Advances in Education 教育进展, 2026, 16(2), 1225-1229
Published Online February 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.162424

APOS理论下等差数列的教学研究

郭 聪，赵 雪

北华大学数学与统计学院，吉林 吉林

收稿日期：2026年1月13日；录用日期：2026年2月17日；发布日期：2026年2月24日

摘 要

数列作为刻画离散数学模型的重要工具，是连接初等数学与高等数学的关键桥梁。在新高考改革全面推进与《普通高中数学课程标准》深入实施的背景下：数列，特别是等差数列的教学被赋予了新的内涵与要求。本研究旨在深入剖析等差数列在高中数学课程体系中的核心地位与教学价值。通过对人教A版教材的结构化分析，厘清等差数列内容的知识脉络与编排逻辑。进而，以杜宾斯基等人提出的APOS理论(操作－过程－对象－图式)为框架，构建等差数列概念、通项公式及前n项和公式的渐进式教学模式。将等差数列置于新高考强调的“突出本质、体现综合、重视应用、彰显素养”的命题导向下审视，并结合建构主义的APOS理论进行教学设计，能有效促进学生从具体操作到抽象思维、从孤立知识点到系统知识网络的认知建构，从而不仅掌握等差数列的知识技能，更能发展数学抽象、逻辑推理、数学建模等核心素养。

关键词

等差数列，教材分析，APOS理论，概念教学

Teaching Research on Arithmetic Sequences under the APOS Theory

Cong Guo, Xue Zhao

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: January 13, 2026; accepted: February 17, 2026; published: February 24, 2026

Abstract

As an important tool for characterizing discrete mathematical models, sequences serve as a key bridge connecting elementary mathematics and higher mathematics. Against the backdrop of the comprehensive promotion of the new college entrance examination reform and the in-depth implementation of the "General High School Mathematics Curriculum Standards", the teaching of sequences, particularly arithmetic sequences, has been endowed with new connotations and requirements.

文章引用: 郭聪, 赵雪. APOS 理论下等差数列的教学研究[J]. 教育进展, 2026, 16(2): 1225-1229.
DOI: 10.12677/ae.2026.162424

This study aims to analyze in depth the core position and teaching value of arithmetic sequences within the high school mathematics curriculum system. Through a structured analysis of the People's Education Press (PEP) version A textbooks, the study clarifies the knowledge framework and organizational logic of the content related to arithmetic sequences. Furthermore, using the APOS theory (Action-Process-Object-Schema) proposed by Dubinsky and others as a framework, it constructs a progressive teaching model for the concepts of arithmetic sequences, the general term formula, and the sum of the first n terms formula. By examining arithmetic sequences under the new college entrance examination's emphasis on "highlighting essence, reflecting integration, valuing application, and demonstrating competence", and integrating constructivist APOS-based instructional design, teaching can effectively promote students' cognitive construction from concrete operations to abstract thinking, and from isolated knowledge points to a systematic knowledge network. This approach not only enables students to master the knowledge and skills of arithmetic sequences but also fosters core competencies such as mathematical abstraction, logical reasoning, and mathematical modeling.

Keywords

Arithmetic Sequence, Textbook analysis, APOS Theory, Conceptual Teaching

1. 引言

随着《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》的全面落实，以及新高考评价体系的建立，高中数学教学正经历从知识本位向素养本位的深刻转型。在此背景下，数列内容的教学定位与价值也发生了显著变化。新课标明确将数列内容纳入“函数”主题之中，要求通过数列这一离散函数模型，帮助学生“感受数列与函数的共性与差异，体会数学的整体性”。

等差数列作为数列知识体系中最基础、最典型的一类模型，其教学的重要性愈发凸显。它不仅是学生系统学习离散数学的起点，其通项公式的线性函数特征与前 n 项和公式的二次函数特征，使之成为沟通数列与函数思想的绝佳载体。新高考的命题实践表明，对等差数列的考查已不满足于简单的公式套用，而是强调在复杂情境中识别等差数列模型、综合运用其性质解决问题的能力。

因此，对等差数列的教学研究，不能止步于知识本身的讲解，而需要站在学科育人与素养培育的高度，重新审视其教学策略。APOS 理论作为一种揭示数学概念认知发展规律的建构主义理论，为这一教学改进提供了清晰的理论路径。本研究将聚焦等差数列，探讨其在新高考背景下的教学价值，并基于 APOS 理论构建系统的教学案例，以期为提升数列教学的有效性提供参考[1]。

2. 理论基础：APOS 理论的核心框架与教学启示

APOS 理论由美国数学教育家杜宾斯基(Ed Dubinsky)于 20 世纪 80 年代提出，用以描述个体学习数学概念时经历的四个渐进的心理建构阶段：操作(Action)阶段、过程(Process)阶段、对象(Object)阶段、图式(Scheme)阶段。

该理论的核心启示在于，数学概念的学习并非被动接受，而是学生主动建构的过程。有效的教学应设计一系列阶梯性的学习任务，引导学生有序地经历这四个阶段。对于“等差数列”这一兼具抽象性与应用性的重要概念，APOS 理论提供了一个将概念形成过程可视化和可操作化的教学设计蓝图[2]。

3. 基于 APOS 理论的等差数列前 n 项和教学设计案例

3.1. 教材分析

等差数列前 n 项和公式位于人教版高中数学选择性必修第二册第四章《数列》第 2 节。该内容在等差数列定义、通项公式之后学习，为后续等比数列求和及数列综合应用奠定基础。教材采用“实际问题引入－高斯故事启发－倒序相加法推导－公式应用”的编排逻辑，体现了从特殊到一般、从具体到抽象的认知规律[3]。

3.2. 学情分析

学生已掌握等差数列的定义、通项公式及基本性质，具备数列的初步概念；熟悉一次函数、二次函数的图像与性质。具备观察、归纳、类比等基本数学思维能力，能进行代数运算。此时高中生处于形式运算阶段，能进行抽象思维但需具体素材支撑，对公式的记忆偏向机械记忆，忽视推导过程的理解。

3.3. 教学目标

(1) 理解并掌握等差数列前 n 项和公式。

(2) 能结合具体实例，利用等差数列前 n 项和公式解决简单的实际问题。

(3) 提升学生逻辑推理、数学运算和数学建模的核心素养。

3.4. 教学重难点

教学重点：等差数列前 n 项和公式的灵活运用。

教学难点：等差数列前 n 项和公式的推导过程与理解。

3.5. 教学过程

(一) 操作(Action)阶段：创设具体实例，感知“求和”问题

情境导入：

1) 呈现现实问题：“某剧院第一排有 20 个座位，往后每排增加 2 个座位，共 25 排，剧院共有多少座位？”

学生尝试用已有知识(逐项相加)解决问题，体验直接求和的繁琐性。

2) 历史典故引入：讲述高斯求 $1 + 2 + 3 + \ldots + 100$ 的故事，提出问题：“高斯的配对方法能否推广到一般等差数列？”

学生动手操作：计算 $1 + 3 + 5 + \ldots + 19$，尝试使用“首尾配对”方法。

3) 具体数列探究：分组计算三组数列的前 n 项和：① $2, 4, 6, \ldots, 20$；② $5, 10, 15, \ldots, 50$；③ $1, 4, 7, \ldots, 28$。

引导学生观察“首尾配对”后每组和的特征。

设计意图(APOS 理论视角)：遵循"操作"阶段要求，让学生在具体操作中积累感性经验。通过三个层次的活动：实际问题体验、历史方法模仿、多组数列验证，为“等差数列求和存在简洁方法”建立丰富的表象基础。历史故事的引入不仅激发兴趣，更提供了方法原型：分组计算不同数列使学生感知方法的普适性，为后续抽象做准备。

(二) 过程(Process)阶段：内化方法，抽象推导过程

教学活动：

男生和女生分为两组：一组算 n 为偶数的数列前 n 项和，一组算 n 为奇数的数列前 n 和，得到

$$S_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

对此再进行变形得到

$$2S_n=2(1+2+3+\cdots+n)=n(n+1)$$

在求前 n 个正整数的和时，要对 n 分奇数、偶数比较麻烦，能否设法避免分类讨论呢？以一般等差数列 $\{a_n\}$ 为例，设 $S_n=a_n+a_2+\cdots+a_n$，引导学生写出倒序形式 $S_n=a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1$。

通过动画演示“配对相加”过程：a_1+a_n，a_2+a_{n-1}，…，a_n+a_1。

公式推导：

提问：1) 有多少个这样的“配对”？2) 每对的和是多少？3) 如何表示总和？

师生共同完成推导：

$$2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots+(a_n+a_1)=\underbrace{(a_1+a_n)+(a_1+a_n)+\cdots+(a_1+a_n)}_{n个}$$

由此得到等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和公式

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$$

若已知首项 a_1 和公差 d，可得到 $\{a_n\}$ 前 n 项和公式

$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$$

设计意图(APOS 理论视角)：实现从“活动”到“过程”的内化，将具体的配对操作抽象为“倒序相加”这一可重复的心理运算过程。动画演示帮助学生形成动态表象，解决思维跨度问题；问题链引导思考关键点，使推导成为学生主动建构的过程而非被动接受。推导两种形式的公式并比较，为后续灵活应用奠定基础。

(三) 对象(Object)阶段：封装公式，进行形式操作

明确两个公式为独立数学对象：

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}，\ S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$$

记忆要点提炼：前者的“首尾项平均数乘以项数”，后者的“二次函数结构”。

基本量计算训练：基础题组(知三求二)，学生自主选择公式，教师点评优化选择策略。

公式的变形与联系：

推导 a_n 与 S_n 的关系：

探索 S_n 的二次函数特征：将 $S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$ 与 $y=ax^2+bx+c$ 对比。

通过几何画板演示：当 $d\neq 0$ 时，点 (n,S_n) 在抛物线上；当 $d=0$ 时为直线。

设计意图(APOS 理论视角)：实现“过程”到“对象”的封装。将推导过程凝结为可直接操作的公式对象，基础训练强化公式作为运算工具的功能。通过一题多解(选择不同公式)加深对对象特性的理解，探索公式间联系及函数特征，是对公式对象进行高阶操作(分析、比较、关联)，为形成图式做准备。

(四) 图式(Scheme)阶段：整合联系，构建知识网络

知识结构化：引导学生绘制等差数列知识网络图，将前 n 项和公式置于中心位置，建立与以下内容

的联系：

与通项公式的关系；与函数的关系；一次函数(通项)与二次函数(和)；与方程的关系；与等差数列性质的关系。

实际应用建模：解决导入的剧院座位问题，对比直接求和与公式法的效率。

总结倒序相加法的应用条件：等差数列(相邻项差相等)。

思考：若数列不是等差数列，能否用类似方法求和，为后续学习埋下伏笔。

设计意图(APOS 理论视角)：

完成“图式”建构，将前 n 项和公式整合到学生的认知网络中，形成多维度联系的知识结构。实际问题解决促进应用图式的形成，实现从数学知识到数学能力的转化[4]。

4. 结束语

等差数列的教学，是高中数学教育中一个经典而富有生命力的课题。在新高考改革深化核心素养考查的今天，其教学价值不仅在于知识本身，更在于其作为培养学生数学思维、构建知识网络、解决实际问题关键载体的综合育人功能。本研究通过分析新高考的要求与教材的编排，并基于 APOS 理论构建了系统的教学设计案例，将建构主义学习理论与具体的数学内容深度融合，通过精心设计的活动序列引导学生经历从感性具体到理性抽象、再到综合应用的完整认知建构过程，是提升等差数列教学效能、落实学科核心素养培养的有效途径。未来的教学实践应在此基础上，不断探索更加个性化、信息化的教学模式，使等差数列这一古老而优美的数学模型，在新时代的数学课堂上焕发出新的光彩[5]。

参考文献

[1] 章建跃. 普通高中数学课程标准教材的研究与编写[J]. 课程.教材.教法, 2005(1): 45-50.

[2] 濮安山. 史宁中. 从 APOS 理论看高中生对函数概念的理解[J]. 数学教育学报, 2007(2): 48-50.

[3] 张宗余. 钮晶莹. 等差数列概念课教学[J]. 数学教学, 2004(7): 2-4.

[4] 白晓洁. 新课标下高中数学数列问题的研究[D]: [硕士学位论文]. 新乡: 河南师范大学, 2013.

[5] 张中发. APOS 理论下的数列教学研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2008.