Advances in Education 教育进展, 2026, 16(1), 1776-1781
Published Online January 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.161241

Hans汉斯

数学文化与高等数学课程有机融合的教学探索与实践

马纪英

上海理工大学理学院，上海

收稿日期：2025年12月20日；录用日期：2026年1月16日；发布日期：2026年1月26日

摘　要

高等数学是绝大多数理工科专业的学科基础课，与后续专业课的内容联系密切，是最为重要的学科基础课之一。高等数学中蕴含丰富的数学文化知识，本文着重探讨如何将数学文化有机融入到高等数学课程的教学实践，包括课前导入、课堂讲授、课后复习三个环节的全过程教学设计。以教学大纲为基础，恰当好处地融入与教学内容相关的数学史、数学思想和精神、数学之美和数学应用等数学文化元素，有效激发学生的学习兴趣，提高课程教学质量。

关键词

数学文化，高等数学，教学设计，数学史

Teaching Exploration and Practice of Organic Integration of Mathematical Culture into Advanced Mathematics

Jiying Ma

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: December 20, 2025; accepted: January 16, 2026; published: January 26, 2026

Abstract

Advanced Mathematics is a fundamental course for the majority of science and engineering disciplines, closely linked to the content of subsequent specialized courses, and is one of the most important foundational courses. Advanced Mathematics contains rich mathematical cultural knowledge.

文章引用: 马纪英. 数学文化与高等数学课程有机融合的教学探索与实践[J]. 教育进展, 2026, 16(1): 1776-1781.
DOI: 10.12677/ae.2026.161241

This paper focuses on exploring how to organically integrate mathematical culture into the teaching practice of the Advanced Mathematics course, including the entire process of instructional design across three phases: pre-class introduction, in-class instruction, and post-class review. Based on the syllabus, it appropriately integrates mathematical cultural elements related to the teaching content, such as the history of mathematics, mathematical ideas and spirit, the beauty of mathematics, and mathematical applications. This method can effectively enhance students' interest in learning and improve the quality of teaching.

Keywords

Mathematical Culture, Advanced Mathematics, Instructional Design, History of Mathematics

1. 引言

目前高校的数学公共基础课主要包含高等数学，线性代数以及概率论与数理统计三门课程，这些课程为学生后续专业课程的学习提供坚实的数学基础。高等数学是绝大多数理工科专业的学科基础课，也是最为重要的公共基础课之一。特别是高等数学课程的教学内容繁多，理论知识框架复杂，需要记忆和理解的概念、定理和公式相对较多，是大多数高校学生普遍认为抽象难懂，枯燥难学的数学公共课。

美国著名数学史专家卡约里(F. Cajori)曾经指出：“如果数学教师用数学历史回顾和数学轶事点缀枯燥的问题求解和几何证明，学生的学习兴趣会大大增加”。绝大多数高校采用的数学教材，都是在历史上已有的数学材料的基础上，按照课程的总体大纲和学习要求编著而成的[1]。我们学生接触到的教材的教学内容都是精练的现成的，而对很多重要的数学概念的来龙去脉以及很多定理结论产生的实际背景阐述较少[2]。在我国高校的数学教育中，大多数学生对数学文化方面的基本内容知之甚少。如果讲授者能将数学文化知识与课程教学过程有机融合，对高等数学的讲授非常有帮助。

本文着重探讨如何将数学文化有机融入到高等数学课程的教学实践，包括课前导入、课堂讲授、课后拓展三个环节的全过程教学设计。教学设计以教学大纲为基础，围绕课程的核心概念，适时地引入关于数学史、数学思想和精神的阐述。一方面可以有效地激发学生的学习动力，培养学生的逻辑思维能力和解决实际问题的能力。另一方面，将数学文化元素融入课程教学可以提高学生的听课积极性，进而提高教学成效。

2. 数学史融入高等数学的课程设计

数学文化是数学知识与数学精神的有机融合，也是科学素质与人文素质的有机融合[3]。狭义的数学文化是指数学的思想、精神、方法、观点、语言，以及它们的形成和发展；而广义的数学文化是指除上述内涵以外，还包含数学史、数学家、数学美、数学教育、数学与人文的交叉、数学与各种文化的关系等[4]。

在高等数学的关键章节适当强化数学史的背景，同时可以结合课堂知识介绍当今著名的数学奖获得者以及数学理论的最新前沿热点问题，从而启发学生进行科学探索和研究的思路。比如，在高等数学的开学第一课中，可以引入微积分的创建和发展历史[5]。在第一章极限的概念中重点介绍极限概念的形成历史和极限的严格化定义的历史，以及相应的著名数学家的研究工作等。

下面我们以第一章数列的极限为例，具体阐述将数学史知识与课程教学相融合的教学设计方案。数列的极限是高等数学课程中第一个较为抽象难懂的概念，而且是整个微积分中非常重要的概念，后续导数和定积分等概念都是用极限定义的。

2.1. 课前导入

在课前导入部分，提前给学生发布任务，任务内容是查阅与极限思想相关的三个引例：截丈问题，割圆术，芝诺悖论。通过这几个生动有趣又有深度的问题，引导同学们发现问题，主动思考，主动查阅文献学习，可以有效地激发学生学习和探索的主观能动性。当今社会人们获得信息的渠道非常多元，教师要引导学生查看原文献，找到精确的表述。

2.2. 课堂讲授

在课堂讲授部分，因为学生提前储备了相关知识，可以快速地介绍上面三个引例，讲授时建议重点强调原文表述。

截丈问题是中国古代数学中的一个经典问题，记录于《庄子・天下篇》，实际上是惠子对庄子的提问，原文表述为："一尺之棰，日取其半，万世不竭"。通过学习原文，使学生直观感受到中国古代文言文的简练和隽永。用数学语言表述，一尺之棰，首日取一半剩二分之一尺，次日再取一半剩四分之一尺，第三日剩八分之一尺……以此类推，第 n 天剩下的长度是$1/2^n$ 尺。这个等比数列的极限是 0，但永远不会真正等于 0。截丈问题揭示了"无限趋近"的数学思想，是高等数学中极限概念的一个雏形。

割圆术是《高等数学》同济版教材中给出的例子，由中国古代著名数学家刘徽提出。刘徽，公元 3 世纪，其代表作为《九章算术注》和《海岛算经》。公元 264 年，刘徽在对中国古代算经《九章算术》作注时提出割圆术[6]。割圆术的原文表述为："割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体而无所失矣"。割圆术的方法是利用圆的内接正多边形的面积逐步逼近圆的面积。从圆内接正六边形开始，每次边数倍增，内接正十二边形，内接正二十四边形，一般的内接正 $6\times 2^{n-1}$ 边形的面积记为 A_n，则内接正多边形的面积与圆的面积误差逐渐缩小到零。这是中国古代早期极限思想在几何学上的应用[1]。

2.3. 课后拓展

在课后拓展部分，从割圆术出发，请学生总结一下中国古代计算圆周率的成就。为了表述更清晰，将割圆术示意图(图 1)和具体计算步骤(表 1)展示如下。

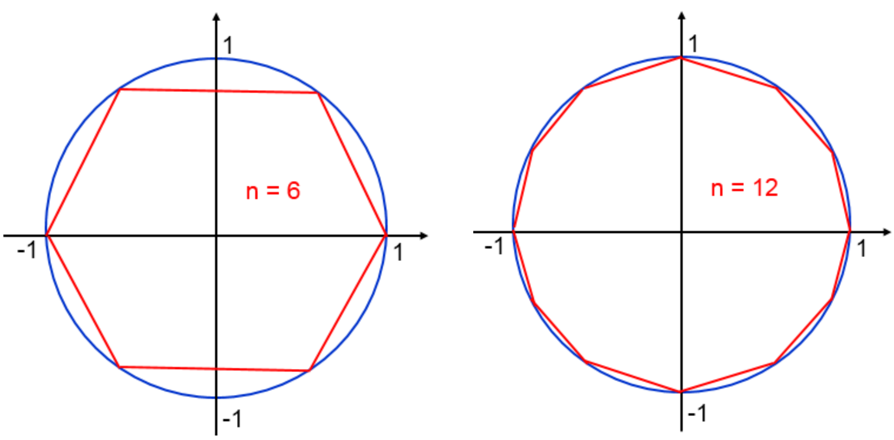

Figure 1. Schematic diagram of the method of approximating a circle with polygons
图 1. 割圆术示意图

Table 1. Calculation steps of the circle-cutting method
表 1. 割圆术的计算步骤

边数	6	12	24	48	96	192	3072
π 近似值	3.0000	3.1058	3.1326	3.1393	3.1410	3.1410	3.1416
计算说明	初始边数	第一次倍增	第二次倍增	第三次倍增	第四次倍增	第五次倍增	第六次倍增

刘徽算至 3072 边形，得出 $\pi \approx 3.1416$，称为徽率。在公元 5 世纪时中国学者祖冲之在割圆术基础上，用正 24576 边形将 π 的数值精确到小数点后 7 位(3.1415926~3.1415927)，称为祖率。而欧洲直到 16 世纪才得到这样精确的 π 值[6]。

极限的严格定义是数列的极限这一节的难点，对初学者而言有点晦涩难懂。为了帮助学生更好地了解极限定义的来龙去脉，请学生课后自主查阅数学史上第二次数学危机——无穷小的严格定义。事实上，在微积分创建之初，关于无穷小的定义并不严密。英国的贝克莱大主教发表文章攻击牛顿的理论，他质问道：“无穷小”作为一个量，究竟是不是 0？在后来将近两百年的时间里很多卓越的数学家为之努力，直至数学家柯西创立极限理论，到最后魏尔斯特拉斯创立“$\varepsilon-\delta$”语言，才反驳了贝克莱的责难[3]。

3. 数学之美与应用融入教学过程

美学教育是全方位育人的重要环节，而数学具有自身独特的美学特征与结构，比如公式概念的简单美，几何图形的对称美，不同概念和定理之间的和谐统一美等。在教学设计中要善于发掘数学教材中的美育资源，比如高等数学中的瞬时速度和曲线切线的斜率虽是具有不同学科背景的问题，却统一地抽象为导数的定义，这就是数学不同分支、不同概念及不同运算的统一之美。

我们仍然以数列的极限为例，探讨数学之美与应用的具体教学设计。首先引入一个现实世界中具有广泛应用背景的数列的实例——斐波那契(Fibonacci)数列。已知兔子在出生两个月后就有繁殖能力，一对成兔每月能生出一对幼兔。假设所有兔子都不死，我们就能得到这样一个兔子数列(图 2)。

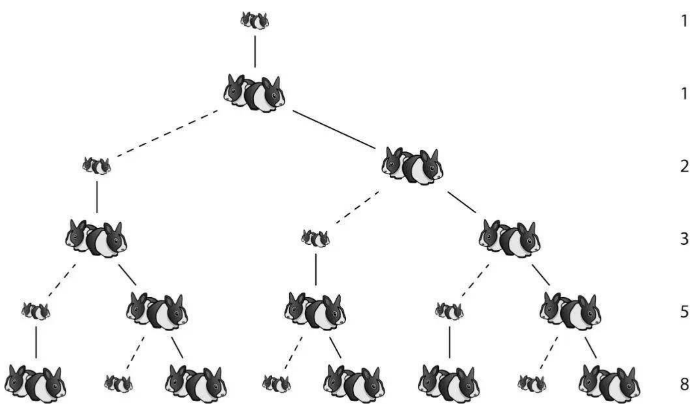

Figure 2. Fibonacci sequence
图 2. 兔子数列

兔子数列：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, …该数列的线性递推公式为：$x_1 = x_2 = 1, x_n = x_{n-1} + x_{n-2}\ (n \geq 3)$. 进一步，将斐波那契数列的后一项比前一项，得

$$1 \div 1 = 1, 2 \div 1 = 2, 3 \div 2 = 1.5, 5 \div 3 = 1.66666\cdots, 610 \div 377 = 1.61803714\cdots$$

事实上，由斐波那契数列的递推公式得

$$\frac{x_{n+1}}{x_n}=1+\frac{x_{n-1}}{x_n}，设 \lim_{n\to\infty}\frac{x_{n+1}}{x_n}=a，则有 a=1+\frac{1}{a}\Rightarrow a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1.618。$$

即斐波那契数列的后一项比前一项的值接近黄金分割 1.618。黄金分割蕴藏着丰富的美学价值，被认为是艺术和建筑中最理想的比例。

斐波那契数列又称黄金分割数列，被誉为是最美的数列。如果以斐波那契数列(1, 1, 2, 3, 5, 8…)为边长绘制正方形，再连接各正方形内四分之一圆弧形成的螺旋曲线称为斐波那契螺旋线(又称黄金螺旋线)。在自然界中，向日葵花盘、海螺壳、星系旋臂等均呈现此规律。再如代表希腊建筑艺术的最高水平的帕提农神庙，其外观比例契合斐波那契螺旋线(图 3)。

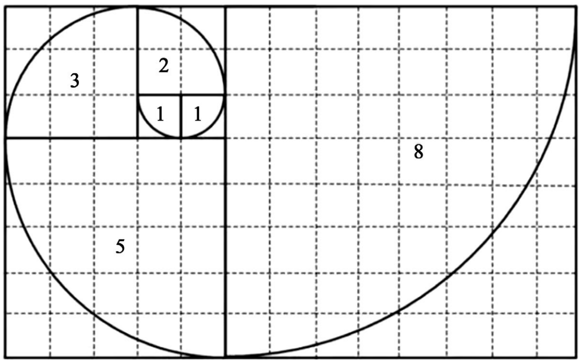

Figure 3. The Fibonacci spiral and the Parthenon
图 3. 斐波那契螺旋线与帕提农神庙

中国著名数学家华罗庚在《大哉，数学之为用》中指出：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，数学无所不在”。在高等数学的教学过程中，可以适当介绍与教学内容密切相关的实际应用。例如，在讲授无穷限的反常积分时，很多学生可能不太理解为什么要计算无穷区间上的积分。因此在教学设计时，可以从中国航天的重要事件引入课程内容。嫦娥三号月球探测器是中国第一个月球软着陆的无人登月探测器，其在月球的工作时间自 2013 年 12 月 14 日软着陆开始至 2016 年 8 月 4 日正式退役，创造了月球工作最长纪录。中国的火星探测器天问一号于 2021 年 5 月 15 日成功在火星表面软着陆，截至 2025 年 12 月仍在火星轨道执行遥感探测任务。为使探测器发射成功，需要运载火箭摆脱地球引力束缚，那运载火箭的发射速度至少是多少？这一速度应该是第二宇宙速度，又称逃逸速度，其大小为 11.2 km/s。为了求出第二宇宙速度，需要计算火箭上升过程中克服地球引力所做的功，而做功的计算需要用到无穷限的反常积分[7]。将中国航天标志性的大事件融入到课程教学中，更容易激发学生的学习兴趣，使学生直观感受数学在现实生活中的应用。

4. 结语

美国数学史家克莱因曾经说过：“一个时代的总的特征在很大程度上与这个时代的数学活动密切相关。这种关系在我们这个时代尤为明显。”在目前高校数学的教学体系中，限于教材设计和课程课时的有限性，教师很难在课堂上系统完整地讲授包括数学史在内的数学文化相关内容。在教学设计中，将数学文化相关知识与课堂内容加以融合凝练和升华，进一步形成一系列切实可行的教学案例，可以使得教师在教学过程中的课堂讲授或者课后拓展中灵活地运用。

在教学成效上，将数学文化知识有机融入到高等数学课程教学中，有助于学生加深对概念定理和结论的理解和掌握，激发学生的学习兴趣，进而培养学生发现问题和解决问题的能力。数学不仅是高等教

育课程体系中最重要的基础课程之一，而且是整个科技创新之根本，适时将当前人工智能、大数据等实际应用介绍引入课堂，让学生切身体会高等数学的重要性。

基金项目

上海理工大学教师发展研究项目(CFTD2025YB23)。

参考文献

[1] 同济大学数学系. 高等数学: 上册[M]. 第 7 版. 北京: 高等教育出版社, 2014.
[2] 莫里斯·克莱因. 古今数学思想[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2013.
[3] 顾沛. 数学文化[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2017.
[4] 郑义富. 关于数学精神、数学思想与数学素养的辨析[J]. 课程·教材·教法, 2021, 41(7): 112-118.
[5] 齐民友. 遥望星空(二)——牛顿·微积分·万有引力定律的发现[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
[6] 李大潜. 圆周率 π 漫话[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
[7] 储继迅, 王萍. 高等数学教学设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2020.