Advances in Education 教育进展, 2026, 16(3), 218-222
Published Online March 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.163473

向量法与传统几何法解立体几何题的对比研究

翟芯萁，赵　雪

北华大学数学与统计学院，吉林　吉林

收稿日期：2026年1月25日；录用日期：2026年2月24日；发布日期：2026年3月3日

摘　要

立体几何是高中数学几何模块的核心内容，其解题方法主要分为传统几何法与向量法两大类。传统几何法立足立体几何的定义、判定定理与性质定理，依靠空间想象能力进行逻辑推理；向量法以向量的代数运算为核心，借助空间直角坐标系实现几何问题代数化，两种方法各有优劣、适用场景不同。本文通过梳理两种方法的核心内涵，结合典型立体几何例题拆解两种方法的解题过程，分析各自的优势与局限，总结两种方法的选择策略，为高中数学立体几何解题教学提供参考，助力学生灵活运用两种方法破解立体几何难题，提升数学核心素养。

关键词

立体几何，向量法，传统几何法

A Comparative Study of Vector Method and Traditional Geometric Method in Solving Solid Geometry Problems

Xinqi Zhai, Xue Zhao

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: January 25, 2026; accepted: February 24, 2026; published: March 3, 2026

Abstract

Solid geometry is a core content in the geometry module of high school mathematics, and its problem-solving methods are mainly divided into two categories: the traditional geometric method and the vector method. The traditional geometric method is based on the definitions, judgment theorems, and property theorems of solid geometry, relying on spatial imagination for logical reasoning; the vector method centers on algebraic operations of vectors, realizing the algebraization of

文章引用: 翟芯萁, 赵雪. 向量法与传统几何法解立体几何题的对比研究[J]. 教育进展, 2026, 16(3): 218-222.
DOI: 10.12677/ae.2026.163473

geometric problems with the help of a spatial rectangular coordinate system. These two methods have their own advantages and disadvantages and are applicable to different scenarios. This paper sorts out the core connotations of the two methods, analyzes their problem-solving processes by combining typical solid geometry examples, examines their respective advantages and limitations, and summarizes the selection strategies for the two methods. It aims to provide references for the teaching of solving solid geometry problems in high school mathematics, help students flexibly use the two methods to solve difficult solid geometry problems, and improve their core mathematical literacy.

Keywords

Solid Geometry, Vector Method, Traditional Geometric Method

1. 引言

立体几何是普通高中数学课程的核心内容之一，既是培养学生空间想象能力、逻辑推理能力的关键载体，也是学生解题过程中的重点难点。章建跃在研究中指出，教材编写是落实数学课程标准的重要环节，为立体几何教学与解题提供了基础导向[1]。当前，立体几何解题方法的优化与向量工具的应用成为研究热点，杨乾系统解读了立体几何常见解题方法，为教学实践提供了思路[2]。向量法作为突破立体几何解题困境的有效手段，受到广泛关注，钱栋、谭莉分别从不同角度探讨了向量法在立体几何中的应用，为解决具体解题难题提供了参考[3] [4]。刘长柏则聚焦探索性问题，展现了空间向量法的巧妙应用[5]。

当前，学生在解立体几何题时，普遍存在方法选择不当的问题：部分学生过度依赖传统几何法，面对复杂的空间位置关系问题时，难以快速构造辅助线，导致解题受阻；另一部分学生盲目使用向量法，忽视了传统几何法对空间想象能力的培养，同时在建立坐标系、向量运算中出现失误，影响解题效果。因此，系统对比向量法与传统几何法的解题逻辑、优劣的适用场景，帮助学生掌握两种方法的选择技巧，不仅能够提升学生的解题能力，更能推动学生理解立体几何的核心本质。

基于此，本文结合相关文献研究，进一步整合立体几何解题方法，助力学生突破解题困境，为高中数学立体几何教学提供借鉴。

2. 向量法与传统几何法的核心内涵

传统几何法是立体几何最基础、最本质的解题方法，其核心内涵是立足空间几何体的结构特征，依靠立体几何的定义、判定定理、性质定理，通过构造辅助线、辅助面，将复杂的空间问题转化为简单的平面几何问题，进而通过平面几何知识与逻辑推理得出结论。传统几何法的核心优势是贴合立体几何的学科本质，能够有效培养学生的空间想象能力与逻辑推理能力，其解题过程凸显几何直观与严谨推理的结合，无需依赖复杂的代数运算；局限在于对空间想象能力要求极高，辅助线、辅助面的构造具有较强的随机性，缺乏固定的解题路径，面对复杂的动态问题、不规则几何体时，解题难度较大，容易出现推理疏漏。

向量法是基于向量的代数运算解决立体几何问题的方法，其核心内涵是利用空间向量的双重属性，通过建立空间直角坐标系，将空间中的点、线、面转化为可运算的坐标与向量，将立体几何中的位置关

系、度量关系转化为向量的代数运算，进而通过代数运算得出结论，本质上是“数形结合”思想的具象化应用。向量法的核心优势是解题路径固定、规范性强，无需依赖复杂的空间想象与辅助线构造，将抽象的几何问题转化为具体的代数运算，降低了解题的随机性与难度，尤其适用于复杂的度量问题、动态问题与不规则几何体；局限在于对代数运算的准确性要求极高，坐标系的建立直接影响运算效率，同时过度依赖向量运算会弱化学生的空间想象能力与逻辑推理能力，难以让学生深入理解立体几何的本质。

3. 两种方法解题的典型案例对比分析

3.1. 案例一：线面垂直的判定(基础题型，适配两种方法)

案例题目：证明正方体中的某一条直线垂直于某一个平面

(1) 传统几何法解题过程：

几何法证明正方体中线面垂直的核心思路是依据线面垂直的判定定理，证明目标直线垂直于平面内的两条相交直线。

首先，利用正方体的面是正方形的性质，正方形的对角线互相垂直，由此找到目标直线与平面内的第一条直线垂直；再借助正方体侧棱垂直于上下底面的特性，推出侧棱垂直于底面(或顶面)内的所有直线，进而得到目标直线与平面内的第二条直线垂直；最后，确认这两条与目标直线垂直的直线在平面内是相交的，满足判定定理的条件，即可判定这条直线垂直于该平面。

(2) 向量法解题过程：

向量法证明正方体中线面垂直的核心思路是证明直线的方向向量与平面内两条相交直线的方向向量都垂直。

首先，确定待证直线的方向向量，再找出平面内两条相交直线各自的方向向量。依据向量垂直的判定规则——两个向量的数量积为 0 时二者垂直，分别计算待证直线的方向向量与平面内两条相交直线方向向量的数量积。最后，若两次计算的数量积结果都为 0，就能说明待证直线的方向向量与平面内这两条相交直线的方向向量都垂直，进而判定这条直线垂直于该平面。

3.2. 案例二：二面角的求解(复杂题型，向量法更具优势)

案例题目：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，棱长为 a，求二面角 D_1-AD-C 的大小。

(1) 传统几何法解题过程：

首先，确定二面角的棱与半平面：该二面角的棱为 AD，两个半平面分别是平面 ADD_1A_1 和平面 $ABCD$。

其次，作二面角的平面角：在棱 AD 上选取点 D，在半平面 ADD_1A_1 内，过点 D 作 $DD_1\perp AD$；在半平面 $ABCD$ 内，过点 D 作 $DC\perp AD$。此时得到角 $\angle D_1DC$。

接着，证明所作角为二面角的平面角：根据二面角平面角的定义，$DD_1\subset$ 平面 ADD_1A_1，$DC\subset$ 平面 $ABCD$，且 $DD_1\perp AD$，$DC\perp AD$，因此 $\angle D_1DC$ 就是二面角 D_1-AD-C 的平面角。

最后，计算平面角的大小：由正方体的性质可知，侧棱 $DD_1\perp$ 底面$ABCD$，所以 $DD_1\perp DC$，即 $\angle D_1DC=90^\circ$。

因此，二面角 D_1-AD-C 的大小为 90°。

(2) 向量法解题过程：

首先，建立空间直角坐标系：以 D 为坐标原点，分别以 DA、DC、DD_1 所在直线为 x 轴、y 轴、z 轴，建立空间直角坐标系。

其次，确定相关点的坐标：根据棱长为 a，得各点坐标：$D(0,0,0)$，$A(a,0,0)$，$C(0,a,0)$，$D_1(0,0,a)$。

接着，求两个半平面的法向量及其夹角：

半平面 ADC （即平面 $ABCD$）：选取平面内两条相交直线的方向向量，

$$\overrightarrow{DA}=(a,0,0),\overrightarrow{DC}=(0,a,0)。$$

设平面 ADC 的法向量为 $\mathbf{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，由 $\mathbf{n_1}\perp\overrightarrow{DA}$、$\mathbf{n_1}\perp\overrightarrow{DC}$ 得；

$$\begin{cases}\mathbf{n_1}\cdot\overrightarrow{DA}=ax_1=0\\ \mathbf{n_1}\cdot\overrightarrow{DC}=ay_1=0\end{cases},$$

令 $z_1=1$，解得 $\mathbf{n_1}=(0,0,1)$。

半平面 ADD_1 （平面 ADD_1A_1）：取平面内两条相交直线的方向向量

$$\overrightarrow{DA}=(a,0,0),\overrightarrow{DD_1}=(0,0,a)。$$

设平面 ADD_1 的法向量为 $\mathbf{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$，由 $\mathbf{n_2}\perp\overrightarrow{DA}$、$\mathbf{n_2}\perp\overrightarrow{DD_1}$ 得

$$\begin{cases}\mathbf{n_2}\cdot\overrightarrow{DA}=ax_2=0\\ \mathbf{n_2}\cdot\overrightarrow{DD_1}=az_2=0\end{cases},$$

令 $y_2=1$，解得 $\mathbf{n_2}=(0,1,0)$。

代入向量点积公式

$$\cos\langle\mathbf{n_1},\mathbf{n_2}\rangle=\frac{\mathbf{n_1}\cdot\mathbf{n_2}}{|\mathbf{n_1}|\cdot|\mathbf{n_2}|},$$

得

$$\cos\langle\mathbf{n_1},\mathbf{n_2}\rangle=\frac{0\times0+0\times1+1\times0}{1\times1}=0。$$

最后，确定二面角大小：观察二面角 D_1-AD-C 的形态，其为直角二面角，与法向量夹角相等。故二面角 D_1-AD-C 的大小为 90°。

3.3. 解题选择策略

解题方法的选择核心是贴合题型特点、适配自身能力，避免盲目依赖某一种方法，具体选择策略如下：

(1) 基础题型优先选传统几何法：

对于规则几何体、基础位置判定题、简单度量题(棱长、简单夹角)，优先选择传统几何法。此类题型辅助线构造相对简单，传统几何法解题步骤简洁、运算量小，能够快速得出结论，同时可强化对几何定理的理解与空间想象能力的培养。

(2) 复杂题型优先选向量法：

对于不规则几何体、复杂度量题(异面直线夹角、二面角、点到平面距离)、动态题、多元素联动题，优先选择向量法。此类题型辅助线构造难度大，传统几何法容易受阻，而向量法通过坐标系建构与代数运算，能够将复杂问题简化，解题路径固定，准确性更易保证。

(3) 结合自身能力选择：

空间想象能力、逻辑推理能力较强的学生，可优先选择传统几何法，凸显自身优势；代数运算能力较强、空间想象能力较弱的学生，可优先选择向量法，规避空间想象的难点，同时注重提升运算准确性。

4. 结束语

向量法与传统几何法作为立体几何的两大核心解题方法，各有优劣、互补共生。传统几何法立足几何本质，侧重空间想象与逻辑推理，适合解决基础、简单的立体几何题，能够有效培养学生的几何核心素养；向量法依托代数运算，侧重规范解题与复杂问题转化，适合解决复杂、抽象的立体几何题，能够有效突破空间想象的难点。

本文通过对比与典型案例分析，明确了两种方法在解题步骤、能力要求、运算难度、适用题型等方面的差异，总结了基础题型优先传统几何法、复杂题型优先向量法、灵活结合两种方法的解题选择策略。未来，可进一步结合高考命题趋势，深入探究两种方法在动态立体几何题、不规则几何体题中的应用差异，为立体几何解题教学提供更丰富的参考，助力学生更好地掌握立体几何解题方法，提升数学学习效果。

参考文献

[1] 章建跃. 普通高中数学课程标准教材的研究与编写[J]. 课程·教材·教法, 2005(1): 45-50.
[2] 杨乾. 高中数学立体几何常见解题方法的解读[J]. 数理天地(高中版), 2025(23): 70-71.
[3] 钱栋. 突破向量解题困境——以空间向量在立体几何中的应用为例[J]. 数理天地(高中版), 2025(23): 52-53.
[4] 谭莉. 向量法在解答立体几何问题中的应用[J]. 数理天地(高中版), 2025(21): 61-62.
[5] 刘长柏. 空间向量法妙解立体几何中的探索性问题[J]. 中学生数理化(高二数学), 2025(9): 26-28.