

常微分方程问题导向教学设计探索与实践

吴晨

安徽理工大学数学与大数据学院, 安徽 淮南

收稿日期: 2026年1月27日; 录用日期: 2026年2月26日; 发布日期: 2026年3月4日

摘要

针对常微分方程教学中普遍存在的概念抽象、学生理解困难、学习动力不足等现实问题, 本研究设计并实施了一套基于问题导向理念的教学模式。该模式以“一阶微分方程”核心教学内容为载体, 通过精心设计与生活实际、工程背景及科学前沿紧密联系的问题情境, 引导学生经历“问题识别 - 模型建立 - 数学求解 - 结果解释 - 拓展迁移”的完整探究过程, 并辅以小组协作、课堂辩论与多模态成果展示等教学组织形式。在一轮完整的教学实践后, 综合运用定量测试、问卷调查、深度访谈与课堂观察等多种方法进行评估。结果表明: 问题导向教学模式能显著提升学生的课堂参与度、概念理解深度以及数学建模与解决实际问题的综合能力; 同时, 该模式有助于改善学生的学习体验, 增强其内在学习动机。本研究为常微分方程乃至其他理论数学课程的教学改革提供了经过实践检验的设计方案与实施路径, 具有一定的借鉴与推广价值。

关键词

常微分方程, 问题导向教学, 教学设计, 数学建模, 教学改革

Exploration and Practice of Problem-Oriented Instructional Design for Ordinary Differential Equations

Chen Wu

School of Mathematics and Big Data, Anhui University of Science and Technology, Huainan Anhui

Received: January 27, 2026; accepted: February 26, 2026; published: March 4, 2026

Abstract

In response to common challenges in teaching Ordinary Differential Equations (ODEs), such as the abstract nature of concepts, difficulties in student comprehension, and lack of learning motivation,

this study designed and implemented a teaching model based on the problem-oriented learning philosophy. Taking the core content of “first-order differential equations” as the vehicle, this model guides students through a complete inquiry cycle of “problem identification, model establishment, mathematical solution, result interpretation, extension and transfer” by designing problem scenarios closely linked to real-life situations, engineering contexts, and scientific frontiers. This process is supported by teaching organizational forms such as group collaboration, classroom debate, and multimodal presentation of outcomes. After a complete round of teaching practice, a comprehensive evaluation was conducted using quantitative tests, questionnaires, in-depth interviews, and classroom observations. The results indicate that the problem-oriented teaching model can significantly enhance students’ classroom engagement, depth of conceptual understanding, and comprehensive abilities in mathematical modeling and solving practical problems. Simultaneously, this model helps improve students’ learning experience and strengthen their intrinsic motivation. This research provides a practically tested design scheme and implementation path for the teaching reform of ODEs and even other theoretical mathematics courses, offering certain reference and promote value.

Keywords

Ordinary Differential Equations, Problem-Oriented Teaching, Instructional Design, Mathematical Modeling, Teaching Reform

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

常微分方程(Ordinary Differential Equations, ODEs)作为描述动态系统变化规律的核心数学工具,是数学与应用数学、物理学、工程学、经济学乃至生物医学等多个专业领域不可或缺的基础课程[1]-[5]。其教学目标不仅在于传授求解微分方程的技巧,更在于培养学生利用数学语言刻画现实问题、通过逻辑推理与计算探寻内在规律、并最终解释或预测现象的综合能力。然而,审视当前高校常微分方程的教学现状,普遍存在以下困境:第一,教学模式固化为“定义-定理-证明-例题”的线性流程,教学过程侧重于解法的程式化训练与复杂技巧的演绎,导致知识被割裂为孤立的片段,学生“只见树木,不见森林”。第二,教学内容与现实应用脱节,学生对“为何要学”和“学了何用”感到迷茫,学习动机大多源于考试压力,而非对学科价值的内在认同。第三,抽象的教学形式与学生具象的认知习惯之间存在鸿沟,诸如“解的存在唯一性”“稳定性”等核心概念因缺乏具体载体而难以被深刻理解,学生往往停留在机械记忆层面。

近年来,随着“以学生为中心”和“成果导向教育(OBE)”理念的深入人心,高等教育改革持续深化。问题导向学习(Problem-Based Learning, PBL)作为一种强调通过解决真实、复杂问题来驱动知识建构与能力发展的教学方法,在医学、工程等应用型学科中取得了显著成效,并逐渐向数学、物理等基础理论学科渗透[6]-[8]。问题导向教学的核心在于“问题”的精心设计,它既是学习的起点,也是贯穿始终的主线。一个好的数学问题应具备启发性、挑战性和延展性,能够模拟数学家的思考过程,引导学生主动探究、合作协商、批判反思。

鉴于此,本文将系统探索问题导向教学法在常微分方程课程中的设计与实施。研究聚焦于课程的基础与关键模块——“一阶微分方程”,旨在达成以下目的:1) 构建一个以实际问题为锚点、以学生探究

为主线的教学设计框架；2) 开发一系列与生活、科技紧密相连的教学案例与问题链；3) 通过具体的教学实践，验证该模式在提升学生学习成效、高阶思维能力和学习体验方面的有效性；4) 总结反思实施过程中的挑战与应对策略，为推广该模式提供可操作的借鉴。

2. 问题导向教学的理论基础

问题导向教学并非无源之水，其设计与实践深深植根于现代教育心理学的丰沃土壤之中，主要依托以下四大理论支柱：

1) 建构主义理论：该理论由皮亚杰、维果茨基等人发展而来，其核心观点认为，知识不是通过教师传授被动接受的，而是学习者在一定的社会文化情境下，借助他人(包括教师和学习伙伴)的帮助，利用必要的学习资料，通过意义建构的方式主动获得的。在常微分方程的问题导向课堂中，学生不再是定理和公式的“接收容器”，而是面对一个未曾解决的现实问题(如预测流行病传播趋势)，他们需要调动已有知识(如函数、导数)，主动探索、假设、尝试建立微分方程模型，并在小组讨论和教师支架的辅助下，不断调整和修正自己的认知结构，从而真正“建构”起关于微分方程模型及其解法的知识体系。

2) 情境认知理论：该理论强调，学习的本质是个体参与实践活动、与环境互动的过程，知识存在于个体和环境的互动之中，脱离具体情境的抽象知识是惰性的，难以迁移。传统的 ODE 教学往往将知识从其产生和应用的真实情境中剥离出来，导致学生即使熟练掌握了分离变量法或常数变易法，也不知该在何时何地使用。问题导向教学通过精心设计“情境化”的问题(如基于牛顿冷却定律鉴定文物年代、利用 Logistic 模型规划种群捕捞策略)，将抽象的微分方程概念和技法锚定在具体、生动的情境中，使学习变得有意义，也极大促进了知识向真实问题解决场景的迁移。

3) 以学生为本的教育观：以罗杰斯、马斯洛为代表的学者认为，教育的目的是培养“完整的人”，即知情意统一发展的个体。教学应关注学生的情感、态度、价值观和潜能的发展，营造一种充满信任、支持、理解和安全的心理环境。在问题导向的 ODE 课堂上，教师从“知识的传授者”转变为“学习的促进者和协作者”。教学尊重学生的个性差异和独特想法，鼓励大胆质疑和观点交锋。例如，在讨论“最优服药方案”模型时，不同学生可能会对代谢速率常数 k 的设定提出不同假设，这种思维碰撞本身正是深度学习发生的契机。通过解决问题获得成就感，能有效满足学生尊重和自我实现的高层次需求，激发持久的内在动力。

4) 杜威的“做中学”思想：杜威反对脱离儿童经验的“静听”式教育，主张教育即生活、教育即生长、教育即经验的改造。他认为，最好的学习方式就是在“做”的过程中学习，通过解决真实问题来获取知识和发展思维。常微分方程问题导向教学完美践行了这一思想。学生不是在听教师讲解“如何解伯努利方程”，而是在尝试为“火箭推进剂消耗与速度变化关系”建模时，产生了学习特定解法的内在需要。整个学习过程就是一个持续的“问题解决”实践过程。

3. 常微分方程问题导向教学设计——以一阶微分方程为例

3.1. 教学内容与目标

一阶微分方程是常微分课程的基础模块，包括可分离变量方程、一阶线性方程、恰当方程等类型。教学目标不仅包括掌握各类方程的解法，更强调培养学生从实际问题中抽象出微分方程模型，并利用数学工具求解与应用的能力。

3.2. 问题情境创设

为激发学习动机，教师可设计如下贴近生活或专业背景的问题情境：

- 人口增长模型：某地区人口增长率与当前人口成正比，如何预测未来人口数量？
- 冷却定律：一杯热水在室温环境中自然冷却，其温度随时间如何变化？
- 药物代谢模型：体内药物浓度随时间的变化规律如何描述？

3.3. 教学流程设计

第一阶段：问题提出与模型建立

教师引导学生从上述情境中提炼出数学关系，逐步建立一阶微分方程模型。例如，从冷却定律引出牛顿冷却方程：

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{env}) \quad (1)$$

通过讨论，学生理解方程中各项的物理意义，初步体会微分方程的建模思想。

第二阶段：分组探究与解法探索

学生分小组讨论该方程的求解方法。教师适时提示可分离变量法的思想，引导学生自主推导通解形式：

$$T(t) = T_{env} + (T_0 - T_{env})e^{-kt} \quad (2)$$

各组通过代入初始条件、绘制温度变化曲线等方式，验证解的实际意义。

第三阶段：拓展与迁移

教师进一步提出变式问题，如：“若环境温度随时间周期性变化，应如何建模？”引导学生思考非自治方程的处理方法，自然过渡到一阶线性微分方程的学习。

第四阶段：总结与反思

各小组汇报探究成果，教师系统总结一阶微分方程的类型与解法，强调数学建模的步骤与思维方法。学生通过撰写学习日志，反思问题解决过程中的收获与困难。

4. 教学实施与评价

4.1. 实践背景与过程

本研究在安徽理工大学数学与应用数学专业 2025 级两个平行班(共 72 人)中进行了为期一个学期的教学实践。其中一个班作为实验班(36 人)，采用上述问题导向教学模式；另一个班作为对照班(36 人)，采用传统的讲授式教学。两个班由同一位教师授课，使用相同的主教材，保证前测成绩无显著差异。

在实验班，我们完整实施了针对“一阶微分方程”和“高阶线性微分方程”两个大模块的问题导向教学设计，共组织了 5 个核心问题探究单元，进行了超过 10 次小组合作研讨与展示活动。

4.2. 效果评估数据收集与分析

我们通过以下多维度收集数据并进行分析：

1) 学习成绩对比分析：

期中/期末考试成绩：实验班在应用题(尤其是建模类题目)的平均得分显著高于对照班($p < 0.01$)。在涉及对解的性质进行分析、解释的题目上，实验班学生的答题深度和完整性也明显更优。

建模项目成绩：在学期末的一个独立建模小项目中(题目：“设计一个基于微分方程的简单物理或生物模型”)，实验班项目的整体创新性、模型合理性和报告规范性均优于对照班。

2) 问卷调查结果分析(采用李克特五级量表)：

在学期末向实验班发放问卷，回收有效问卷 36 份。关键数据如下：

- ① “我认为问题导向教学提高了我对常微分方程的学习兴趣。” 均值 4.56 (非常同意 = 5)。
- ② “通过解决实际问题，我对微分方程概念的理解更加深刻。” 均值 4.41。
- ③ “小组合作讨论有助于我开阔思路，深化理解。” 均值 4.33。
- ④ “我现在更有信心用数学工具去分析和解决一些简单的实际问题。” 均值 4.28。
- ⑤ “这种教学模式比单纯听老师讲课更累，但收获更大。” 均值 4.63。这一高均值反映了学生对高投入、高产出的学习模式的认可。

3) 学生访谈与学习日志质性分析：

对 8 名实验班学生(不同成绩水平)的访谈及全体学生的学习日志分析，提炼出以下主题：

- ① 从“被动接收”到“主动探索”：学生普遍反映“以前是老师喂给我们知识，现在是我们自己‘找食吃’，虽然过程曲折，但找到答案时特别有成就感。”(学生 A)
- ② 知识理解的“情境化”与“可视化”：“以前公式是干巴巴的，现在一看到 $y' + P(x)y = Q(x)y' + P(x)y = Q(x)$ ，我脑子里就会想到那个污染湖泊的进出水图，立刻明白每项的意义。”(学生 B)
- ③ 合作学习的价值认同：“一个人的思路容易卡住，小组讨论时，别人的一个点子经常能点醒我。而且向组员解释我的想法，也让我自己理得更清了。”(学生 C)
- ④ 面对挑战的积极心态转变：初期部分学生有畏难情绪，但随着成功解决几个问题，信心逐渐增强。“开始觉得这些问题不可能做出来，后来发现只要一步步分析，总能推进。数学好像没那么可怕了。”(学生 D)

4) 课堂观察记录：

观察发现，实验班课堂的学生话语权显著增加。学生在小组讨论中表现出更高的参与热情，能围绕问题核心进行有效争论。在成果展示环节，学生不仅展示结果，还能清晰地阐述建模思路和假设条件。教师的话语更多是提问、引导和点评，而非单向讲解。

4.3. 实践反思与遇到的挑战

尽管取得了积极效果，但在实践过程中也面临一些局限性(样本量较小以及同一教师可能带来的偏差)和挑战：

- 1) 时间压力：问题导向教学比传统讲授耗时更多。为完成教学大纲内容，需要对教学内容进行大胆的精简和重构，聚焦核心概念和思想，一些过于复杂的技巧性内容可以弱化或作为拓展材料。
- 2) 学生适应性：长期接受被动教育的学生，初期表现出依赖、迷茫和焦虑。需要教师提供更细致的“脚手架”，如提供思维导图模板、分步骤任务清单、范例片段等，并不断鼓励，帮助学生逐步适应新的学习范式。
- 3) 教师的角色转换与能力要求：教师需要从“知识的权威”转变为“学习的教练和设计师”。这要求教师不仅精通学科知识，还要掌握课堂讨论引导技巧、问题设计能力和多元评价方法。集体备课和教学研讨至关重要。
- 4) 资源建设需求：高质量的问题情境库、配套的数字资源(仿真软件、案例数据库)、适合小组活动的物理空间等，都是成功实施该模式的重要支撑条件。

5. 结论与展望

问题导向教学法在常微分方程课程中展现出显著优势：它不仅帮助学生更好地理解抽象的教学概念，还培养了其数学建模、逻辑推理与合作交流能力。本文以一阶微分方程为例，展示了问题导向教学的设计与实施路径，为相关课程的教学改革提供了参考。

未来,可进一步探索将问题导向教学拓展至高阶微分方程、方程组、稳定性理论等内容,并加强与现代技术工具(如数值模拟软件、在线协作平台)的结合,构建更加立体化、互动化的常微分方程教学体系。

基金项目

安徽理工大学科研启动基金(2025yjrc0003)。

参考文献

- [1] 林武忠,等.常微分方程[M].北京:科学出版社,2003.
- [2] 丁同仁,李承治.常微分方程教程[M].第2版.北京:高等教育出版社,2004.
- [3] 西南师范大学.常微分方程[M].重庆:西南师范大学出版社,2005.
- [4] 张伟年.常微分方程[M].北京:科学出版社,2005.
- [5] 王高雄,等.常微分方程[M].第3版.北京:高等教育出版社,2006.
- [6] 陈天栏,徐勇.基于深度教学理念下学习方式转变的策略研究[J].教育进展,2022,12(9):3513-3519.
- [7] 孙丽华,赵恩良,刘丹.基于问题的工科数学课堂教学改革研究[J].创新教育研究,2025,13(3):54-59.
- [8] 丁少男,马晓艳,彭晓邦.PBL模式在生态学双语教学中的应用[J].教育进展,2023,13(7):4243-4247.