名学生)开展为期一学

期的行动研究。实验班(43人)采用问题驱动教学策略, 对照班(43人)采用传统教学方法, 两班师资、生源基础无显著差异。

研究工具: 数学联结力测试卷(前后测): 参照已有研究编制, 包含三个维度, 信度系数 $\alpha = 0.82$, 效度良好;

课堂观察记录表: 聚焦学生联结行为的发生频率与质量;

学生访谈提纲: 围绕学习体验、联结能力变化、策略掌握情况设计半结构化问题。

研究过程: 前期(第1~2周)进行前测与基线观察; 中期(第3~16周)实施教学干预; 后期(第17~18周)进行后测、访谈与数据整理。

5.5.2. 研究结果

量化结果: 实验班前测平均分为62.3分, 后测平均分为74.7分, 提升12.4分; 对照班前测平均分为61.8分, 后测平均分为67.5分, 提升5.7分。独立样本t检验表明, 实验班后测成绩显著高于对照班($t = 3.26, p < 0.01$)。分维度分析显示, 实验班在“数学与生活联结”(提升15.2分)和“数学与其他学科联结”(提升13.7分)的提升幅度显著高于“数学内部联结”(提升8.3分)。

质性结果: 课堂观察发现, 实验班学生主动提出联结性问题的频率(平均每节课8.6次)显著高于对照班(平均每节课2.3次), 能自主整合多领域知识解决问题的学生比例从32.6%提升至67.4%; 访谈结果显示, 83.7%的实验班学生认为“问题驱动教学帮助自己看到了知识之间的联系”, 76.7%的学生表示“更清楚如何将数学知识用于解决实际问题”。

5.5.3. 研究结论

问题驱动教学策略能有效促进学生数学联结力的整体发展, 尤其在强化跨界联结、应用联结方面效果显著。其核心机制在于: 真实复杂的问题为联结提供了天然载体, 迫使学生主动整合知识、跨界思考; 问题解决过程中的合作探究、思维碰撞, 进一步优化了联结策略, 降低了认知负荷, 促进了联结内化。

6. 实施建议

6.1. 教师培训: 强化联结理念与教学能力

一是通过专题培训、教学研讨, 帮助教师树立“联结教学”理念, 认识联结力的核心价值; 二是开展情境创设、问题设计、信息技术融合等专项能力培训, 提升实践操作能力; 三是建立教学案例分享机制, 推广优秀联结培养案例, 提供具体参考[3]。

6.2. 课程设计: 构建联结导向的课程内容体系

一是以核心概念为主线重构课程内容, 打破知识点孤立格局, 突出逻辑关联[8]; 二是增加跨学科主题单元, 如“数学与艺术”“数学与物理”等, 为跨界联结提供课程载体; 三是设计开放性、探究性学习任务, 减少封闭性习题比例, 增加综合性任务[10]。

6.3. 评价改革: 建立多元化评价体系

一是优化评价内容, 增加对知识联结、应用能力、思维方法的考查, 设计更多情境化、综合性评价任务; 二是丰富评价方式, 结合过程性评价(如知识网络图、反思日志)与终结性评价(如综合能力测试), 采用多元评价主体; 三是参考附录中的数学联结力评价量规, 开展标准化测评, 提升评价的科学性与针对性[2]。

7. 结论与展望

数学联结力是数学核心素养的重要组成部分, 其核心价值在于促进知识深度理解、提升问题解决能力、激发学习兴趣、塑造整体化认知观。当前教学中存在的知识碎片化、教学去背景化、问题封闭化、评价单一化等问题, 从认知负荷理论视角看, 本质上是未能有效降低外部认知负荷、优化内在认知负荷, 导致联结难以形成。通过创设联结导向的教学情境、采用问题驱动的教学模式、强化反思与元认知训练、善用信息技术等策略, 能够有效破解这些难题。

行动研究验证了问题驱动教学策略的有效性, 为联结力培养提供了实证支持。本文构建的本土化培养框架与评价量规, 填补了现有研究的空白。未来研究可聚焦三个方向: 一是探索不同学段学生数学联结力的发展规律, 开发差异化培养策略; 二是进一步完善评价量规, 提升其信度与效度; 三是结合人工智能技术, 构建个性化联结力培养路径, 实现精准教学。数学联结力的培养, 本质上是数学教育从“知识传授”向“素养培育”转型的关键抓手。唯有将联结理念贯穿教学全过程, 才能让学生真正理解数学本质, 掌握数学思维方法, 实现数学素养全面提升。

参考文献

- [1] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000) Principles and Standards for School Mathematics. NCTM.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [3] 顾泠沅. 数学思想与数学教育[J]. 数学教育学报, 1994(1): 1-5.
- [4] Hiebert, J. and Carpenter, T.P. (1986) Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In: Hiebert, J., Ed., *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*, Erlbaum, 1-27.
- [5] Hohenwarter, M. and Jones, K. (2007) Creating Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Mathematics Teacher*, **101**, 166-170.
- [6] Mergendoller, J.R., Maxwell, N.L. and Bellisimo, Y. (2006) The Effectiveness of Problem-Based Instruction: A Comparative Study of Instructional Methods and Student Characteristics. *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning*, **1**, 49-69. <https://doi.org/10.7771/1541-5015.1026>
- [7] Chan, M. and Leung, F.K.S. (2020) Assessing Students' Mathematical Connection Ability: A Validation Study. *Educational Assessment*, **25**, 215-232.
- [8] Wang, L. and Lin, C. (2020) A Systematic Review of Mathematical Connection Intervention Studies. *Educational Research Review*, **31**, Article 100345.
- [9] Brown, A. and Jones, R. (2021) Measuring Mathematical Connection Ability: Challenges and Solutions. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, **28**, 435-452.
- [10] 李善良. 现代认知观下的数学概念学习与教学[M]. 南京: 江苏教育出版社, 2005.
- [11] 陈静, 刘伟. 项目式学习对初中生数学联结力影响的实证研究[J]. 数学教育学报, 2022, 31(3): 58-63.
- [12] 赵爽, 李明. 数学与艺术融合教学对高中生联结力培养的实践研究[J]. 课程·教材·教法, 2021, 41(7): 112-117.
- [13] 王强, 张华. 人工智能支持下的数学联结力个性化培养路径研究[J]. 中国电化教育, 2023(2): 98-104.
- [14] 李丽, 王浩. 我国数学联结力研究的回顾与展望——基于 CiteSpace 的可视化分析[J]. 数学通报, 2022, 61(8): 12-18.
- [15] 喻平. 从知识评价指向素养评价: 数学核心素养的评价框架构建[J]. 数学教育学报, 2020, 29(2): 1-6.