Advances in Education 教育进展, 2026, 16(3), 1175-1183
Published Online March 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.163597

基于专业需求的线性代数案例教学

——以电气工程及其自动化专业为例

肖旗梅，谭艳祥

长沙理工大学数学与统计学院，湖南 长沙

收稿日期：2026年2月15日；录用日期：2026年3月13日；发布日期：2026年3月23日

摘　要

本文结合电气工程及其自动化专业核心课程，把抽象的线性代数课程知识点与具体应用结合起来进行讲述，有效降低课程的抽象性和理论性，同时让学生切身体会到学以致用，从而调动他们的学习积极性，提高学生分析和解决问题的能力，为该专业线性代数课程改革提供一个可操作和推广的方案。

关键词

线性代数，案例教学，专业需求

Case-Based Teaching in Linear Algebra for Professional Needs

—Taking Electrical Engineering and Automation as an Example

Qimei Xiao, Yanxiang Tan

School of Mathematics and Statistics, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan

Received: February 15, 2026; accepted: March 13, 2026; published: March 23, 2026

Abstract

This paper integrates the core courses of electrical engineering and automation, connecting abstract linear algebra concepts with practical applications. This approach effectively reduces the theoretical abstraction of the course while allowing students to experience the practical use of their knowledge, thereby enhancing their learning motivation and improving their analytical and problem-solving skills. The study provides an operable and replicable reform strategy for linear algebra courses in this major.

文章引用：肖旗梅，谭艳祥. 基于专业需求的线性代数案例教学[J]. 教育进展, 2026, 16(3): 1175-1183.
DOI: 10.12677/ae.2026.163597

Keywords

Linear Algebra, Case-Based Teaching, Professional Requirements

1. 引言

线性代数是高等院校理工科专业必修的一门公共数学基础课程，通过该课程的学习，不仅为后续课程提供必要的知识基础，也可以提升学生的抽象思维、逻辑推理、数学计算、空间想象的能力。但是该课程学时短、内容抽象、理论性强，学生学习本门课程具有一定的难度。我校电气工程及其自动化专业培养要求之一就是具有从事电气工程行业工作所需的数学、自然科学、计算、工程基础和专业知识，并能将上述知识用于解决复杂电气工程问题，因此，如何有效地把抽象的线性代数知识形象地讲解并能够促使学生学以致用是亟待解决的问题。

本文尝试将电气工程及其自动化专业的核心专业基础课程中的相关问题作为教学案例引入到线性代数课程中，不仅可以帮助学生进一步理解和掌握线性代数课程的抽象知识点，而且可以让学生认识到数学课程对其后续专业课程学习的重要性，培养学生理论联系实际的能力，从而提高学习的兴趣和主观能动性，提高课程的教学质量，为学生后续的学习打下良好的基础。

2. 线性方程组的求解在电阻电路一般分析中的应用教学案例

2.1. 案例基本信息

- 课程名称：线性代数
- 教学内容：线性方程组与高斯消元法、矩阵的定义及初等行变化
- 教学课时：2 课时
- 授课对象：本科大一或大二的电气、电子信息类专业学生

2.2. 教学目标

- 知识目标：深入理解线性方程组的高斯消元法、用矩阵的初等行变化求解方程组。
- 能力目标：具备将电阻电路抽象为线性方程组模型的能力，并能利用矩阵化行阶梯或行最简形求解。
- 素质目标：培养数学建模思想，深刻体会线性代数作为“工程语言”在解决复杂工程系统问题中的核心作用。

2.3. 教学准备

- 教师准备：PPT 课件(含教学案例、线性方程组求解相关知识)、制作学生需要提前预习的专业知识小视频。
- 学生准备：通过教师发布的小视频学习关于电路方面的基尔霍夫定律、二端口的连接的知识。

2.4. 专业问题引入(情景创设)

假设你是一名电网工程师，需要对一个简化的小型直流配电网进行“潮流分析”。你需要确定网络

中每条支路的电流大小和方向，以及每个节点的电压。这是电力系统设计、运行和故障分析中最基础、最核心的计算任务之一。

问题：图 1 所示直流电路中，电阻电压源均为已知，试用网孔电流法求各支路电流。

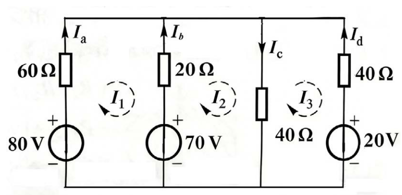

Figure 1. Mesh current method
图 1. 网孔电流法

2.5. 数学建模(核心桥梁)

引导学生应用基尔霍夫定律，这是电气专业的基石。

基尔霍夫电流定律(KCL)：在集总电路中，任何时刻，对任一节点，所有流出节点的支路电流的代数和恒等于零。

基尔霍夫电压定律(KVL)：在集总电路中，任何时刻，沿任一回路，所有支路电压的代数和恒为零。

电阻电路一般分析法是一类系统的分析方法，首先需要选取一组电路的独立变量，根据所选独立变量的不同，应用 KCL、KVL 和支路的电压电流关系(VCR)，可列出不同的电路方程，如支路电流方程、网孔电流法方程以及节点电压法方程等，这些方程均为线性代数方程组。

1) 设定网孔电流 I_1、I_2、I_3，如图 1 所示。

2) 列网孔电流方程。沿网孔方向逐段写电压法：从底部节点出发，沿各网孔应用 KVL，写出各段的电压知道回至出发点。

网孔 m_1 $-180+60I_1+20(I_1-I_2)+70=0$

网孔 m_2 $-70+20(I_2-I_1)+40(I_2-I_3)=0$

网孔 m_3 $40(I_3-I_2)+40I_3+20=0$

至此，我们将一个物理的电路问题，转化为一个纯粹的数学问题：

化简为一个三阶线性方程方程组：

$$\begin{cases} 8I_1-2I_2-11=0 \\ 2I_1-6I_2+4I_3=-7 \\ I_2-2I_3=5 \end{cases}$$

2.6. 数学求解与分析(线性代数知识展开)

步骤 1：矩阵表示

将方程组写成矩阵形式，这是用计算机进行大规模系统分析的必然要求。

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 8 & -2 & 0 & 11 \\ 2 & -6 & 4 & -7 \\ 0 & 1 & -2 & 0.5 \end{array}\right)$$

步骤 2：高斯消元法(手动推导，理解本质)

对增广矩阵 $[A \vdots b]$ 进行初等行变换：

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 8 & -2 & 0 & 11 \\ 2 & -6 & 4 & -7 \\ 0 & 1 & -2 & 0.5 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -3 & 2 & -3.5 \\ 0 & 1 & -2 & 0.5 \\ 0 & 22 & -16 & 39 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -3 & 2 & -3.5 \\ 0 & 1 & -2 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

步骤 3：回代求解

得到阶梯形矩阵，对应方程组：

$$\begin{cases} I_1 - 3I_2 + 2I_3 = -3.5 \\ I_2 - 2I_3 = 0.5 \\ I_3 = 1 \end{cases}，得 \begin{cases} I_1 = 2\text{ A} \\ I_2 = 2.5\text{ A} \\ I_3 = 1\text{ A} \end{cases}$$

3. 矩阵的乘法运算在二端口连接的应用教学案例

3.1. 案例基本信息

- 课程名称：线性代数
- 教学内容：矩阵矩阵乘法定义及运算律
- 教学课时：2 课时
- 授课对象：本科大一或大二的电气、电子信息类专业学生

3.2. 教学目标

- 知识目标：掌握矩阵乘法的运算规则及性质。
- 能力目标：能够用矩阵描述二端口网络的输入输出关系，能够通过矩阵乘法计算级联网络的总参数。
- 素质目标：培养将电路问题抽象为矩阵模型的能力，建立系统化分析复杂网络的思维方式，理解数学工具在工程中的实际价值。

3.3. 教学准备

- 教师准备：PPT 课件(含教学案例、矩阵乘法运算相关知识)、制作关于二端口连接的小视频。
- 学生准备：复习基尔霍夫定律、通过小视频预习关于二端口连接的相关知识。

3.4. 专业问题引入(情景创设)

在工程实际中遇到的问题常常涉及两对端子之间的关系，如变压器、滤波器、放大器、反馈网络等。对于这些电路，都可以把两对端子之间的电路概括在一个方框中，如图 2 所示。一对端子$1-1'$通常是输入端子，另一对端子$2-2'$为输出端子。如果两对端子满足端口条件，即对于所有时间 t，从端子 1 流入方框的电流等于从端子$1'$流出的电流；同时从端子 2 流入方框的电流等于从端子 $2'$ 流出的电流，这种电路称为二端口网络，简称二端口。

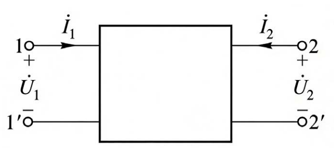

Figure 2. Two-port
图 2. 二端口

问题：电路如图 3 所示，试求其传输参数 A，B，C，D。

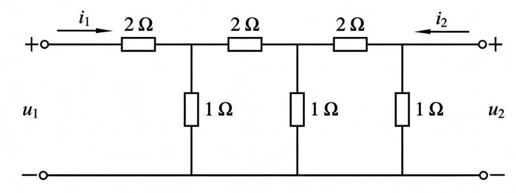

Figure 3. Composite two-port
图 3. 复合二端口

3.5. 数学建模(核心桥梁)

展示一个简单的线性二端口网络(图 4)和一个级联方式连接的复合二端口(图 5)。

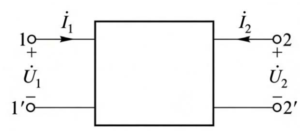

Figure 4. Linear two-port
图 4. 线性二端口

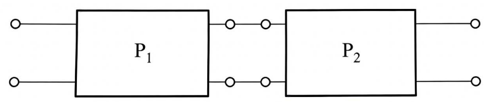

Figure 5. Cascaded two-port
图 5. 二端口的级联

【问题引导】

- 如何描述图 4 线性两端口处电流相量和电压相量关系？
- 复合二端口网络图 5 如何简化成简单二端口？
- 传统的电路方程写法有何局限性？
- 能否用更简洁、系统化的方式表示这种关系？

【矩阵表示】

- 传输参数方程：

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 - B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 - D\dot{I}_2 \end{cases}$$

- 矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

设复合二端口 P_1 和 P_2 的 T 参数分别为 $T' = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$，$T'' = \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix}$，则 $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = T'T'' \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$，其中 T 为复合二端口的 T 参数矩阵。

【关键结论】

级联网络的总传输矩阵 = 各子网络传输矩阵的乘积：

$$T = T'T'' = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'A''+B'C'' & A'B''+B'D'' \\ C'A''+D'C'' & C'B''+D'D'' \end{bmatrix}$$

注意：矩阵乘法的顺序必须与信号流向一致！

【矩阵乘法规则】

- 维度匹配：$A_{m\times n}B_{n\times p} = C_{m\times p}$
- 元素计算：$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}$
- 不满足交换律的电路解释：网络级联顺序影响整体特性

3.6. 数学求解与分析(线性代数知识展开)

显然图 5 所示二端口可以看作三个图 6 所示简单二端口的级联所构成的复合二端口。

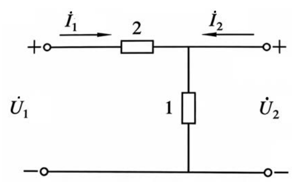

Figure 6. Splitting two-port
图 6. 拆分二端口

由 KCL 和 KVL 得

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 - \dot{I}_2 \text{和} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 + 2\dot{I}_2 = \dot{U}_2 + 2\left(\dot{U}_2 - \dot{I}_2\right) = 3\dot{U}_2 - 2\dot{I}_2$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}，\text{故} T' = T'' = T''' = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

于是待求复合二端口的 T 参数矩阵为

$$T = T'T''T''' = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 & 30 \\ 15 & 11 \end{bmatrix}$$

即 $A = 41$， $B = 30$， $C = 15$， $D = 11$。

4. 逆矩阵在二端口连接的应用教学案例

4.1. 案例基本信息

- 课程名称：线性代数
- 教学内容：公式法和初等行变化法求解逆矩阵
- 教学课时：2 课时
- 授课对象：本科大一或大二的电气、电子信息类专业学生

4.2. 教学目标

- 知识目标：掌握逆矩阵的性质和求解方法，理解二端口网络的四种矩阵参数表示法，能利用逆矩阵转换参数矩阵。
- 能力目标：能够运用逆矩阵实现二端口参数间的相互转换，能够分析级联网络的整体特性。

- 素质目标：理解逆矩阵在网络分析和设计中的工程意义，掌握实际工程中参数选择的原则。

4.3. 教学准备

- 教师准备：PPT 课件(含教学案例、逆矩阵相关知识)、制作小视频介绍网络二端口的四种参数。
- 学生准备：复习基尔霍夫定律、通过小视频学习二端口的四种参数。

4.4. 专业问题引入(情景创设)

在电气工程、通信系统和控制工程中，二端口网络是分析复杂网络系统的基本工具。无论是滤波器设计、放大器分析还是传输线理论，都需要使用不同的矩阵参数(Z、Y、H、T 参数)来描述网络特性。这些参数矩阵之间的转换，本质上是矩阵运算，特别是逆矩阵的应用。

问题：求如图 7 所示二端口的 Y、Z 参数矩阵。

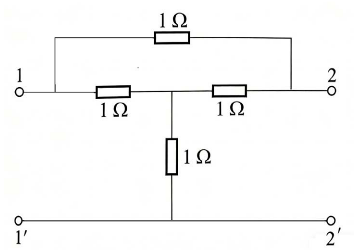

Figure 7. Two-port parameters
图 7. 二端口参数

4.5. 数学建模(核心桥梁)

端口 $1-1'$ 和 $2-2'$ 处的电流相量和电压相量的参考方向如图 8 所示，由叠加定理可得

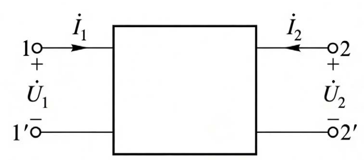

Figure 8. Relationship between two-port current and voltage
图 8. 二端口电流和电压关系

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}=Y\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix} \quad 和 \quad \begin{cases}\dot{U}_1=Z_{11}\dot{I}_1+Z_{12}\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=Z_{21}\dot{I}_1+Z_{22}\dot{I}_2\end{cases}$$

写成矩阵形式 $\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}=Y\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=Z\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$。

其中 $Y=\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}$ 和 $Z=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}$ 分别称为二端口的 Y、Z 参数矩阵，也分别称为短路导纳矩阵和开路抗阻矩阵。显然 $Z=Y^{-1}$，即 $\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}=\frac{1}{\Delta_Y}\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}$，其中 $\frac{1}{\Delta_Y}=Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}$。已知 Y 或 Z 参数矩阵，用求逆矩阵的方法直接得到另一个参数矩阵，大大减少了计算量。

4.6. 数学求解与分析(线性代数知识展开)

问题图 7 中求 Y_{11} 和 Y_{12} 时，把端口 $2-2'$ 短路，在端口 $1-1'$ 上外施电压 $\dot{U}_1$，可得

$$\dot{I}_1=\dot{U}_1+\frac{1}{1+1/2}\dot{U}_1=\frac{5}{3}\dot{U}_1\quad -\dot{I}_2=\dot{U}_1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+1/2}\right)\dot{U}_1=\frac{4}{3}\dot{U}_1$$

根据定义可得

$$Y_{11}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=\frac{5}{3}S\quad Y_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=-\frac{4}{3}S$$

同样，如果把端口 $1-1'$ 短路，在端口 $2-2'$ 上外施电压 $\dot{U}_2$，可得

$$Y_{22}=Y_{11}=\frac{5}{3}S\quad Y_{12}=Y_{21}=-\frac{4}{3}S$$

得参数矩阵

$$Y=\begin{bmatrix}5/3 & -4/3\\ -4/3 & 5/3\end{bmatrix}。$$

下面分别用公式法和矩阵初等行变化的方法求 Y 的逆矩阵：

1) 公式法 $Y^{-1}=\dfrac{Y^*}{|Y|}$

$$|Y|=\frac{5}{3}\times\frac{5}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=1$$

代数余子式 $A_{11}=\dfrac{5}{3}$，$A_{12}=\dfrac{4}{3}$，$A_{21}=\dfrac{4}{3}$，$A_{22}=\dfrac{5}{3}$

$$Y^{-1}=\frac{Y^*}{|Y|}=\frac{1}{|Y|}\begin{bmatrix}A_{11} & A_{21}\\ A_{12} & A_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5/3 & 4/3\\ 4/3 & 5/3\end{bmatrix}$$

2) 初等行变化法：

$$[Y\vdots E]=\left[\begin{array}{cc|cc}5/3 & -4/3 & 1 & 0\\ -4/3 & 5/3 & 0 & 1\end{array}\right]\cdots\to\left[\begin{array}{cc|cc}1 & 0 & 5/3 & 4/3\\ 0 & 1 & 4/3 & 5/3\end{array}\right]$$

故参数矩阵 $Z=\begin{bmatrix}5/3 & 4/3\\ 4/3 & 5/3\end{bmatrix}$。

5. 结语

结合学科背景，将案例教学引入数学类课程的教学环节，是目前教学改革的一个重要方向[1]-[6]。本文结合电气工程及其自动化专业背景，在线性代数课程中提出了几个电路理论方面相关的教学案例，让学生更好地理解线性方程组的求解以及矩阵的运算在专业知识中的应用。后期不断积累、总结、实践，才能更好地发挥线性代数课程在应用型人才培养中的作用。

基金项目

本文系湖南省普通本科高校教学改革研究一般项目(202502000441)和湖南省普通本科高校教学改革研究重点项目(202401000617)资助。

参考文献

[1] 陈发来. 线性代数课程应用案例的设计与教学[J]. 大学数学, 2025, 41(2): 107-113.

[2] 朱佳宏，王晓丹. 面向工科专业的线性代数案例教学探究[J]. 才智, 2024(18): 105-108.

[3] 陶耘，狄芳，陆生琪. 基于专业需求的线性代数案例教学法的思与行——以机器人工程专业为例[J]. 科教导刊(下旬刊), 2020(24): 117-118.

[4] 周永强，李燕娟. “有趣”的应用型案例教学在《线性代数》中的探索与实践[J]. 教育教学论坛, 2020(9): 268-269.

[5] 刘敬刚，郭燕. 融入数学建模思想的线性代数案例教学研究[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2020(1): 15-17.

[6] 张兴刚，戴丹. 物理类专业线性代数教学内容的探讨[J]. 高师理科学刊, 2017, 37(5): 70-73.