

AI赋能高等数学跨学科项目式学习的实践探索 ——以导数在卫星轨道设计中的应用为例

周凤燕

绍兴文理学院数理信息学院, 浙江 绍兴

收稿日期: 2025年12月20日; 录用日期: 2026年1月16日; 发布日期: 2026年1月26日

摘 要

高等数学跨学科项目式学习是以高等数学知识为主要工具, 与学科相关的真实问题为背景, 设计项目任务单, 引导学生进行项目探究, 加深学生对知识的理解, 提升学生跨学科思维和应用创新能力。AI技术的发展对教学带来重大变革。本文在AI赋能下重点探究跨学科项目学习在高等数学课程中的教学实践, 以导数在卫星轨道设计中的应用为例, 意在为高等数学教学改革提供借鉴与参考。

关键词

高等数学, AI赋能, 跨学科, 项目化学习

Practical Exploration of AI-Empowered Interdisciplinary Project-Based Learning in Advanced Mathematics

—Taking the Application of Derivatives in Satellite Orbit Design as an Example

Fengyan Zhou

School of Mathematics Information, Shaoxing University, Shaoxing Zhejiang

Received: December 20, 2025; accepted: January 16, 2026; published: January 26, 2026

Abstract

Interdisciplinary Project-Based Learning (PBL) in Advanced Mathematics uses mathematical knowledge as the primary tool, set against the background of authentic discipline-related prob-

lems. By designing project task lists and guiding students through exploration, this approach deepens their understanding of knowledge and enhances their interdisciplinary thinking and innovative application abilities. The development of AI technology has brought significant transformations to pedagogy. Empowered by AI, this paper focuses on the teaching practice of interdisciplinary PBL in Advanced Mathematics courses. Taking the application of derivatives in satellite orbit design as an example, it aims to provide a reference for the reform of Advanced Mathematics education.

Keywords

Advanced Mathematics, AI Empowerment, Interdisciplinary, Project-Based Learning (PBL)

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

教育部 2020 年 9 月对《关于进一步加强我国高等教育跨学科人才培养的提案》明确答复：教育部高度重视跨学科人才培养，持续加强对跨学科研究的支持。并于 2021 年 12 月，国务院学位委员会首次明确了交叉学科学位授予和基本要求，同时提出深度交叉融合势不可挡，高等教育亟需培养能够应对复杂现实问题的创新型跨学科复合型人才。跨学科学习倡导以多层理解为基础的知识论和以创新创造为导向的方法论，有助于学生结合已有知识和经验，在整合多学科知识体系中形成深度理解，因而被视为培养高阶学习能力的重要途径[1]。《高等数学》作为自然科学、工程技术、经济学等学科的必修基础课程，涉及知识点多，授课时间长、专业覆盖面广，具备跨学科融合的优势[2][3]。“项目式学习”强调以学习者为中心，通过真实情境的问题来引导学习的教学模式，以小组合作的方式进行探究活动完成系列学习任务[4]-[6]。依托项目化学习，将数学与其他学科融合，既能深化学生对数学知识的理解，又能促进对科学精神、创新思维、批判性思维、团队沟通和合作能力的培养[7]-[9]。人工智能(AI)作为一种前沿技术，正在为教育领域带来深刻变革。借助人工智能辅助教学，能够为学生提供更加直观、生动的学习体验[10][11]，在开阔眼界、拓展思维起积极作用，同时为教师的教提供了很好的教学辅助，例如在案例生成、PPT 制作、动画生成等方面。但目前关于 AI 赋能下跨学科项目式学习在高等数学中的实践应用研究较少。鉴于此，本文以导数在卫星轨道设计中的应用为例，通过 AI 赋能下跨学科案例的设计，以项目任务单为主线，组织开展项目式学习活动，总结多元活动评价反馈，为高等数学教学中有效运用跨学科项目式学习提供参考。

2. 项目设计

2.1. 项目背景

卫星轨道作为航天工程中动力学分析的核心对象，充分展现了数学工具在描述天体运动规律中的精确性与普适性。授课班级学生已掌握导数的基本概念、求导法则及隐函数求导方法，对函数变化与建模具备一定认知。开展围绕卫星轨道的探究活动，涵盖轨道模型的建立、速度的理论推导以及实际参数计算与分析，引领学生将抽象的导数理论与具体的国家重大工程背景相融合，感悟数学在航天科技中的强大作用，深刻体会导数作为建模与分析工具在解决复杂工程问题中的关键价值，进而激发学生对数学学

科的兴趣与对科技报国的使命感。在项目实施过程中，学生以寝室为单位组建课题小组，团队合作，运用数学推导、编程模拟与可视化工具，探究卫星运动背后的数学模型与物理规律，感受中国航天工程中数学的基础支撑作用。

2.2. 学习目标

(1) 发现问题与提出问题阶段：通过分析卫星轨道动态图与基本轨道参数，引导学生观察卫星位置随时间变化的规律，提出“如何运用导数精确计算卫星在椭圆轨道上的瞬时速度”这一核心科学问题，并建立数学模型(位置矢量 $r(t)$ 与物理问题之间的关联。

(2) 制定研究方案与理论建模阶段：经历小组研讨与数学工具选择，制定包含理论推导、数值计算与可视化分析的研究方案，完成从位置矢量到速度矢量的复合函数与隐函数求导过程，建立完整的卫星运动数学模型。

(3) 解决问题与模型验证阶段：通过给定参数进行实际计算，运用编程工具(Python/Matlab)实现轨道与速度矢量的可视化，验证导数在描述瞬时速度中的有效性，并分析不同轨道参数(如偏心率、半长轴)对速度的影响规律。

(4) 成果总结与拓展应用阶段：通过撰写项目报告、展示程序模拟结果或进行小组汇报，阐释导数在卫星轨道分析中关键作用，并结合中国航天工程实例(如北斗、嫦娥系统)，进一步设计跨学科案例，深入感悟数学建模与数学知识在国家科技发展中的基础性与支撑性价值。

2.3. 项目内容

本项目式学习以卫星轨道位置随时间的变化为主题，启发学生充分利用导数工具解决问题。基于已学的导数定义、复合函数求导法则、隐函数求导法则推导理论过程，运用编程工具(Python/Matlab)实现轨道与速度矢量的可视化，验证导数在卫星瞬时速度计算与轨道特性分析中的关键作用。项目学习设计四环节结构，从背景介绍与提出问题、模型认识与理论推导、数值计算与可视化分析，到拓展应用与创新设计，形成逻辑严密、层层递进的学习流程(见图 1)。项目内容注重跨学科整合与能力培养，将抽象的导数概念与航天工程实际紧密结合，既巩固了学生对隐函数求导、复合函数求导等知识点的理解，又锻炼了数学建模与编程可视化能力。同时，通过引入“北斗”“嫦娥”等国家航天成就，课程自然融入科技报国、严谨求实的课程思政元素，激发学生探究兴趣与社会责任感，实现知识传授、能力提升与价值引领的有机统一。



Figure 1. Four-stage structure diagram of interdisciplinary project-based learning
图 1. 跨学科项目式学习四环节结构图

3. 项目实施

3.1. 项目任务设计

教师在项目实施前一周在课程平台布置预习任务和课外作业，以学生寝室为大单位组队，对学生预习和作业中的难点进行指导，安排 1 课时。项目实施课中部分安排 2 课时，1 课时用于小组合作理解轨道模型，并展开速度理论推导、可视化分析与拓展应用三环节，1 课时用于理论推导成果展示和跨学科案例分享。项目实施流程如图 2。

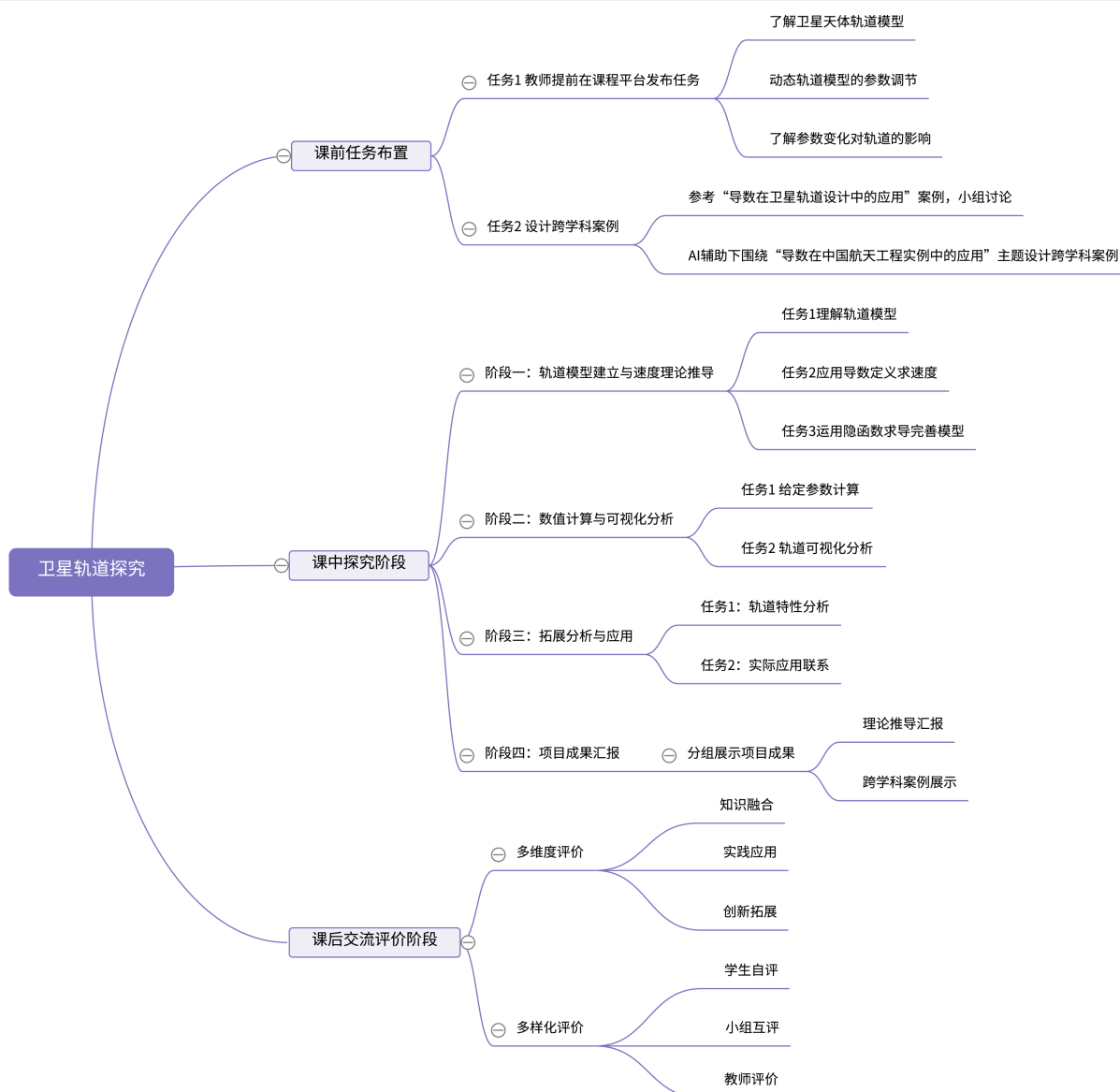


Figure 2. Implementation flow chart of interdisciplinary project-based learning

图 2. 跨学科项目式学习实施流程图

3.2. 项目阶段性环节设计

本项目的课中探秘阶段分为四个阶段，每个阶段对应一个驱动大问题，将大问题分解为具体可操作的任务点。

阶段一：轨道模型建立与速度理论推导

任务 1：理解轨道模型

活动 1：学生通过实践操作，调整平台卫星轨道模型的核心参数半长轴 a 和偏心率 e ，感知参数变化对轨道的影响，理解并写出基于偏近点角 $E(t)$ 的卫星位置矢量表达式：

$$r(t) = a \left[\cos E(t) i + \sqrt{1-e^2} \sin E(t) j \right]$$

其中偏近点角 $E(t)$ 是天体力学中用来描述天体在椭圆轨道上位置的一个辅助角度。

任务 2: 应用导数定义求速度

活动 2: 根据速度是位置矢量的导数, 即 $v(t) = \frac{dr(t)}{dt}$, 对任务 1 中的位置矢量进行求导, 注意到 $E(t)$ 是时间 t 的函数, 学生运用复合函数求导法则求导, 得到

$$v(t) = a \left(-\sin E(t) \frac{dE}{dt} i + \sqrt{1-e^2} \cos E(t) \frac{dE}{dt} j \right)$$

任务 3: 运用隐函数求导完善模型

活动 3: 根据资料查阅, 确定偏近点角 $E(t)$ 由开普勒方程定义: $E - e \sin E = n(t - t_0)$, n 是平均运动, t_0 是时间零点。利用隐函数求导公式, 通过对偏近点角方程求导, 得到

$$\frac{dE}{dt} = \frac{n}{1 - e \cos E}$$

将 $\frac{dE}{dt}$ 代入速度矢量公式中, 得到完整的卫星速度表达式:

$$v(t) = \frac{an}{1 - e \cos E} \left(-\sin E(t) i + \sqrt{1-e^2} \cos E(t) j \right)$$

阶段二: 数值计算与可视化分析

任务 1: 给定参数值的速度计算

活动 1: 给出参数值: $a = 10,000$ km, $e = 0.1$, $n = 0.001$ rad/s, $t_0 = 0$ 秒, 计算当偏心角 $E = 1.2$ 时卫星的速度, 分析速度矢量的方向分量, 并比较不同偏近点角对应的速度值。

任务 2: 轨道可视化分析

活动 2: 学生分组使用 Python/Matlab 绘制卫星椭圆轨道, 并标出给定时刻的位置与速度矢量。可视化不同偏心率下的轨道形状与速度变化趋势。

阶段三: 拓展分析与应用

任务 1: 轨道特性分析

活动 1: 计算轨道的近地点和远地点位置并分析速度在轨道不同位置的变化规律。

任务 2: 实际应用联系

活动 2: 查阅中国北斗导航卫星的轨道参数, 分析导数在卫星轨道控制中的作用, 并探讨数学工具在航天工程中的重要性。

阶段四: 项目成果汇报

任务 1: 理论推导汇报

活动 1: 以班级为单位, 小组代表展示理论推导过程, 最主要展示阶段一环节的各个任务点。

任务 2: 跨学科案例展示

活动 2: 围绕阶段三任务 2, 分组展示本小组的跨学科案例, 组与组之间相互学习交流, 锻炼沟通表达能力, 实现高数理论知识在各领域的应用, 开阔知识面的同时提升跨学科素养。

课后交流评价阶段从多维度、多方式深入评估学生在项目中的表现。构建以“知识融合”“实践应用”“创新拓展”三维度的表现性评价框架。采用多样化评价方式, 包括学生自评、小组互评, 和教师评价, 以确保评价客观公正。

4. 项目活动的教学反思

从项目活动推进的过程中发现, 学生在理论推导环节, 尤其在处理开普勒方程 $E - e \sin E = n(t - t_0)$

的隐函数求导时，容易出现以下错误：

(1) 忽略隐函数特性：部分学生未能正确应用隐函数求导法则，直接对 E 和 t 进行显式求导，导致表达式混乱。

(2) 复合函数处理不当：在求 $\frac{dE}{dt}$ 时，未能正确展开 $\frac{d}{dt}(e \sin E)$ ，常忽略链式法则。

(3) 物理意义理解偏差：部分学生对“平均运动” n 的理解不足，导致在代入数值时出现量纲错误。

教师干预措施：在推导前，教师通过板书逐步演示隐函数求导过程，强调物理量的意义，并安排小组讨论环节，鼓励学生相互检查推导步骤。同时，在编程可视化环节中往往会存在以下逻辑困难：

(1) 参数传递与单位统一：学生在编程中常忽略单位转换(如 km 与 m)，导致图像比例失真。

(2) 矢量绘制逻辑混乱：部分学生在绘制速度矢量时，未能正确提取方向分量，或矢量起点设置错误。

(3) 循环与条件语句使用不当：在计算不同偏近点角对应速度时，循环结构或条件判断逻辑不清，导致程序运行失败。

教师干预措施：教师提供编程模板与注释示例，引导学生先绘制静态轨道，再逐步添加动态元素。同时，利用屏幕共享功能实时演示代码调试过程，强化逻辑思维训练。

5. 项目活动启示与总结

在“跨学科项目式学习”活动中，学生们经历了独立思考、动手实践、自主探索、合作交流等过程，综合运用高等数学中导数知识点和卫星轨道设计领域的知识来发现和提出问题、分析和解决问题、学生的运算能力、应用意识、创新意识等核心素养也在过程中得到了一定的发展。通过将抽象的导数概念嵌入到“卫星轨道分析”这一具体工程问题中，实现了“数学工具-物理模型-工程应用”的闭环，体现概念具象化，让导数从“斜率”抽象概念转变为描述卫星“瞬时速度”的关键工具，学生能直观感受到数学在运动分析中的核心作用；体现跨学科融合，结合天体力学、编程与可视化，学生理解到数学不仅是独立学科，更是解决工程问题的通用语言；体现航天情境激励，通过引入“北斗”“嫦娥”等国家重大工程背景，激发学生“用数学服务国家”的使命感，增强学习内驱力，自然融入的思政元素，提升学生跨学科素养。本课程采取的跨学科项目式学习的教学模式具有实际推广价值，对软硬件要求低，学生可通过本课程自研数智化平台提供的 python 及 matlab 编程环境实现，也可在能够运行 python 或 matlab 的电脑上实现，需要学生具备基础的 python 或 matlab 编程能力。同时对教师提出了更高的要求，教师需具备一定的跨学科知识(如基础天体力学、编程能力)，并掌握项目式教学的组织与引导技巧。

4.必答[单选题]在本课程高等数学教学中融入跨学科案例教学，你的看法是

本题已答：81

A. 非常赞同

62人 76.6%

B. 比较赞同

15人 18.5%

C. 一般

3人 3.7%

D. 不太赞同

1人 1.2%

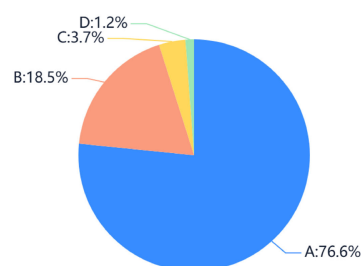


Figure 3. Students' perceptions of the integration of interdisciplinary cases into the classroom teaching of this course

图 3. 学生对本课程课堂教学中融入跨学科案例的看法

5.必答[单选题]在本课程中尝试“项目式学习”对此你的看法是 (“项目式学习”指的是教师提前在课程平台下达项目任务单,如导数与卫星轨道设计的项目任务单,教师以问题驱动方式在线下课堂带领同学们熟悉、分解项目任务点,再小组合作讨论、分析、完成任务,最后组员代表课堂汇报,教师做好补充与总结)) 本题已答: 81

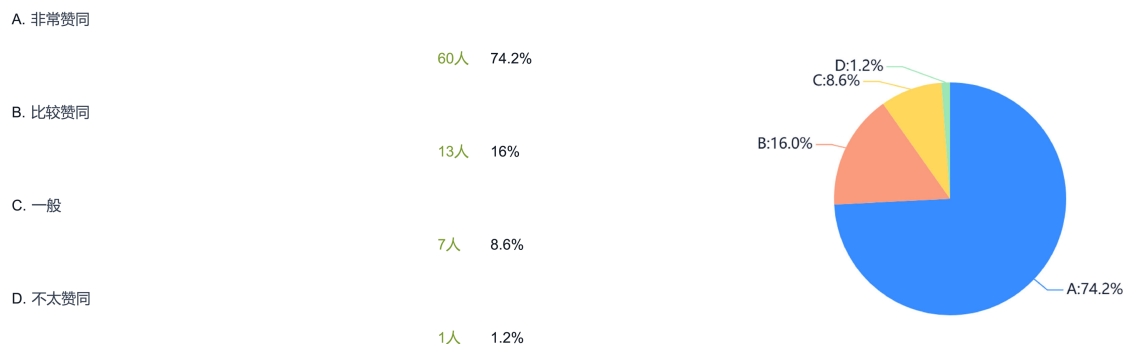


Figure 4. Students' perceptions of the attempt at project-based learning in the classroom teaching of this course

图 4. 学生对本课程课堂教学中尝试项目式学习的看法

6.必答[多选题]本课程部分教学内容采取“跨学科案例教学与项目式学习相融合”的教学模式,你认为该教学模式的好处是:(多选,至少选2项)

本题已答: 81

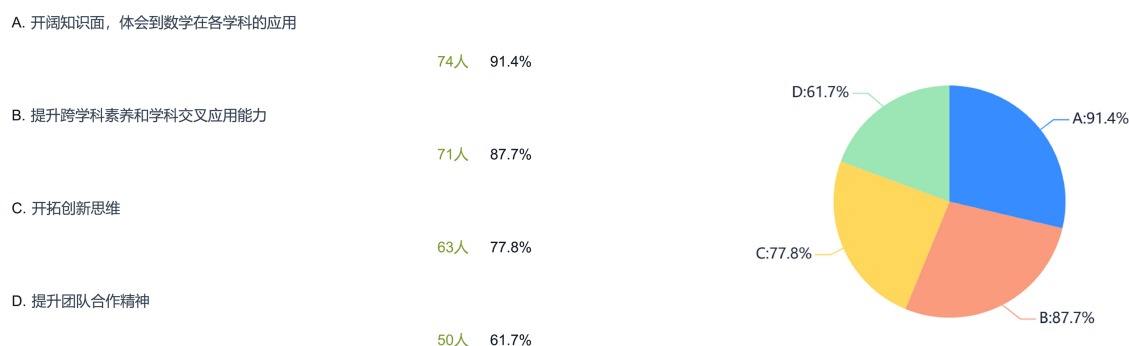


Figure 5. Students' perceptions of the benefits brought by interdisciplinary project-based learning in this course

图 5. 学生对本课程跨学科项目式学习带来的好处的看法

7.必答[单选题]本课程在课堂上通过案例、数学家故事等方式自然融入思政元素,与传统的大道理式的强调思政元素相比,你的看法是

本题已答: 81

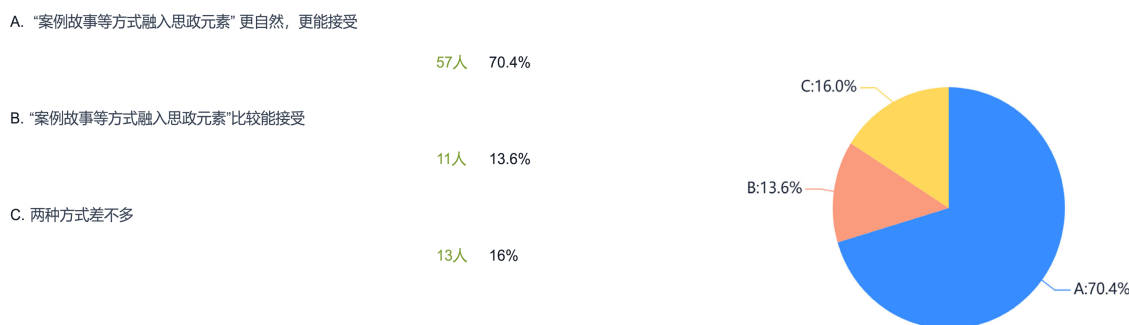


Figure 6. Students' perceptions of the integration of ideological and political elements into this course via interdisciplinary cases and other approaches

图 6. 学生对本课程通过跨学科案例等方式融入思政元素的看法

本学期课堂尝试跨学科项目式学习,普遍受到学生认可。问卷结果如下:对“本课程课堂教学中融入跨学科案例”这一尝试,76.6%的学生表示非常赞同,18.5%的同学表示比较赞同,得到认可的比值为95.1,数据结果见图3。对课堂教学中尝试项目式学习,学生普遍认可。如图4数据所示,认可率为90.2,其中非常赞同占比74.2%,比较赞同占比16%,学生对“跨学科项目式学习”的看法如图5。认可度最高

的是选项 A, 91.4% 的学生认为“跨学科项目式学习”开阔了知识面, 体会到数学在各学科的应用; 其次是选项 B, 87.7% 的学生认为“跨学科项目式学习”提升了跨学科素养和学科交叉应用能力。选项 C 和 D 也比较认可, 分别占比 77.8% 和 61.%, 但相比于 A、B 选项比值略低, 表明在以后跨学科项目式学习活动的组织中还需加强活动设计, 以进一步提升创新思维和团队合作能力。从图 6 可见, 84% 的学生认为通过跨学科案例、数学家故事、数学史等方式自然融入的思政元素比传统大道理式的思政融入更能接受。这也启发我们在今后的跨学科项目式学习中, 可以提炼思政元素融入课堂, 培养能力与品质同步提升的跨学科复合型人才。

基金项目

浙江省“十四五”第二批本科和研究生省级教学改革项目——“人工智能驱动下高等数学课程跨学科融合的探索与实践”(项目编号 JGBA2024489); 浙江省高等教育学会 2025 年度高等教育研究课题暨“人工智能赋能教育教学应用研究”——高等数学跨学科数智平台的构建与教学实践(项目编号 KT2025104); 2024 年绍兴文理学院数智课程建设项目——知识图谱课程《高等数学 A》; 2025 年绍兴文理学院通识教育金课《高等数学 A1》; 2024 年度绍兴文理学院教育教学改革项目——新工科背景下高等数学课程思政教学的探究与实践。

参考文献

- [1] 董艳, 阳思雨, 周欣雨, 郑娅峰. 跨学科知识建构: 内涵特征、概念模型和实践原则[J]. 中国远程教育, 2024, 44(7): 38-48.
- [2] 呼家源, 唐俊, 詹雨. 跨学科协同育人理念下“做学问”教学法在“高等数学”中的研究与实践[J]. 大理大学学报, 2025, 10(6): 25-31.
- [3] 柯丽珊. 新工科背景下我国高等学校学科基础课程跨学科教学改革探索[J]. 高教探索, 2024(3): 124-128.
- [4] 何旺盛. 基于项目式学习的高等数学教学路径探索[J]. 学周刊, 2025(36): 4-6.
- [5] 吴艳萍, 王晓. 基于项目学习的高等数学教育改革方案[J]. 山西青年, 2025(7): 136-138.
- [6] 傅海伦, 周方群, 董秀红. 逆向教学设计视域下的数学项目式学习研究[J]. 教学与管理, 2024(16): 34-38.
- [7] 闫安, 陈旭远, 朱妍. 跨学科学习的透视: 驱动背景、内在逻辑与条件支持[J]. 教育学报, 2023(6): 67-77.
- [8] 李亚琼, 宁连华. 知识观视角下数学跨学科学习的知识困境与优化策略[J]. 课程·教材·教法, 2025, 45(2): 123-129.
- [9] 刘火霞, 罗永兵. 跨学科知识体系构建与教材创新研究[J]. 教育进展, 2025, 15(10): 1368-1377.
<https://doi.org/10.12677/ae.2025.15101979>
- [10] 温绍泉. AI 辅助《高等数学》课堂教学的探索与实践[J]. 才智, 理论前沿, 2025(8): 1-4.
- [11] 张丽, 武燕. 基于知识图谱的 AI 智慧型混合式高等数学课程建设研究[J]. 教育进展, 2024, 14(12): 359-365.
<https://doi.org/10.12677/ae.2024.14122276>