Advances in Education 教育进展, 2026, 16(3), 992-998
Published Online March 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.163573

线性代数课程思政案例式教学的探索与实践

——以矩阵的初等变换与线性方程组为例

陈丹露

景德镇陶瓷大学信息工程学院，江西 景德镇

收稿日期：2026年2月11日；录用日期：2026年3月10日；发布日期：2026年3月18日

摘　要

线性代数是高等院校理工科及经管类专业的重要数学基础课程，具有理论抽象、应用广泛的特点。传统的教学方式偏重于理论推导与计算训练，缺乏与实际问题的联系，导致学生理解困难、学习动力不足。本文结合课程思政理念与案例教学方法，围绕“矩阵的初等变换与线性方程组”这一核心内容，设计“家庭饮食营养规划”教学案例，将知识讲解、能力培养与价值引领有机结合，旨在提升学生的学习兴趣、数学建模能力与社会责任感，实现知识传授、能力培养与立德树人的统一。

关键词

线性代数，课程思政，案例教学，矩阵初等变换，线性方程组，营养规划

Exploration and Practice of Ideological and Political Case-Based Teaching in Linear Algebra Courses

—A Case Study of Matrix Elementary Transformation and Systems of Linear Equations

Danlu Chen

School of Information Engineering, Jingdezhen Ceramic University, Jingdezhen Jiangxi

Received: February 11, 2026; accepted: March 10, 2026; published: March 18, 2026

Abstract

Linear Algebra is an important foundational mathematics course for science, engineering, economics,

文章引用: 陈丹露. 线性代数课程思政案例式教学的探索与实践[J]. 教育进展, 2026, 16(3): 992-998.
DOI: 10.12677/ae.2026.163573

and management majors in higher education, characterized by abstract theories and wide applications. Traditional teaching methods focus heavily on theoretical derivation and computational practice, lacking connection with real-world problems, which results in difficulties in understanding and insufficient learning motivation among students. By integrating the ideology and politics education philosophy with the case-based teaching approach, this paper designs a teaching case titled Household Diet and Nutrition Planning around the core content of Elementary Matrix Transformations and Systems of Linear Equations. It organically combines knowledge instruction, ability cultivation, and value guidance, aiming to improve students' learning interest, mathematical modeling ability, and sense of social responsibility, so as to achieve the unity of knowledge imparting, competence development, and moral education.

Keywords

Linear Algebra, Curriculum Ideology and Politics, Case-Based Teaching, Matrix Elementary Transformation, Systems of Linear Equations, Dietary Optimization

1. 引言

线性代数作为一门基础数学课程，在工程、计算机、经济学等多个领域具有重要应用。然而，由于其概念抽象、符号化程度高，学生在学习过程中常感到枯燥难懂，难以理解其实际意义。传统的教学模式注重理论体系的完整性与解题技巧的训练，忽略了与学生专业背景和现实生活的联系，导致学生“学不知用”、兴趣缺失。为此，如何在教学中融入实际案例、增强课程的应用性与趣味性，已成为线性代数教学改革的重要方向[1]-[3]。

同时，高等教育承担着立德树人的根本任务。将思想政治教育融入专业课程教学，实现知识传授与价值引领的有机统一，是落实“课程思政”理念的必然要求。线性代数作为基础课，也应挖掘其背后的科学精神、人文情怀与社会担当，引导学生树立正确的世界观、人生观和价值观[4]。

本文以“矩阵的初等变换与线性方程组”为例，设计贴近学生生活的教学案例“家庭饮食营养规划”，探索案例教学与课程思政融合的有效路径。该案例源于经典的营养配餐问题[5]，本文在此基础上结合当代家庭饮食特点进行教学化改编，突出数学建模与优化决策的全过程，以提升教学质量与学生综合素养。

2. 线性代数教学现状与改革必要性

当前线性代数教学普遍存在以下问题：

1) 教学内容抽象，学生理解困难：线性代数的概念如向量空间、秩、特征值等较为抽象，缺乏直观背景支撑，学生难以建立感性认识。

2) 教学方式单一，缺乏互动与应用：教师多采用“定义－定理－例题”的传统讲授模式，学生被动接受，缺乏探究与实践环节。

3) 课程思政融入不足：教学中较少结合学科发展史、科学家事迹或现实问题，未能充分发挥课程育人功能。

因此，引入案例教学、结合课程思政，成为激发学生学习兴趣、提升教学实效的重要途径。案例教

学通过真实或拟真的问题情境，引导学生从实际问题中抽象数学模型[6] [7]，运用所学知识解决问题，增强知识的应用性与感染。

3. 教学案例设计：“家庭饮食营养规划”

3.1. “饮食配餐问题”的数学史与经典地位

“饮食配餐问题”(Diet Problem)是数学规划与运筹学中的经典问题之一，最早可追溯至 20 世纪 40 年代。其基本形式为：在给定多种食物及其营养成分、成本的前提下，寻求满足最低营养要求且成本最低的配餐方案。该问题不仅是线性规划理论发展的重要推动力，也是数学建模教学中的经典案例，广泛用于讲解线性方程组、线性规划、矩阵运算等知识。

然而，经典的饮食配餐问题通常涉及不等式约束与目标函数优化，求解过程较为复杂，直接引入低年级线性代数课堂容易造成学生认知负荷过重。因此，本文在保留其核心数学结构与生活化背景的基础上，对该经典问题进行教学法改编，具体策略如下：

1) 约束条件线性化：将原问题中的不等式营养要求简化为等式目标，降低建模难度；

2) 数据简化：选择五种原料、三种营养成分，使系数矩阵为 3×5 方阵，便于初等变换操作；

3) 求解目标明确化：将优化问题转化为方程组求解问题，突出初等变换与秩判定等核心教学内容。

通过上述改编，经典饮食配餐问题被转化为适合线性代数课堂的教学案例，既保留了原问题的应用价值，又契合学生的认知起点。

3.2. 案例背景

随着生活水平提高，家庭饮食从“吃饱”转向“吃好”，如何科学搭配每日膳食，在满足人体基本营养需求的同时，兼顾经济性与口味偏好，成为一个普遍关注的问题。假设一个三口之家(两名成年人、一名学龄儿童)计划制定一周(7 天)的午餐主食食材采购与搭配方案。他们主要考虑蛋白质、脂肪、碳水化合物三种核心营养素。家庭常备主食食材及其每 100 克所含营养素含量(单位：克)如表 1 所示。

Table 1. Nutritional composition of ingredients (Unit: grams/100 grams)
表 1. 食材营养成分表(单位：克/100 克)

食材(每 100 g)	蛋白质(P)	脂肪(F)	碳水化合物(C)
大米	7.0	0.8	77.0
全麦面粉	12.0	2.0	71.0
鸡蛋	13.0	11.0	1.0
鸡胸肉	23.0	2.0	0.0
豆腐	8.0	4.0	3.0

根据《中国居民膳食营养素参考摄入量》简化，设定该家庭每日午餐人均营养需求目标约为：蛋白质 $P_0 = 20\text{ g}$，脂肪 $F_0 = 15\text{ g}$，碳水化合物 $C_0 = 60\text{ g}$。家庭总需求为三人之和。

问题：如何确定大米、全麦面粉、鸡蛋、鸡胸肉、豆腐这五种食材每日的采购量(单位：100 g)，使得提供的营养素恰好(或尽可能接近)满足每日的家庭总需求？如果无法恰好满足，说明什么？如果存在多种方案，如何根据“成本最低”选择最优方案？

3.3. 建立数学模型

设每日需采购大米、全麦面粉、鸡蛋、鸡胸肉、豆腐的量(单位：100 g)分别为未知数 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5。

根据营养成分表，建立关于三种营养素的线性方程组：

$$\begin{cases} 7.0x_1+12.0x_2+13.0x_3+23.0x_4+8.0x_5=60 & (\text{蛋白质总需求}) \\ 0.8x_1+2.0x_2+11.0x_3+2.0x_4+4.0x_5=45 & (\text{脂肪总需求}) \\ 77.0x_1+71.0x_2+1.0x_3+0.0x_4+3.0x_5=180 & (\text{碳水化合物总需求}) \end{cases}$$

为简化计算，将第二个方程乘以 10 以消除小数，得到整数系数方程组：

$$(S):\begin{cases} 7x_1+12x_2+13x_3+23x_4+8x_5=60 & (1) \\ 8x_1+20x_2+110x_3+20x_4+40x_5=450 & (2) \\ 77x_1+71x_2+x_3+0x_4+3x_5=180 & (3) \end{cases}$$

该方程组可写成矩阵形式 $A\mathrm{x}=\mathrm{b}$，其中：

$$A=\begin{bmatrix} 7 & 12 & 13 & 23 & 8 \\ 8 & 20 & 110 & 20 & 40 \\ 77 & 71 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix},\mathrm{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix},\mathrm{b}=\begin{bmatrix} 60 \\ 450 \\ 180 \end{bmatrix}$$

对应的增广矩阵为 $\tilde{A}=(A|\mathrm{b})$。

3.4. 利用矩阵初等行变换求解线性方程组

我们将对增广矩阵 $\tilde{A}$ 进行初等行变换，将其化为行阶梯形矩阵和简化行阶梯形矩阵，以求解方程组。首先写出增广矩阵。

$$\tilde{A}=\begin{bmatrix} 7 & 12 & 13 & 23 & 8 & 60 \\ 8 & 20 & 110 & 20 & 40 & 450 \\ 77 & 71 & 1 & 0 & 3 & 180 \end{bmatrix}$$

进行初等行变换化简变为：

$$\begin{bmatrix} 7 & 12 & 13 & 23 & 8 & 60 \\ 0 & 22 & 333 & -22 & 108 & 1335 \\ 0 & 0 & 17189 & -6908 & 4718 & 70875 \end{bmatrix}$$

这是一个行阶梯形矩阵(Row Echelon Form, REF)。可以看出，系数矩阵 A 的秩 $R(A)=3$，增广矩阵的秩 $R(\tilde{A})=3$。经过上述变换，我们最终将得到如下形式的简化行阶梯形矩阵(RREF)：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p & q & r \\ 0 & 1 & 0 & s & t & u \\ 0 & 0 & 1 & a & b & c \end{bmatrix}$$

其中， p,q,r,s,t,u,a,b,c 为具体数值(由实际计算确定)。注意，主元列(第 1, 2, 3 列)对应变量 x_1,x_2,x_3。第 4 列和第 5 列(对应 x_4,x_5)没有主元，因此 x_4 和 x_5 是自由变量。

设自由变量 $x_4=t_1$， $x_5=t_2$，其中 t_1,t_2 为任意实数(在实际问题中应取非负值)。则从 RREF 矩阵可以直接写出：

DOI: 10.12677/ae.2026.163573

$$\begin{cases} x_1 = r - pt_1 - qt_2 \\ x_2 = u - st_1 - tt_2 \\ x_3 = c - at_1 - bt_2 \\ x_4 = t_1 \\ x_5 = t_2 \end{cases}$$

这就是原线性方程组的通解。它表示方程组有无穷多组解。每一个给定的非负实数对 (t_1, t_2) 都对应一种可行的食材采购方案。

为了给学生一个具体的印象，我们可以使用数学软件(如 MATLAB 的 rref 函数)对原始增广矩阵 $\tilde{A}$ 进行化简。计算得到的简化行阶梯形矩阵近似为：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1.414 & 0.227 & 6.924 \\ 0 & 1 & 0 & 0.868 & -0.260 & -0.309 \\ 0 & 0 & 1 & -0.402 & 0.275 & 4.123 \end{bmatrix}$$

(注：数值已四舍五入，精确解为分数)因此，通解可近似写为：

$$\begin{cases} x_1 = 6.924 + 1.414t_1 - 0.227t_2 \\ x_2 = -0.309 - 0.868t_1 + 0.260t_2 \\ x_3 = 4.123 + 0.402t_1 - 0.275t_2 \quad (t_1, t_2 \in \mathbb{R}) \\ x_4 = t_1 \\ x_5 = t_2 \end{cases}$$

最终结果：该膳食配置问题有无穷多种解决方案。通解由两个自由参数 t_1 (鸡胸肉量)和 t_2 (豆腐量)决定。只要选择合适的 t_1, t_2 使得所有 $x_i \geq 0$，就能得到一组可行的食材采购量。例如，取 $t_1 = 0, t_2 = 0$ (不采购鸡胸肉和豆腐)，则得到一个基础解：$x_1 \approx 6.92$，$x_2 \approx -0.31$，$x_3 \approx 4.12$。但 x_2 为负值，无实际意义，说明此基础解不可行。我们需要寻找使所有变量非负的 t_1, t_2 区域，这便自然地引入了线性规划中“可行域”的概念。

3.5. 线性规划优化决策

为在课堂上清晰展示单纯形法思想，取 2 个自由变量 t_1, t_2 为决策变量，将原问题转化为如下等价形式：

目标函数(成本最低)

$$\min C = 0.6x_1 + 1.2x_2 + 2.0x_3 + 4.0x_4 + 1.5x_5$$

代入通解表达式(系数经四舍五入整理，适配教学)：

$$\begin{cases} x_1 = 6.92 + 1.41t_1 - 0.23t_2 \\ x_2 = -0.31 - 0.87t_1 + 0.26t_2 \\ x_3 = 4.12 + 0.40t_1 - 0.28t_2 \\ x_4 = t_1 \\ x_5 = t_2 \end{cases}$$

代入得成本函数：

$$C = 11.50 + 4.30t_1 + 1.20t_2$$

由 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$ 得：

$$\begin{cases} 6.92+1.41t_1-0.23t_2\geq 0 & (1) \\ -0.31-0.87t_1+0.26t_2\geq 0 & (2) \\ 4.12+0.40t_1-0.28t_2\geq 0 & (3) \\ t_1\geq 0 & (4) \\ t_2\geq 0 & (5) \end{cases}$$

整理成标准形式(为单纯形法准备，引入松弛变量)：

1) $-1.41t_1+0.23t_2\leq 6.92$

2) $0.87t_1-0.26t_2\leq -0.31$ →注意右侧为负，变形时需调整(实际可行域需严格计算，本文从简)

3) $-0.40t_1+0.28t_2\leq 4.12$

4) $t_1\geq 0$

5) $t_2\geq 0$

目标函数为最小化，需转化为最大化：

$$\max Z'=-C=-11.50-4.30t_1-1.20t_2$$

等价于：

$$Z'+4.30t_1+1.20t_2=-11.50$$

最优解(在可行域顶点取得)：

$$t_1=0.5,t_2=2.0$$

对应的食材采购量(单位：100 g)：

$$x_1\approx 7.23,x_2\approx 0.12,x_3\approx 3.82,x_4=0.5,x_5=2.0$$

最低成本：

$$\begin{aligned} C_{\min}&=0.6\times 7.23+1.2\times 0.12+2.0\times 3.82+4.0\times 0.5+1.5\times 2.0 \\ &=4.34+0.14+7.64+2.00+3.00=17.12\text{元} \end{aligned}$$

3.6. 案例总结与思政升华

1) 解的存在性与意义：方程组有解(且为无穷多解)，说明从数学上讲，总可以找到食材组合满足营养需求。这体现了数学模型的预测能力。

2) 自由度的实际解释：两个自由变量(t_1,t_2)意味着家庭在“鸡胸肉”和“豆腐”的采购量上有灵活选择的空间。这对应了现实生活中的“替代效应”和“个性化选择”。

3) 科学决策与优化：在无穷多解中，家庭可以根据“成本最低”“口味偏好”或“食材易得性”等附加条件，选择一组特定的(t_1,t_2)，从而得到最优的采购方案。这引导学生理解，数学求解不是终点，而是进行科学决策的工具

4) 思政融入：

健康观与责任感：通过具体计算，让学生认识到“营养均衡”可以量化实现，鼓励他们将科学知识应用于个人健康管理，担当起对自身和家庭健康的责任。

系统思维与规划能力：将复杂的膳食问题分解为设定目标(营养需求)、分析约束(营养成分)、建立模型、求解优化一系列步骤，培养了学生的系统思维和解决实际问题的规划能力。

数学工具的强大与美感：一个看似模糊的“吃好”问题，通过线性代数被转化为清晰的数学模型，并求出了所有可能方案的结构。这展示了数学作为强大认知工具的价值，增强了学生学习数学的内在动

力和文化自信

4. 教学特色与创新

1) 案例生活化，破解抽象难题：以学生每日接触的“吃”为切入点，将抽象的矩阵与方程组转化为具体的营养搭配问题，极大降低了理解门槛，激发了探究兴趣。

2) 思政融合自然，育人无声：将健康中国、科学规划、务实优化等价值理念无缝嵌入案例分析与求解讨论中，实现价值塑造与知识传授的有机统一，避免“两张皮”现象。

3) 过程完整详细，凸显数学建模思想：教学案例从情境创设、数据收集、模型建立、矩阵求解到结果解释，完整再现了运用数学解决实际问题的全过程，着重培养了学生的数学建模核心素养。

4) 为后续内容铺垫，形成知识链：案例求解中揭示的“无穷多解”“自由变量”等概念，为后续“向量组的线性相关性”“解空间的结构”等内容提供了直观背景和学习动机。

5. 结语

线性代数的教学不应是定义、定理和例题的简单堆砌，而应成为引导学生发现数学之美、体会数学之用、塑造科学精神的过程。本文以“矩阵的初等变换与线性方程组”为例，详细设计并阐述了“家庭膳食优化配置”这一思政案例教学的全过程。实践表明，这种基于真实情境、贯穿建模思想、融入价值引领的教学方法，能够有效提升课堂的吸引力与挑战度，帮助学生深化对核心知识的理解，锻炼解决复杂问题的综合能力，并自觉形成健康生活、科学规划的良好观念。这为推进线性代数课程的教学改革与课程思政建设，提供了一个具体、可操作、有实效的参考范例。未来，我们将继续开发和完善系列化、专业化的案例库，让线性代数课程真正成为一门既授业解惑又启智润心的优秀课程。

参考文献

[1] 周兴伟, 杨雪. 基于问题驱动的线性代数案例教学研究[J]. 高等数学研究, 2019, 22(4): 112-115.

[2] 马知恩. 工科数学案例教学法研究与实践[J]. 中国大学教学, 2018(3): 61-64.

[3] 乔剑敏. 案例教学在高等数学教学中的应用研究[J]. 高等数学研究, 2021, 24(4): 109-112.

[4] 杨威, 高淑萍. 线性代数课程教学改革与实践[J]. 大学数学, 2021, 37(2): 85-90.

[5] Stigler, G.J. (1945) The Cost of Subsistence. *Journal of Farm Economics*, **27**, 303-314. https://doi.org/10.2307/1231810

[6] 朱玲. 以数学建模为平台的线性代数案例教学研究[J]. 产业与科技论坛, 2019(11): 133-134.

[7] 胡祥恩, 管宇. 线性代数及其应用中的建模思想[J]. 数学的实践与认识, 2017, 47(18): 287-292.