Advances in Education 教育进展, 2026, 16(3), 907-915
Published Online March 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.163563

高等数学与工程制图课程联系实例探讨

王 晋

成都大学计算机学院，四川 成都

收稿日期：2026年2月11日；录用日期：2026年3月9日；发布日期：2026年3月17日

摘 要

高等数学是大一新生入学后接触的第一门数学课，对后续其他课程产生深远的影响。就本人本学年任教的机械设计制造及其自动化专业来讲，学生学习一学年的高等数学课程，同时还要学习一学年的工程制图课程，除此之外还有第一学期的大学化学基础，第二学期的大学物理实验，C语言程序设计，这些课程都要有高等数学的基础。为帮助学生学以致用，建立学习高数的兴趣，本文通过例题展示了高等数学和工程制图两门课程的关联。

关键词

解析几何，螺旋线，垂线，投影

Discussion on Examples of the Connection between Advanced Mathematics and Engineering Drawing Courses

Jin Wang

College of Computer Science, Chengdu University, Chengdu Sichuan

Received: February 11, 2026; accepted: March 9, 2026; published: March 17, 2026

Abstract

Advanced Mathematics is the first mathematics course that freshmen encounter upon entering university, exerting a profound influence on subsequent courses. Taking the Mechanical Design, Manufacturing, and Automation major, which I am teaching this academic year, as an example, students study Advanced Mathematics for one academic year, along with a one-year Engineering Drawing course. Additionally, they take Basic College Chemistry in the first semester, and College Physics Experiments and C Language Programming in the second semester. All of these courses rely on a

文章引用: 王晋. 高等数学与工程制图课程联系实例探讨[J]. 教育进展, 2026, 16(3): 907-915.
DOI: 10.12677/ae.2026.163563

foundation in Advanced Mathematics. To help students apply their knowledge and foster an interest in learning Advanced Mathematics, this paper illustrates the connection between Advanced Mathematics and Engineering Drawing through example problems.

Keywords

Analytic Geometry, Spiral, Perpendicular Line, Projection

1. 引言

高等数学课程是大学理工科、经济管理类专业的必修基础课，一般包含极限、一元函数微积分、多元函数微积分、空间解析几何、微分方程、级数等核心内容。通常，高等数学这门课会被安排在大一年级两学期，原因就在于其对其他课程的深远而广泛的影响。例如，在大学物理课程中，描述和计算变量连续变化的物理量(如变力做功、非均匀带电体场强)，就要用到微积分、向量代数以及常微分方程等知识；在信号与电路系统课程中，描述系统动态特性的时域模型，将任意信号分解为正余弦波的叠加，建立连续频谱，要用到微分方程和傅里叶级数等知识；在物理化学课程中，化学势与相平衡、状态函数与路径函数以及化学反应等温式分别要用到偏导数、全微分和积分等知识[1]-[4]。工程制图课程也是很多专业的必修课程，如机械类、土木建筑类、电气自动化类、能源化工类等。本人在教授机械设计制造及其自动化专业的高等数学课程时，对高等数学和工程制图两门课程之间的联系进行了一点对比和探讨。

2. 高等数学与工程制图知识联系实例

2.1. 平面曲线图绘制举例：阿基米德螺旋线

在《高等数学》上册定积分的应用章节中，给出了阿基米德螺旋线的极坐标方程 $\rho = a\theta\left(a>0\right)$，要求计算其在 $0\le\theta\le 2\pi$ 一段上的弧长[5]。而在工程制图课程中需要绘制阿基米德螺旋线的图像，就要以高等数学中学到的阿基米德螺旋线的极坐标方程为指导。从方程来看，除了起始点原点，曲线上的每个点的极径和极角成正比，即 $\dfrac{\rho}{a}=\theta\left(a>0\right)$，意味着在单位时间内，曲线上的一个动点饶原点转过的角度一样，同时远离原点的距离也一样。如此一来，就非常好理解工程制图课程中讲的“一动点在平面内做等角圆周运动，同时又沿径向做等速直线运动，该动点的轨迹就是阿基米德螺旋线”[6]。下面开始举例分析作图，采用的作图软件是 Geogebra 图形计算器。

例 1 绘制阿基米德螺旋线 $\rho=\dfrac{4}{\pi}\theta$ 的图像。

分析：当旋转一周 $\theta = 2\pi$ 时，极径 $\rho = 8$，我们已经知道曲线上的点饶原点转过相同角度的同时其远离原点的距离也相同，因此极径每增加 1，相应的极角就一定转过 $\dfrac{2\pi}{8}$，我们只要找到这 8 个点就可以连接出阿基米德螺旋线了。

绘图步骤：(1) 画出原点为圆心，半径分别为 $1,2,3,4,5,6,7,8$ 的同心圆，在 Geogebra 图形计算器代数区输入圆的方程即得图 1；

(2) 将圆周 8 等分，作出等分线，如图 2 所示；

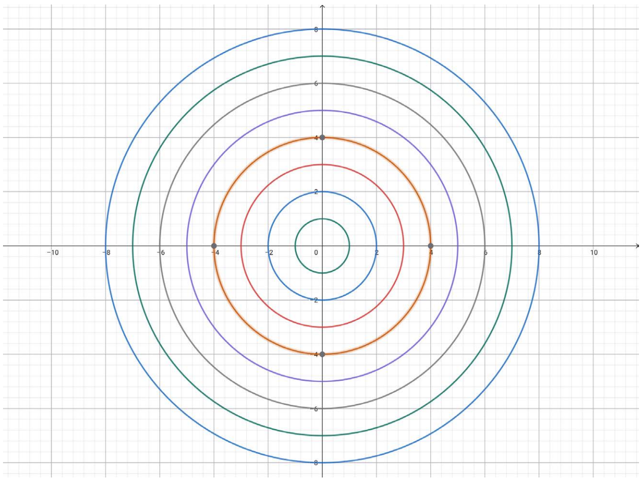

Figure 1. Concentric circles
图 1. 同心圆

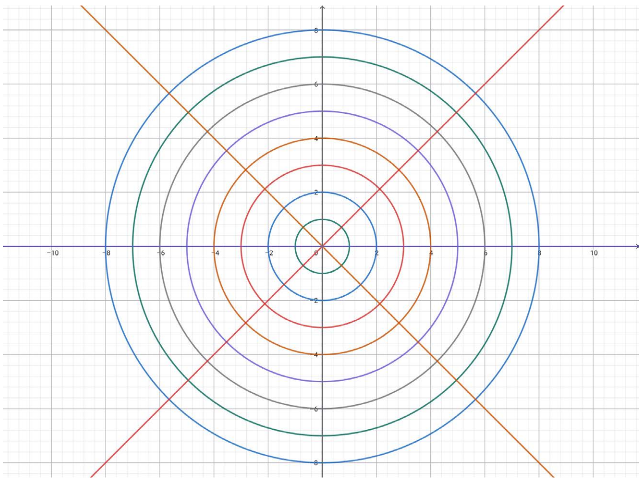

Figure 2. Eight equal segments of concentric circles
图 2. 八等分同心圆

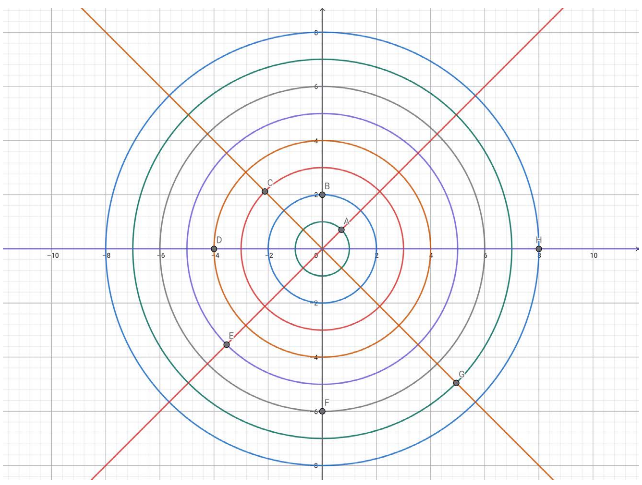

Figure 3. Plotting points
图 3. 描点

(3) 找出同心圆和等分线的这 8 个交点：$\rho = n, \theta = n\frac{2\pi}{8}, n = 1,2,3,4,5,6,7,8$，在 Geogebra 图形计算器上可以采用“交点”工具点出，如图 3 所示；

(4) 用光滑曲线连接这 8 个点及原点就得到了一周的阿基米德螺旋线，见图 4。

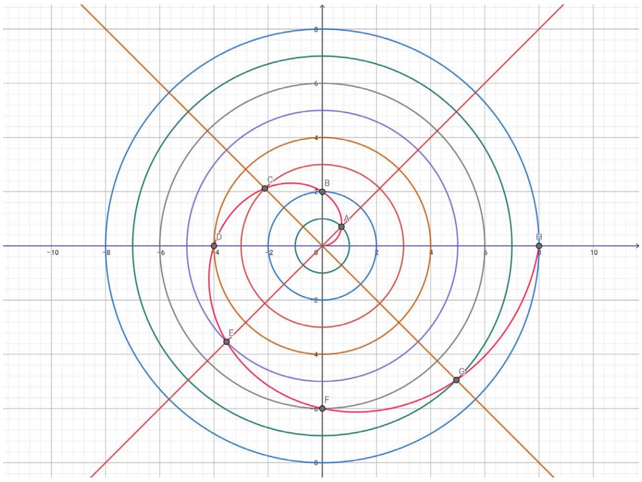

Figure 4. Connects points to form an Archimedean spiral
图 4. 连接点成阿基米德螺旋线

2.2. 投影图绘制举例：直线在平面的投影

在《高等数学》下册的第八章中[7]，建立了三维空间直角坐标系，这样就可以将图形置于坐标系中，建立图形上点的坐标之间满足的规律，即图形的方程。有了坐标，图形的点就有了确定的位置，点和点之间也有了确定的相对位置关系，图形也能以各个坐标面和坐标轴作为参照系，图形在各坐标平面上的投影图形的方程可以由图形本身的方程和坐标面的方程确定，这样投影图形也更容易作出，这些基础工具也给立体图形的作图提供了可操作的思路。如在工程制图课程中，在正式绘制立体图形之前，必须首先研究和分析空间几何元素的投影规律。构成图形的基本元素是点、线、面，“点的三面投影图”就是把点放在三维空间直角坐标系中，作它在三个坐标面上的投影点，而投影点的坐标是由点的三个坐标中其中两个表示，例如点 $A(x,y,z)$ 在水平面 H 上的投影为 $A_1(x,y,0)$，在正立面 V 上的投影为 $A_2(x,0,z)$，在侧立面 W 上的投影为 $A_3(0,y,z)$，三者共同构成点的完整三面投影体系。直线在平面上的投影一般仍是直线，但投影直线一般小于原来直线，那么在工程制图过程中，投影直线绘制在什么位置上，绘制多长，就需要用到《高等数学》下册的第八章第 4 节的知识了，该节全面讲述了平面与平面、直线与直线、平面与直线的夹角计算，这些知识为作图中确定直线和平面的位置关系给予了数据定位。

例 2 确定直线 $L: x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ 分别在平面 $\Pi_1: x + 2y + 3z - 4 = 0$，$\Pi_2: x + y - z = 3$ 以及 xoy 坐标面上的投影。

分析：(1) 从方程能看出直线 L 的方向向量和平面 Π_1 的法向量都是 $\{1,2,3\}$，因此知道直线 L 和平面 Π_1 垂直，则直线 L 在平面 Π_1 上的投影其实就是它们的交点 A，在软件 Geogebra 3D 计算器的代数区域输入直线 L 和平面 Π_1 的方程，用“交点”工具点出交点 A，如图 5 所示；

(2) 从方程能看出直线 L 的方向向量为 $\{1,2,3\}$，平面 Π_2 的法向量为 $\{1,1,-1\}$，根据向量的运算 $\{1,2,3\}\cdot\{1,1,-1\} = 0$，因此两向量垂直，直线 L 和平面 Π_2 平行，则直线 L 到平面 Π_2 的垂直距离可以由直线 L 上的点 $O(0,0,0)$ 确定 $d_1 = \sqrt{3}$，接下来我们求出 $O(0,0,0)$ 到平面 Π_2 上的垂点 B，假设 B 的坐标为

(a,b,c)，根据 OB 垂直于平面 Π_2，OB 就平行于平面 Π_2 法向量 $\{1,1,-1\}$，则 $a=b=-c$，又因为点 B 在平面 Π_2 内，因此 $a+b-c=3$，联立这两式可得 $B=(1,1,-1)$，那么过 B 点且平行于直线 L 的直线 L_1 就一定是直线 L 在平面 Π_2 上的投影。在 Geogebra 3D 计算器的代数区域输入直线 L 和平面 Π_2 的方程，点出 B 点，过 B 点作直线 $x-1=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{3}$，见图 6；

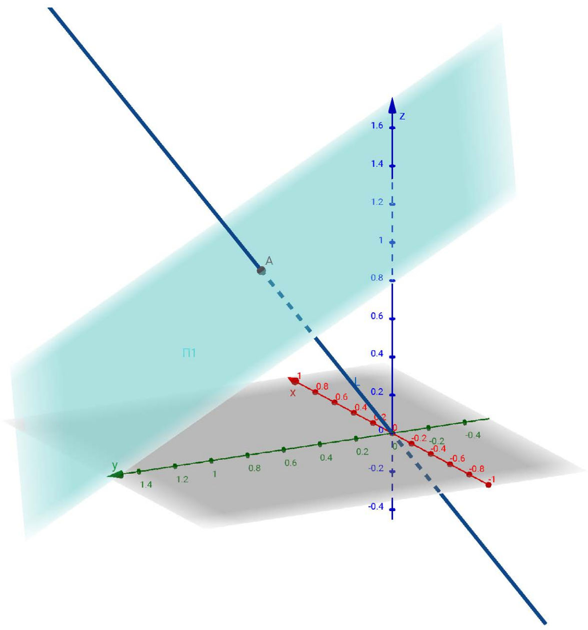

Figure 5. Projection point A of the straight line L on the plane Π_1

图 5. 直线 L 在平面 Π_1 上的投影点 A

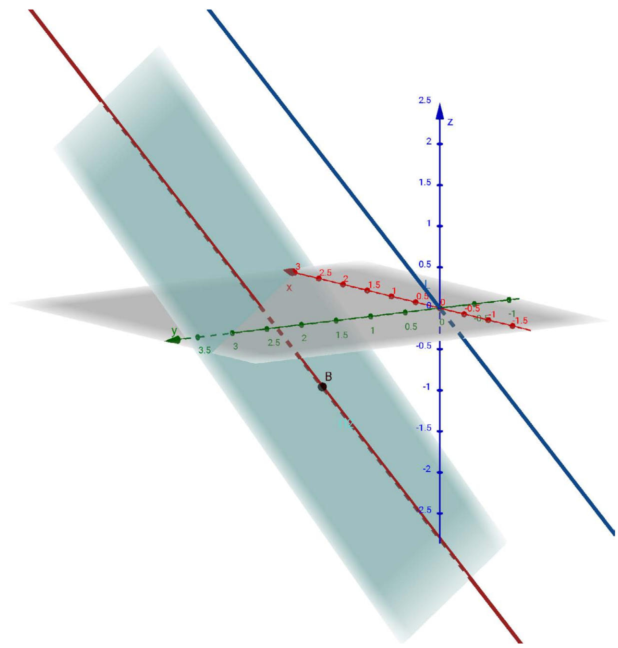

Figure 6. Projection line of a straight line L on a plane Π_2

图 6. 直线 L 在平面 Π_2 上的投影直线

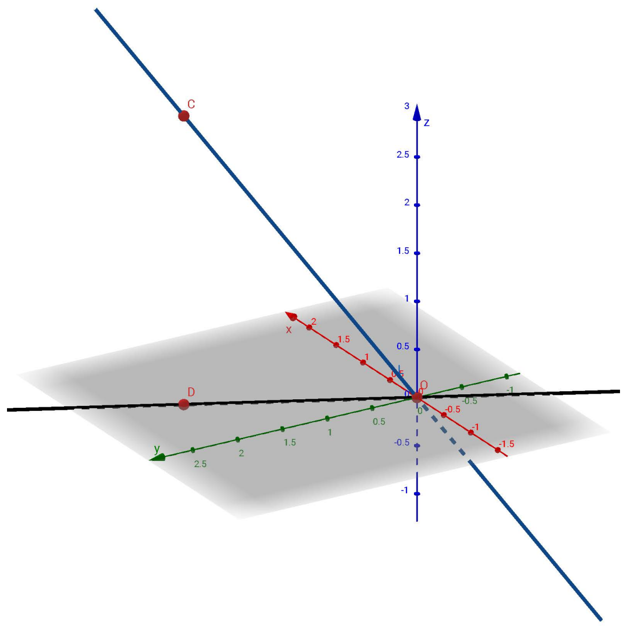

Figure 7. Projection line of a straight line L on the xoy coordinate plane
图 7. 直线 L 在 xoy 坐标面上的投影直线

(3) 从方程能看出直线 L 和 xoy 坐标面相交于原点 O，任找直线 L 上除 O 之外的一个点，不妨点 $C(1,2,3)$，容易知道其在 xoy 坐标面的投影点为 $D(1,2,0)$，那么连接 OD 的直线就是直线 L 在 xoy 坐标面上的投影，在 Geogebra 3D 计算器的代数区域输入直线 L 的方程和点 C、点 D 的坐标，用工具“直线”分别点击点 O 和点 D 就得到直线 OD，见图 7。

2.3. 垂线绘制举例：两异面直线的公垂线

两条异面直线公垂线是工程中应用比较广泛的一个问题，最有代表性的问题就是求两层交叉管道之间连接管路的位置问题，在数学上其实就是求两条异面直线的最短距离，在《画法几何与机械制图》课本中就有这样的例题[6]，下面我们结合高等数学课程中学到的两直线间距离的计算这个知识点来看。

例 3 求异面交叉两线 $L_1: x+1=y=\dfrac{z-1}{2}$ 和 $L_2: x=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{4}$ 的公垂线 KL。

分析：先过 L_2 作一个平面 Π_1 使其平行于 L_1，那么该平面的法向量一定同时垂直于两直线的方向向量，已知两直线方向向量分别为 $\{1,1,2\}$，$\{1,3,4\}$，则法向量 $\mathbf{n}_1=\{1,1,2\}\times\{1,3,4\}=\{-2,-2,2\}$，平面过点 $(0,-1,2)$，则平面 Π_1 的方程为 $x+y-z+3=0$，在 Geogebra 3D 计算器的代数区域输入直线 L_1、直线 L_2 和平面 Π_1 的方程得图 8；现在，直线 L_1 到 L_2 的最短距离其实就是直线 L_1 到平面 Π_1 的最短距离，由点到平面的距离公式可得：$d_2=\dfrac{|-1-1+3|}{\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，即 KL 的长度为 $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$。

最后，过直线 L_1 作一平面 Π_2 使其垂直于平面 Π_1，则直线 L_1 上的点 $(-1,0,1)$ 也在平面 Π_2 上，且平面 Π_2 的法向量 $\mathbf{n}_2$ 同时垂直于平面 Π_1 法向量和直线 L_1 方向向量，则 $\mathbf{n}_2=\{1,1,2\}\times\{-2,-2,2\}=\{3,-3,0\}$，则平面 Π_2 的方程为 $x-y+1=0$，那么平面 Π_2 和直线 L_2 的交点就可记为 K 点，在直线 L_1 上与 K 点距离 $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ 的就是 L 点，在 Geogebra 3D 计算器的代数区域输入平面 Π_2 的方程，用“交点”工具点出直线 L_2 和平面 Π_2 的交点 K，用“垂线”工具从点 K 到直线 L_1 作垂线，再用“交点”工具点出直线 L_1 和垂线的交点 L，

如图 9 所示。

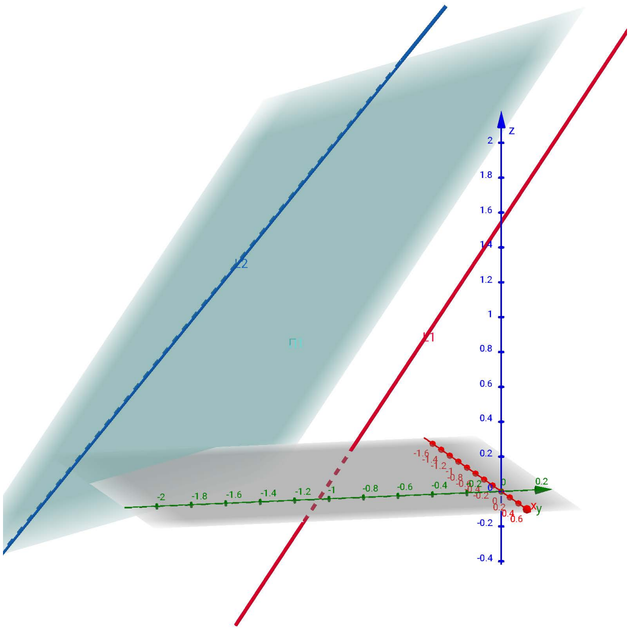

Figure 8. Straight line L_1, L_2 and plane Π_1

图 8. 直线 L_1 、 L_2 及平面 Π_1

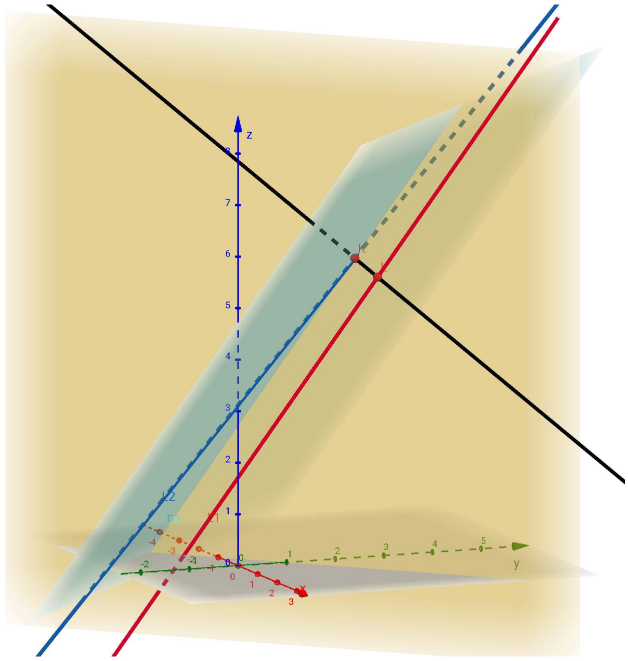

Figure 9. The common perpendicular KL of the straight line L_1 and L_2

图 9. 直线 L_1 、 L_2 的公垂线 KL

2.4. 空间曲线图绘制举例：圆柱螺旋线

圆柱螺旋线号称是工程上应用最广的空间曲线，因此圆柱螺旋线在工程制图课程中是重点学习的一

节内容，而在一般高等数学课程中，也都会讲解到圆柱螺旋线的知识。比如《高等数学》下册空间曲线及方程章节中，有一道例题是要求建立一动点的运动轨迹方程，该动点在圆柱面上以均匀角速度饶中心轴旋转，同时以匀速直线运动沿平行于中心轴方向上升，这其实就是圆柱螺旋线[7]。当建立了方程，在工程制图中既能更好地理解圆柱螺旋线的生成，也能更方便地计算螺距等参数以便作图。

例 4 有一半径为 2 mm 的圆柱面，一动点在其表面饶 z 轴匀速旋转，角速度为 $\frac{\pi}{180}$ rad/s，沿 z 轴方向匀速上升，速度为 1 mm/s，运动轨迹是一条圆柱螺旋线，写出曲线方程并作图。

分析：首先，建立该圆柱螺旋线的方程。经过时间 t，动点旋转的角度是 $\frac{\pi}{180}t$。

若把曲线投影在 xoy 坐标面上看，投影曲线是一个圆 $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=0 \end{cases}$，因此，曲线上的横坐标和纵坐标满足圆的方程。而如果把曲线投影到 z 轴上，投影线就是直线，由此不难知道圆柱螺旋线的方程为：

$$\begin{cases} x = 2\cos\frac{\pi}{180}t \\ y = 2\sin\frac{\pi}{180}t \\ z = t \end{cases}$$。

接下来分析作图思路：动点旋转一周上升的高度是固定的，即螺距为 360 毫米，由于动点上升的旋转都是匀速的，因此旋转过相同的角度的同时也上升了相同的高度，那么，可以先将螺距等分，这里不妨 12 等分，并作水平的等分线，同时也对圆周 12 等分，并作竖直的等分线，水平线和竖直线的 12 个交点就是螺旋线上点的正面投影。如果将圆柱表面展开，螺旋线就被展开成一条直线，如图 10 所示，其中直线长度 $A_0A_{12} = \sqrt{(4\pi)^2 + (360)^2}$。

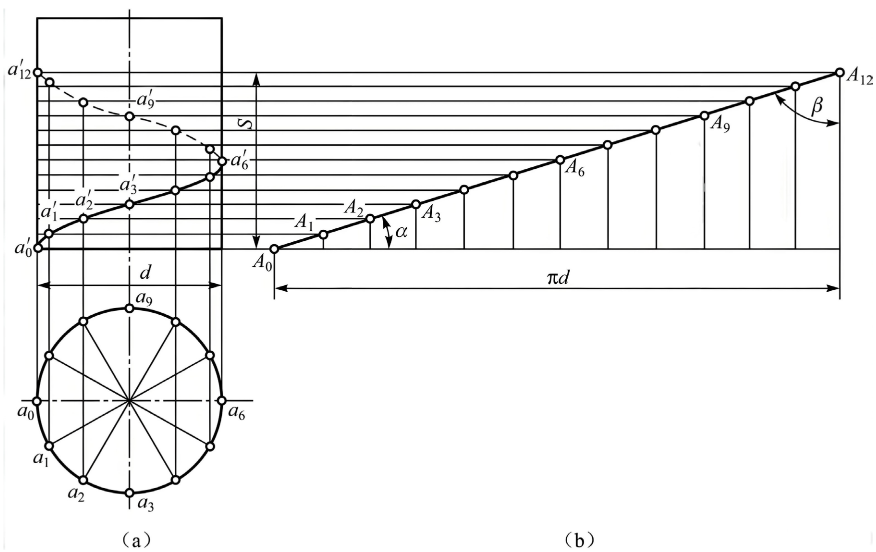

Figure 10. Projection and development drawing of cylindrical spiral line
图 10. 圆柱螺旋线投影及展开图

3. 教学总结和思考

前面通过四个比较具有代表性的图形作为例题，将同学们在高等数学课上学到的知识及时运用到工程制图课程中，起到了学以致用的作用。我们观察到高等数学中研究图形的方式是数形结合，每个图形

都有代数方程表示，这种表示方式简约且精确，有了方程，我们就有多种方法绘制图形，有最基础的描点法，也可以借助如今很多的作图软件绘制。在例题中我们采用了两款作图软件，分别是用于平面作图的 Geogebra 图形计算器和用于立体作图的 Geogebra 3D 计算器，借助这些软件就能比较快速地通过输入方程而得到图形，这两款软件我也在课堂上介绍给了同学们，大家都表示极大地方便了几何图形的绘制和观察，不只在解析几何学习章节，同时在各类积分区域的处理中也有很大的帮助，尤其曲面积分和三重积分的积分区域，通过软件作出图形，能旋转图形从各个角度直观地观察。那么在工程制图课程中，可能会遇到复杂的机器零件的形体分析、构型设计、拆画零件等，我们可以通过图形分解，化整为零，将局部的图形通过代数方程表示并借助软件作图作为参考，相信能够提高工程作图的效率和准确性。

参考文献

[1] 唐海波. 高等数学知识在大学物理中的应用[J]. 中学物理教学参考, 2017, 46(14): 16-17.

[2] 赖国忠, 梁雄. 大学物理教学中“高等数学基础”教学——以应用为导向[J]. 物理与工程, 2015, 25(3): 58-61.

[3] 杨志安. 物理化学专业核心课程与基础课教学的学科渗透与融合[J]. 唐山学院学报, 2014, 27(4): 89-91.

[4] 韩华. 高等数学教学中学科融合的一些思考——高等数学与工程制图教学的结合[J]. 科学咨询, 2023(12): 173-176.

[5] 同济大学数学科学学院. 高等数学上册[M]. 第 8 版. 北京: 高等教育出版社, 2023.

[6] 吴卓, 王林军, 秦小琼. 画法几何及机械制图[M]. 第 2 版. 北京: 北京理工大学出版社, 2018.

[7] 同济大学数学科学学院. 高等数学下册[M]. 第 8 版. 北京: 高等教育出版社, 2023.