

核心素养视域下项目式学习的教学设计 ——以人教2024版八年级“造桥选址问题”为例

马冠忠，杨政豪，孙梦鸽

安阳师范学院数学与统计学院，河南 安阳

收稿日期：2025年12月29日；录用日期：2026年1月26日；发布日期：2026年2月4日

摘要

《义务教育数学课程标准(2022年版)》把“综合与实践”提升为培养学生核心素养的主要载体，强调以项目式学习(PBL)引导学生在真实情境中综合运用数学与其他学科知识解决问题。“造桥选址问题”作为初中几何变换与最值问题的经典范例，不仅蕴含深刻的“化折为直”与“平移转化”思想，更是培养学生几何直观、逻辑推理及应用意识的优质素材。本文基于人教2024版八年级教材，重构了该课题的教学设计，通过“城市交通规划”这一驱动性项目，引领学生经历模型抽象、算法探究、逻辑论证与工程决策的全过程，旨在落实“三会”核心素养，实现从“解题”到“解决现实问题”的育人进阶。

关键词

核心素养，项目式学习(PBL)，造桥选址，平移变换，综合与实践

Instructional Design of Project-Based Learning from the Perspective of Core Competencies

—A Case Study of the “Bridge Location Problem” for Grade 8 (PEP 2024 Edition)

Guanzhong Ma, Zhenghao Yang, Mengge Sun

School of Mathematics and Statistics, Anyang Normal University, Anyang Henan

Received: December 29, 2025; accepted: January 26, 2026; published: February 4, 2026

Abstract

The “Compulsory Education Mathematics Curriculum Standards (2022)” prioritizes “Synthesis and

Practice" as a primary vehicle for cultivating students' core competencies, emphasizing the use of project-based learning (PBL) to guide students in applying mathematical and other subject knowledge to solve problems in real-world contexts. The "Bridge Location Problem," a classic example of geometric transformations and optimization problems in junior high school mathematics, not only embodies profound ideas of "transforming curves into straight lines" and "translation transformations," but also serves as excellent material for cultivating students' geometric intuition, logical reasoning, and application awareness. Based on the 2024 edition of the People's Education Press eighth-grade textbook, this article reconstructs the teaching design of this topic. Through the driving project of "urban transportation planning," it guides students through the entire process of model abstraction, algorithm exploration, logical argumentation, and engineering decision-making, aiming to implement the core competencies of "three abilities" and achieve an educational advancement from "solving problems" to "solving real-world problems."

Keywords

Core Competencies, Project-Based Learning (PBL), Bridge Location Problem, Translation, Synthesis and Practice

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出与设计背景

1.1. 新课标下的教学范式转型

随着《义务教育数学课程标准(2022年版)》^[1](以下简称为新课标)的实施,初中数学教育正经历着深刻的范式转型。新课标明确指出,数学课程应致力于实现义务教育阶段学生的核心素养发展,即“会用数学的眼光观察现实世界,会用数学的思维思考现实世界,会用数学的语言表达现实世界”。在第四学段(7~9年级),“综合与实践”领域被赋予了更高使命,要求以解决实际问题为导向,通过项目式学习,让学生在跨学科背景下积累活动经验,感悟数学的科学价值与应用价值^[2]。

1.2. “造桥选址问题”的育人价值

“造桥选址问题”源于古希腊数学家海伦(Heron)提出的经典几何难题,在人教版数学教材体系中承接“平移”与“轴对称”章节^[3]。从方法上看,它巧妙利用平移变换消去定长线段(河宽),把复杂的折线路径最值问题转化为两点间线段最短问题,深刻体现了“转化”与“化归”的数学思想。从认知发展看,该问题要求学生突破静态图形的束缚,进行动态的空间想象与严谨的逻辑推理,是连接直观感知与理性思维的桥梁。因此,将其设计为项目式学习内容,不仅能深化学生对几何变换本质的理解,更能有效提升其模型观念与创新意识。基于綦春霞、白雪峰^[2]、夏雪梅^[4]和王渝鑫、桑国元^[5]提供的理论和方法,参考刘环珠、郭衍^[6]和李舒宇、宁丽曼^[5]的设计思路,本文提供了一个“造桥选址问题”项目式教学设计,用时3课时。

2. 项目规划与目标设定

2.1. 项目主题与驱动性问题

本项目以“城市交通生命线的优化设计”为主题,创设真实的工程规划情境。

核心驱动性问题:

作为市规划局的首席工程师, 面对一条阻隔两岸交通的宽阔河流, 在桥梁必须垂直河岸且道路和桥梁造价较高的约束下, 你如何选定桥址, 设计出一条连接 A、B 两地的路程最短、成本最低的交通路线(见图 1)? 并请你用数学语言向市民解释方案的最优性。

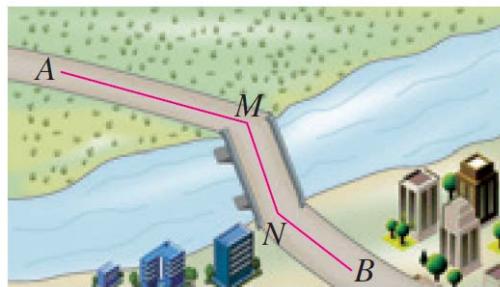


Figure 1. Traffic map between A and B
图 1. A、B 两地交通图

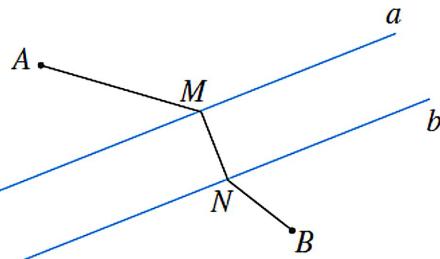


Figure 2. The point-and-line diagram of locations A and B
图 2. A、B 两地的点、线图

2.2. 教学目标(核心素养导向)

依据新课标学业质量标准, 制定如下三维目标:

- 几何直观与模型观念:** 能从复杂的工程情境中抽象出“平行线间定长线段平移”几何模型; 通过剪拼实验与动态演示, 感悟利用平移消除河宽的转化策略。
- 逻辑推理与运算能力:** 能利用“两点之间线段最短”、“三角形三边关系”及“平行四边形性质”, 严谨证明造桥选址方案的正确性; 能规范进行尺规作图并计算路径长度。
- 应用意识与创新意识:** 体验数学在解决社会生产实际问题中的作用, 形成实事求是的科学态度; 在变式探究中(如斜桥), 展现思维的灵活性与迁移能力。

2.3. 教学重难点

重点: 将实际问题抽象为数学模型, 利用平移变换把“折线”转化为“线段”。

难点: 理解平移变换在路径转化中的本质作用, 即如何通过构造平行四边形实现线段的等量代换, 并完成严格的逻辑证明。

3. 教学过程设计(共 3 课时)

第一阶段: 情境入项与直观突破(第 1 课时)

——“假如河流消失了”

环节 1：情境导入，发布挑战

教师播放一段关于跨江大桥建设的视频，展示河流对城市交通的阻碍及桥梁建设的重要性。随后展示项目任务书： A 、 B 两地分居河两岸，把河岸近似看成平行直线 a 和 b ，现需建一座垂直于河岸的桥 MN 。任务是找到 MN 的位置，使 $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$ 的总路程最短，如图 2。

- **初探：**学生尝试在纸上直接画线，发现由于“河宽”的存在，直线被阻断，无法直接连接 AB 。

环节 2：物理实验，降维打击

为了突破“河宽”这一认知障碍，设计“剪拼实验”。

- **操作：**分发印有地图的作业纸，请学生用剪刀将中间代表河流的纸条剪去，然后将两岸拼合在一起。
- **发现：**在拼合后的图上， A 、 B 两点位于同一直线两侧，连接 AB 的线段即为最短路径。
- **复原：**将河流纸条放回。学生惊奇地发现，刚才的那条直线 AB 断开了，中间多了一段桥长。更关键的是，原来的 A 点相对于 B 点，实际上发生了一段位置的“移动”。
- **抽象：**教师引导学生用数学语言描述这一过程：“剪去河宽”等价于将 A 点向河岸 a 平移一个河宽的距离。

环节 3：模型初构，尝试作图

基于实验结论，学生在练习本上尝试作图，如图 3：

1. 过点 A 作 AA' 垂直于河岸 a ，使 AA' 等于河宽 d 。
2. 连接 $A'B$ ，交对岸 b 于点 N 。
3. 过 N 作桥 NM 垂直于河岸 a 。
4. 连接 AM 。

此时， $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$ 即为猜想的最短路径。

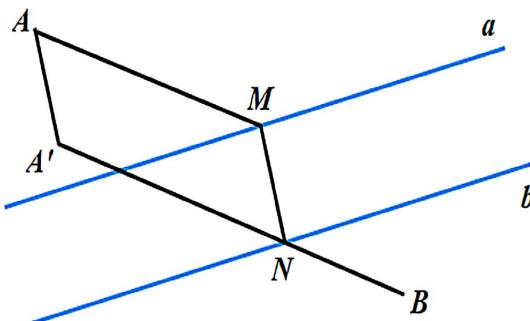


Figure 3. Schematic diagram of the bridge site
图 3. 造桥地址示意图

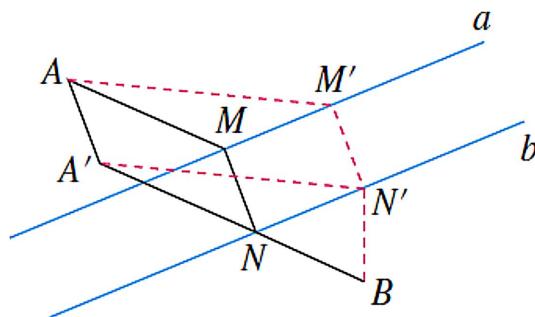


Figure 4. Schematic diagram of the proof
图 4. 证明示意图

第二阶段：逻辑论证与算法确立(第2课时)

——“用理性的光芒照亮直觉”

环节1：技术验证，动态确信

利用GeoGebra软件构建动态模型。在河岸 a 上任取一点 M' ，作桥梁 $M'N'$ 垂直于河岸，连接 AM' 、 $N'B$ 。软件自动计算路径总长 L ，如图4。

- **探究：**拖动点 M' ，观察 L 的变化。
- **提问：**此时，教师提醒学生注意何时 L 最小，并请学生回答。
- **结果：**学生发现，当 L 最小时，点 M' 的位置恰好与上一课时作出的点 M 重合。这一现象极大地增强了学生的信心。

环节2：逻辑攻坚，严格证明

教师提出挑战：“眼见未必为实，如何用数学定理证明这是最短的？”同时引导学生回顾“牧民饮马”问题的证明要点：两点之间，线段最短。

- **思路引导：**
 - **构造：**由作图可知， AA' 与 MN 平行且相等，见图4。
 - **性质：**四边形 $AA'NM$ 是平行四边形，故 $AM = A'N$ 。
 - **转化：**总路程 $L = AM + MN + NB = A'N + \blacklozenge\blacklozenge d + NB$ 。
 - **最值：**因为桥长 d 是定值，要使 L 最小，只需 $A'N + NB$ 最小。
 - **结论：**对直线 b 上任一异于点 N 的点 N' ，在三角形 $\Delta A'N'B$ 中，由三角形三边关系知 $A'N' + N'B > A'B$ 。故只有当 $A'、N'、B$ 三点共线时，和最小。
- **成果：**学生分组完成证明过程，并上台展示，教师规范证明格式。

环节3：方法提炼，模型内化

师生共同总结“平移法”解题口诀：“遇河宽，想平移；移一点，连彼岸；交点处，定桥址。”并强调该模型的核心在于利用平移的保距性($AM = A'N$)和方向性(沿桥的方向平移)。

第三阶段：变式拓展与工程决策(第3课时)

——“从数学题回到真实世界”

环节1：变式挑战(斜桥问题)

- **情境升级：**由于水流湍急，桥梁设计方案变更为“斜拉桥”，桥身必须与河岸成 60° 夹角。
- **问题：**刚才的“平移法”还管用吗？
- **辨析：**有的学生习惯性地垂直平移，有的学生意识到应沿桥的方向平移。
- **研讨：**回归数学本质。我们需要消去的是“桥”这个向量。既然桥的方向变了，平移的方向也必须随之改变。
- **结论：**将点 A 沿与河岸 a 成 60° 角的方向平移一个桥长，其余步骤不变。这标志着学生真正掌握了模型的本质。

环节2：项目成果展示与评价

- **任务：**各小组提交“大桥选址规划书”，包含选址图纸、数学证明及简要的成本分析(假设桥梁单价是道路单价的3倍，计算总造价)[5]。
- **评价：**采用多元评价量规。
 - **数学准确性(40%)：**作图规范，证明严谨。
 - **问题解决(30%)：**能灵活处理斜桥等变式问题。
 - **沟通表达(30%)：**汇报清晰，能回答“为什么要这样选址”的质询。

4. 教学反思与展望

本教学设计紧扣新课标“综合与实践”的要求，实现了三个维度的突破[6]：

1. 从“静态接受”转向“动态生成”：通过剪拼实验和软件探究，让学生亲历了数学结论的生成过程，而非被动记忆结论。
2. 从“单一技能”转向“综合素养”：将几何作图、逻辑证明、代数计算(成本分析)有机融合，全面提升了学生的抽象、推理和建模能力。
3. 从“解题技巧”转向“思维模型”：通过对平移本质的深度挖掘，使学生掌握了处理“定长间隔”类最值问题的通性通法，实现了知识的深度迁移。

在实施过程中，教师应注意给足学生探究的时间，允许试错；同时要善于利用信息技术工具搭建思维脚手架，让不同层次的学生都能在项目中获得成就感。通过这样的项目式学习，数学不再是冰冷的符号，而是解决现实问题的有力武器[7]。

5. 结语

通过对“造桥选址问题”的深度挖掘与项目化重构，我们不仅是在教学生解一道题，而是在教他们一种看待世界的方式——用数学的眼光去简化复杂，用数学的思维去优化决策，用数学的语言去表达现实。这正是2022年新课标核心素养的终极指向。希望本文能为一线教师提供有力的理论支撑与实践抓手。

基金项目

河南省研究生教育改革与质量提升工程项目，项目名称：中学数学课程标准与教材分析，项目批准号：YJS2024JC36。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [2] 马春霞, 白雪峰. 素养导向的数学项目式学习课程设计与实践[J]. 教育科学研究, 2024(9): 50-56.
- [3] 人民教育出版社课程教材研究所. 义务教育教科书·数学(八年级上册) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2024.
- [4] 夏雪梅. 素养时代的项目化学习如何设计[J]. 江苏教育, 2019(22): 7-11.
- [5] 王渝鑫, 桑国元. 跨学科项目式学习的设计与实践策略[J]. 江苏教育研究, 2023(20): 20-24.
- [6] 刘环珠, 郭衍. 初中数学项目式学习的设计要点: 以“设计制作产品包装盒”为例[J]. 教育研究与评论(中学教育教学), 2023(12): 5-10.
- [7] 李舒宇, 宁丽曼. 初中数学项目式学习的实践与反思: 以“我是篮球教练”为例[J]. 中国数学教育, 2025(13): 17-23.