

融合GeoGebra的线性代数探究式教学实践

王蕊, 金永

中国民航大学理学院, 天津

收稿日期: 2025年12月20日; 录用日期: 2026年1月16日; 发布日期: 2026年1月26日

摘要

针对线性代数课程概念抽象、学生认知困难的问题, 本文探索将数学软件GeoGebra与探究式教学相结合的教学路径, 构建了以GeoGebra为支撑的“情境创设-探究实践-迁移应用”的实践教学模式。通过“空间平面位置关系的判断”与“平面向量的几何变换”两个典型教学案例, 详细阐述了如何借助GeoGebra的可视化与动态交互功能, 引导学生从直观感知出发, 发现、提出并解决问题。实践表明, 该教学模式能有效激发学生的学习兴趣与内在动力, 促进学生空间想象能力、逻辑思维与创新能力的协同发展。

关键词

线性代数, GeoGebra, 探究式教学, 可视化教学

Inquiry-Based Teaching Practice of Linear Algebra Integrating GeoGebra

Rui Wang, Yong Jin

College of Science, Civil Aviation University of China, Tianjin

Received: December 20, 2025; accepted: January 16, 2026; published: January 26, 2026

Abstract

Aiming at the problems of the abstract concepts of linear algebra and the cognitive challenges faced by the students in linear algebra courses, this paper explores a teaching path combining the mathematical software GeoGebra with inquiry-based teaching, and constructs a practical teaching model of “scenario creation - inquiry practice - transfer application” supported by GeoGebra. Through two typical teaching cases, “judging the positional relationships of spatial planes” and “geometric transformation of planar vectors”, this paper elaborates in detail how to utilize GeoGebra’s visualization and dynamic interactive functions to guide students to actively discover, propose and solve problems from intuitive perception. Practice shows that this teaching model effectively stimulates stu-

dents' learning interest and intrinsic motivation, and promotes the synergistic development of students' spatial imagination, logical thinking and innovation abilities.

Keywords

Linear Algebra, GeoGebra, Inquiry-Based Teaching, Visual Instruction

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

线性代数课程是高等院校理工科专业的一门重要的数学基础课,一般开设于大学一年级,为各专业后继课程的学习提供必要的数学基础。线性代数理论与方法在人工智能、机器学习、工程力学、经济学等领域都有着广泛的应用。线性代数课程理论性强,内容抽象。学生在学习过程中面对抽象的概念和复杂的计算往往难以建立直观认识,迷茫地机械记忆概念和公式,“知识”与“理解”脱节,导致学生常陷入“学有何用”的认知困惑。传统的线性代数课堂教学以教师理论教授,学生计算练习为主,学生多处于被动接受知识的状态,缺乏主动思考和实践的机会,学生学习动力不足,影响学生的学习效果与兴趣。

探究式教学是以学生为主体,教师引导,创设问题情境,让学生通过阅读、观察、实验、思考、讨论等途径去主动探究,使学生在自主探索和协作交流过程中主动构建知识体系、掌握解决问题的方法。探究式教学可以有效弥补传统线性代数教学中的不足。探究式教学过程中,我们需要为学生搭建一个易观察、能实践和可交互的实验平台。

近年来,有大量线性代数可视化教学的教学研究[1][2],包括使用 Matlab [3]、Python [4]、GeoGebra [5]-[7]软件等。GeoGebra 作为一款集几何可视化、代数计算和动态交互于一体的数学软件,支持网页、手机、电脑等多平台使用。学生在手机端就可方便地观察代数表达式的几何直观演示、动态地观察数学对象的变化规律。GeoGebra 可以有效地解决学生在探究过程需要实验工具来验证猜想、观察现象的问题,为线性代数的探究式教学提供了一个可视化、交互性强的移动“数学实验室”。

本文旨在探索如何在线性代数课程中将 GeoGebra 与探究式教学深度融合,形成一套行之有效的实践教学模式。通过设计与实施一系列的探究式实践教学案例,引导学生在实践中学习和应用线性代数知识,帮助学生构建几何直观认知、激发学生的探究兴趣、培养学生的高阶思维,从而提升线性代数课程的教学质量。

2. 融合 GeoGebra 的探究式教学模式构建

基于“以学生为中心、探究为主线、技术为支撑”的理念,我们构建了以 GeoGebra 为支撑的“情境创设-探究实践-迁移应用”的实践教学模式。

- **情境创设, 问题驱动:** 教师围绕核心概念与理论,结合几何背景、实际应用设计问题情境,提出问题。例如,在学习矩阵的特征值与特征向量前,教师线上给学生发布二阶矩阵特征值与特征向量的 GeoGebra 文件(GeoGebra 创建的互动演示文件),引导学生输入不同的矩阵,观察经线性变换后单位向量的变化情况。教师在这个阶段设计资源,创设问题情境,引导学生学习。
- **探究实践, 协作建构:** 这个阶段学生针对提出的问题,利用提供的实践资源,自主进行“可视化”探究实验,结合小组协作研讨,共同探究问题的结论。例如,学生利用提供的二阶矩阵特征值与特

征向量的 GeoGebra 文件, 输入不同的二阶矩阵, 沿单位圆拖动向量终点观察不同矩阵的特征向量与特征值。教师引导学生针对观察到的现象共同反思总结矩阵的特征值与特征向量的定义。教师在这个阶段作为活动组织者, 鼓励学生大胆猜想并设计探究验证路径, 适时给予指导; 引导学生对观察到的现象分析、比较和归纳, 提炼数学思想, 实现从现象到概念的升华, 协作建构知识体系。

- **迁移应用, 深化理解:** 教师分层设计布置具有挑战性或开放性的探究项目, 学生运用新建构的知识, 协作完成。迁移应用阶段, 鼓励学生应用所学知识解决问题, 利用 GeoGebra 进行探索和验证, 实现知识的内化与拓展。例如, 针对学生在探索矩阵特征值与特征向量的实验中, 有二阶方阵作为线性变换矩阵, 沿单位圆拖动向量终点无法观察到特征向量的问题, 让学生给出解释, 并总结这类矩阵的特点。通过迁移应用, 深化学生对知识的理解, 强化思考的深度。通过设置开放性探究任务, 鼓励学生自主设计探究路径, 通过观察可视化结果验证猜想, 促进高阶思维的发展。

这一实践教学模式, 使 GeoGebra 不仅是教师的教学演示工具, 更是学生的“数学实验室”, 使学生能在技术的支持下, 开展从直观感知到抽象概括、从特殊案例到一般规律的系统性探究。该模式通过技术赋能, 使抽象知识可观察、可实践, 真正让学生实现“做中学”与“思中悟”。

3. 融合 GeoGebra 的探究式教学案例设计

3.1. 案例一：空间中平面位置关系的判断

探究主题: 如何根据平面方程判断平面间的位置关系?

教学目标: 理解线性方程组解的判定条件, 掌握线性方程组解的判定方法。

情境创设: 三元线性方程可以表示空间中的一个平面。考虑两个三元线性方程对应的两个平面间的位置关系。

驱动问题 1: 讨论两个平面 $\pi_1: 3x + 2y + z = 1$ 与 $\pi_2: x - y + 2z = 3$ 的位置关系。

驱动问题 2: 讨论两个平面 $\pi_1: a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ 与 $\pi_2: a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ 的位置关系。

探究实践过程设计: 针对问题 1, 学生可利用 GeoGebra 软件绘制两个平面的图形, 观察两个平面的位置关系, 讨论两个平面方程构成的线性方程组解的情况, 根据解的情况解释两个平面的位置关系。针对问题 2, 学生根据两个方程的线性方程组解的可能情况, 分别解释对应的平面的位置关系, 需要学生针对每种解的情况利用 GeoGebra 作图举例说明。学生在课堂上上传每种位置情况所作图片, 教师挑选学生课堂展示说明。

迁移应用过程设计: 教师布置分组任务: 讨论三个平面

$$\pi_1: a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0,$$

$$\pi_2: a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0,$$

$$\pi_3: a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0$$

的位置关系。学生根据三个方程的线性方程组解的可能情况, 分别解释对应的平面的位置关系, 需要学生针对每种解的情况利用 GeoGebra 作图举例说明。教师在学习通发布分组任务, 学生分组提交讨论报告。在报告中挑选优秀的, 学生课堂展示讲解说明(见图 1)。

教学后记: 在讨论三个平面位置关系的时候, 共有六种可能的位置关系。由于从几何角度三个平面位置关系比两个平面位置关系情况多且相对复杂, 学生容易讨论不全。特别是在针对三个平面方程构成的线性方程组无解的情形中可能的四种位置关系情况经常讨论不全。通过完成迁移应用阶段的分组任务, 学生更好地理解线性方程组解的判定条件, 掌握线性方程组解的判定方法。

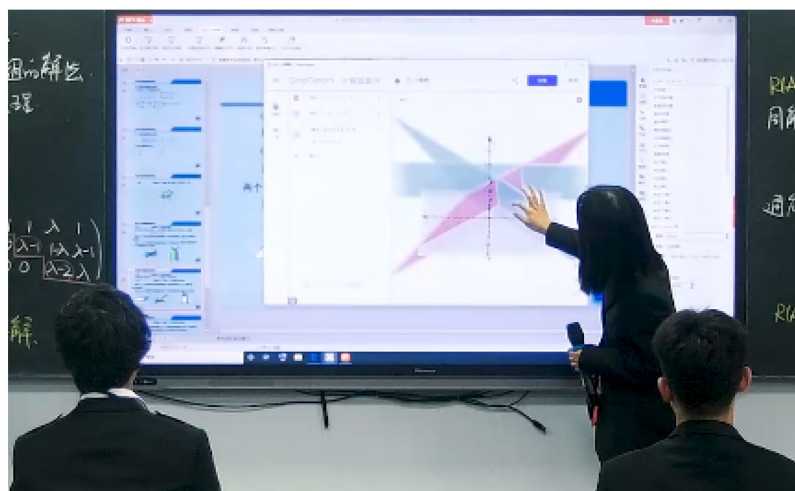


Figure 1. Students demonstrate the completion of migration application in class
图 1. 学生课堂展示迁移应用完成情况

3.2. 案例二：平面向量的几何变换

探究主题：如何利用线性变换实现平面向量的投影、旋转、伸缩等几何变换？

教学目标：从几何直观角度理解线性变换的概念，理解线性变换的矩阵表示，理解矩阵乘法与复合线性变换的关系。

情境创设：教师线上发布一个 GeoGebra 文件，文件中包含一个平面向量和一个可编辑的二阶方阵，其中二阶方阵为线性变换的矩阵。教师布置探究任务，学生需要通过对向量做线性变换实现对向量的多种几何变换。

驱动问题 1：分别对平面向量进行关于 x 轴的对称变换、逆时针旋转 45° 变换、在 y 轴上的投影变换。

驱动问题 2：实现对平面向量先顺时针旋转 30° ，再水平拉伸 3 倍，如何用两次线性变换实现？若用一次线性变换如何实现？

探究实践过程设计：学生分组研讨，通过编辑 GeoGebra 文件中二阶矩阵的元素，观察向量的变化情况，记录实验过程的数据和结果，探究不同矩阵对应的变换效果。针对问题 1，学生需要给出实现问题中三种几何变换的线性变换。教师引导学生归纳总结将平面向量关于坐标轴的对称变换、顺时针和逆时针旋转 θ 的旋转变换、在坐标轴上的投影变换的线性变换。针对问题 2，学生探究两次线性变换的复合，深入思考复合线性变换与矩阵乘法运算的联系。教师引导学生思考改变两次变换顺序，复合变换是否发生改变。教师可以根据学生探究情况融入矩阵乘法由来的数学史介绍。

迁移应用过程设计：教师布置分组分层任务。必做任务：对图形进行至少三种不同的线性变换(旋转、缩放、剪切等)，制作一个 GeoGebra 动画，展示对图形动态变换的过程(见图 2)。选做任务：对空间图形实现几何变换(旋转变换、拉伸变换等)，举至少三类变换例子，说明线性变换的矩阵，制作 GeoGebra 动画，展示对图形动态变换的过程。

教学后记：学生在理论教学部分对抽象的线性变换概念理解有困难，但是通过观察平面向量的几何变换后对理解线性变换的概念有了直观感受。有的学生在探究过程中，多次尝试不同矩阵观察现象，但是找不到规律，教师需要对学生进行适时引导，尤其是复合线性变换的部分。学生反馈迁移应用部分需要做动画，具有挑战性，但比起只是简单计算更有乐趣，愿意尝试做出自己的线性变换过程动画。

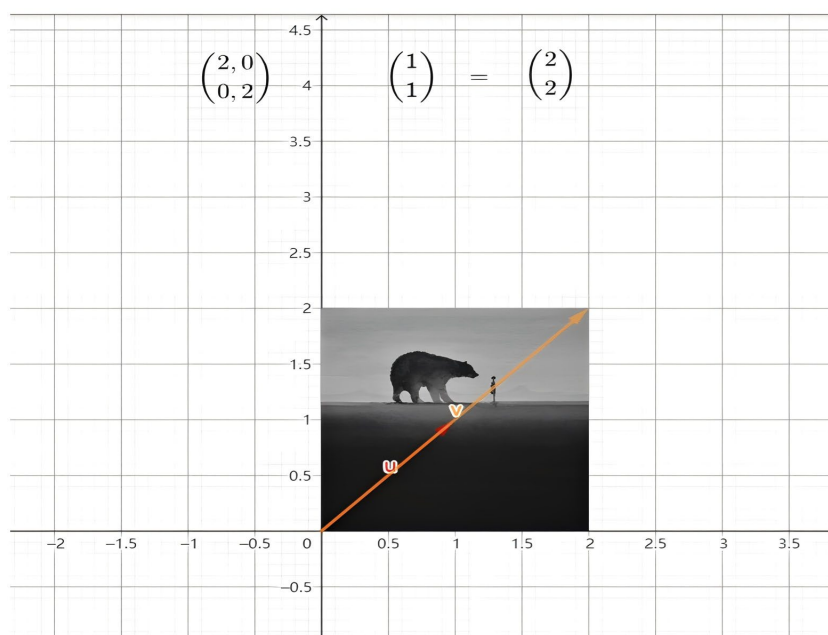


Figure 2. Animation of changing graphics by linear transformation made by students
图 2. 学生制作的经线性变换改变图形的动画

4. 结论与展望

深度融合 GeoGebra 的线性代数探究式教学, 改变了传统教学模式, 利用 GeoGebra 强大的可视化与交互功能, 将抽象的代数理论具象化, 为学生的自主探究提供了实践平台, 助力线性代数教学从知识传授向思维培养转变。本文展示的两个教学案例, 通过精心设计交互式探究活动, 有效地将抽象的理论可视化, 引导学生在实践中学。实践表明, 这种融合 GeoGebra 的探究式教学模式能够极大地激发学生的学习兴趣与内驱力, 促进其对数学知识的深入理解, 培养其科学探究精神和创新能力。未来, 我们将开发更多元化的 GeoGebra 探究式教学案例, 丰富线性代数可视化教学资源; 同时, 也将继续针对不同学情的探究教学活动进行差异化、个性化设计。

基金项目

中国民航大学教育教学改革与研究项目 CAUC-2024-C-16。

参考文献

- [1] 刘与嘉, 周小辉. 线性代数教学中若干“可视化”教学案例[J]. 高等数学研究, 2024, 27(1): 85-90.
- [2] 徐铭. “线性代数”的可视化教学案例探索[J]. 科技风, 2024(34): 86-88.
- [3] 张颖, 张会生. 线性代数可视化教学的若干实践[J]. 电脑知识与技术, 2023, 19(18): 106-109.
- [4] 李清华, 王宝娟. 线性代数知识点的可视化教学设计探索与实践[J]. 大学数学, 2022, 38(2): 112-119.
- [5] 褚鹏飞, 路云. 浅谈 GeoGebra 软件在线性代数可视化教学中的应用[J]. 大学数学, 2024, 40(1): 56-64.
- [6] 杨洁勤. 基于 GeoGebra 的行列式及其性质的可视化教学研究[J]. 科技资讯, 2024, 22(24): 225-229.
- [7] 杨晓丹, 赵越, 王煜晶. 基于 GeoGebra 软件的矩阵乘法的可视化教学研究[J]. 科技风, 2024(11): 118-120.