

高中数学结构不良问题的分层教学与指导策略研究

解宇鑫

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2026年2月4日; 录用日期: 2026年3月2日; 发布日期: 2026年3月10日

摘要

随着课程改革推进, 结构不良问题逐渐成为高中数学考查的重点。这类问题条件开放、解法多样, 对传统统一教学模式构成挑战, 易导致学生思路固化与探究能力不足。本文以建构主义学习理论、最近发展区理论、分层教学理论以及结构不良问题解决的的心理机制研究为支撑, 分析此类问题的特点, 结合高考真题, 提出并阐释分层教学的实践策略, 并通过教学案例设计验证策略的实践价值, 旨在为高中数学教师开展结构不良问题教学提供可操作的参考方案, 助力学生数学核心素养的全面发展。

关键词

高中数学, 结构不良问题, 分层教学, 个性化指导

Research on Stratified Teaching and Guidance Strategies for Ill-Structured Problems in High School Mathematics

Yuxin Xie

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: February 4, 2026; accepted: March 2, 2026; published: March 10, 2026

Abstract

With the advancement of curriculum reform, ill-structured problems have gradually become a key focus in high school mathematics examinations. These problems feature open conditions and diverse solutions, posing a challenge to the traditional uniform teaching model and often leading to students' fixed thinking patterns and insufficient exploration abilities. This paper, supported by

constructivist learning theory, the zone of proximal development theory, stratified teaching theory, and research on the psychological mechanisms of solving ill-structured problems, analyzes the characteristics of such problems, combines real college entrance examination questions, proposes and explains practical strategies for stratified teaching, and validates the practical value of these strategies through the design of teaching cases. The aim is to provide high school mathematics teachers with an operational reference plan for teaching ill-structured problems and to promote the comprehensive development of students' core mathematical literacy.

Keywords

High School Mathematics, Ill-Structured Problems, Stratified Teaching, Personalized Guidance

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

新课程改革要求高中数学教学聚焦数学抽象、逻辑推理、数学建模等核心素养的培养，高考命题也从“知识立意”转向“素养立意”，结构不良问题由此成为高考数学的命题热点。这类问题打破了传统结构良好问题“条件充分、答案唯一、解法固定”的固化模式，通过条件缺失、解法多元、结论开放的设计，能够有效甄别学生的思维深度与探究能力，从2022年新高考卷首次加大结构不良问题的考查比重，到2025年全国卷将其渗透到函数、数列、立体几何等多个核心模块，足以其重要性。郑锋以近四年高考真题为研究对象所指出，结构不良问题已成为落实核心素养考察的重要载体[1]。当前高中数学教学中，统一化的教学模式仍占据主导，教师采用相同的教学进度、讲解方式与训练体系，既无法满足基础薄弱学生对结构不良问题的入门学习需求，也难以激发学优生的思维潜力，导致不同层次学生在解决这类问题时均陷入困境：基础生畏难，中等生思路受限，优等生难进阶。这一现象在陈梦瑶、赵金虎的高中数学差异教学现状调查中也得到了印证[2]。向曼洁的研究进一步揭示这种“一刀切”的教学模式是导致学生解决不良问题能力分化的关键原因[3]。在此背景下，探索结构不良问题的分层教学与差异化指导策略，不仅是破解当前教学痛点的现实需求，更是落实因材施教原则、促进学生数学素养分层发展的必然选择。钟沿红在新高考背景下的教学研究中强调，分层教学是适配结构不良问题教学的有效路径[4]。本研究立足高中数学教学实际，结合高考真题，剖析结构不良问题的考查规律，构建分层教学的实施框架，为一线教师提供教学参考，帮助不同认知水平的学生都能在结构不良问题的解决中实现能力提升。

2. 结构不良问题的内涵与考察特点

2.1. 结构不良问题的内涵

结构不良问题由美国教育心理学家乔纳森提出，指条件不充分、目标不明确、解法不唯一、答案不确定的问题类型。任子朝、赵轩在数学考试研究中进一步细化，指出高中数学结构不良问题的核心特征为初始状态、目标状态或算子至少有一个界定不明确，并非问题本身存在缺陷[5]。在高中数学领域，结构不良问题主要分为三类：一是条件开放型，即问题给出的条件存在缺失或冗余，需要学生自主选择、补充合理条件；二是解法开放型，即问题存在多种解题思路与方法，无固定的解题范式；三是结论开放型，即问题没有唯一答案，需要学生通过探究得出不同的合理结论。

2.2. 高中数学结构不良问题的考察特点

2.2.1. 聚焦核心知识，强调综合应用

高考中的结构不良问题均围绕高中数学的核心知识模块设计，如函数、数列、立体几何、解析几何等，要求学生综合运用多个知识点解决问题。例如 2024 年新高考 I 卷的数列结构不良问题，融合了等差数列、等比数列的通项公式与前 n 项和公式，同时考查递推关系的转化，体现了知识的综合性，这与孙玉庆、张景斌总结的“结构不良问题依托核心模块考察综合能力”的结论一致[6]。

2.2.2. 突出思维探究，重视过程表达

结构不良问题的考查重点并非“标准答案”，而是学生的思维过程。高考评分标准中，对这类问题的评分不仅关注最终结果，更重视学生对条件补充的依据、解法选择的理由以及结论推导过程的阐述，这与新课程改革对“逻辑推理”“数学表达”素养的考查要求高度契合。

2.2.3. 贴合实际情境，体现数学建模

部分高考结构不良问题以现实生活为背景，要求学生从实际情境中抽象数学问题、构建数学模型，凸显数学的应用价值。如 2023 年新高考 II 卷的概率统计结构不良问题，以“工厂产品质量检测”为情境，让学生自主选择抽样方案并分析检测结果，考查了学生的数学建模与数据分析能力。

3. 理论基础与研究依据

结构不良问题在知识整合、思维过程及情境建模等维度的考察特征，决定了其教学不能沿用传统统一化模式，而需依托教育理论的指导来破解其教学难点。本部分将阐释支撑本研究的核心理论体系，为后续分层教学策略的构建提供学理依据。

3.1. 建构主义学习理论

建构主义学习理论认为，学习并非学生被动接受知识的过程，而是基于已有知识经验主动建构意义的过程。结构不良问题的开放性为学生的主动建构创造了空间，学生需要结合自身的知识储备，对问题进行分析、推理与假设，自主补充条件、探索解法。分层教学则通过为不同认知水平的学生设计适配的建构任务，让每个学生都能在自身的知识基础上完成对结构不良问题解决意义的建构，避免因任务难度与自身能力不匹配导致的建构失败，张永真在核心素养导向的教学研究中也认可这一适配性特征[7]。

3.2. 最近发展区理论

维果茨基的最近发展区理论指出，学生的发展存在现有水平与潜在水平两个层次，两者之间的区域即为“最近发展区”。在结构不良问题的教学中，分层教学恰好契合这一理论：针对基础薄弱学生的最近发展区，教师提供“支架式”指导，帮助其完成基础层面的问题解决；针对中等学生，通过设置递进式问题引导其自主突破思维瓶颈；针对学优生，则设计拓展性任务，推动其向更高的思维水平发展，让每个学生都能在最近发展区内实现能力提升。

3.3. 分层教学理论

分层教学理论强调根据学生的学习能力、知识基础与学习需求，将学生划分为不同层次，制定差异化的教学目标、教学内容与评价方式。顾海燕在核心素养背景下的研究中明确分层教学需通过合理分层，分层备课等环节落地实施[8]。该理论为结构不良问题的教学提供了核心思路：通过学生分层、目标分层、过程分层与评价分层，让不同层次的学生都能在结构不良问题的学习中找到适配的切入点，逐步掌握解题方法，实现从“会解”到“善思”的转变。

3.4. 结构不良问题解决的的心理机制研究

结构不良问题的解决是一个动态的认知过程，核心包含问题表征、方案生成、评估监控三个相互关联的心理环节，其研究成果为分层教学的精准设计提供了微观认知依据。问题表征是解题起点，要求学生将模糊、零散的问题信息进行筛选、编码与重构，形成清晰的内部认知模型，表征的准确性直接决定解题方向；方案生成是在表征基础上，调动知识经验构建多元解题路径，考验学生的知识迁移与策略应用能力；评估监控是高阶元认知过程，学生需对解题方案的合理性进行判断、对解题过程进行动态调整，甚至在必要时重构问题表征。

这三类心理环节可与不同层次学生的认知特点深度绑定：A 层学生侧重夯实问题表征能力，B 层学生侧重提升方案生成能力，C 层学生侧重培养评估监控能力，让分层教学的指导方向更具针对性，也让后续分层策略的设计更贴合学生的认知发展规律。

4. 分层教学实施策略

基于建构主义的“主动建构”，最近发展区的“差异化支持”及分层教学的“适配性原则”，以及结构不良问题解决的的心理机制研究成果，结合结构不良问题的教学需求，可以构建“动态分层建组-靶向目标分层-阶梯过程分层-多元评价分层”的闭环实施体系，打破传统“一刀切”的教学模式，系统设计针对不同认知水平学生的教学实施策略，让不同层次学生在解决结构不良问题时都能实现能力进阶。

4.1. 学生分层：基于多元评价的动态分层

教师依据多维度评估，通过前置小测验，以得分 < 40 分、40~70 分、>70 分作为初步的分层标准，再结合日常作业分析结果，与学生课堂之间的互动观察，进行最终的调整，最终将学生划分为三个层级：

A 层：知识掌握不牢固。能够处理结构明确的基本问题，对开放情境问题，难以自主建构解题思路，在问题表征环节易出现信息提取偏差。

B 层：具备系统的知识基础，能够独立地完成常规的题型。对于条件不完整的简单问题，能够有限的探索，但是思维方式还需要有待拓宽，可完成基础问题表征，但方案生成的多样性与合理性有待提升。

C 层：拥有良好的数学思维灵活性，能够处理综合性较强的问题，也善于在开放情境当中解决问题，延伸思考，具备完善的问题表征与方案生成能力，且能对解题过程进行有效评估与监控。

动态调整机制：分层结果每单元更新一次，结合单元测评成绩、课堂探究参与度、错题订正效果等数据，允许学生自主申请调层，避免“标签化”对学生学习积极性的挫伤，同时鼓励 A 层学生向 B 层进阶、B 层学生向 C 层突破，形成“比学赶超”的良性学习氛围。

4.2. 教学目标分层：适配不同层次的能力要求

紧扣高中数学核心素养培养目标，结合各层次学生的能力短板，制定差异化的教学目标，确保目标难度处于学生的“最近发展区”内，实现“低起点、高落点、分阶梯”的目标进阶。

A 层：识别结构不良问题类型，借助“条件提示卡”“解法流程图”等支架，补充基础条件、用基本方法解题，能准确提取问题关键信息，完成基础的问题表征，建立信心。

B 层：自主分析结构不良问题的条件、解法与结论特点，独立选条件或解法解题，清晰阐述思路，能从多角度生成解题方案并优化选择，掌握基本解题范式，实现从“模仿”到“自主”解题转变。

C 层：多角度探究解法与结论，拓展延伸原问题(改编条件、变式设问)，能对解题过程与方案进行全面评估、动态监控，自主重构问题或拓展问题边界，形成系统解题策略，发展核心素养，实现从“解题”到“研题”跨越。

4.3. 教学过程分层：阶梯式的问题探究设计

围绕开放型问题设计“基础探究 - 进阶探究 - 创新探究”三级阶梯式教学过程，结合不同层次学生的认知特点，提供差异化的学习支持与指导方式。

A 层(支架式引导): 提供“条件补充指南”“步骤分解图”等支架，如数列问题给“ a_n 与 S_n 转化提示”，立体几何问题给“位置关系思维导图”；通过具象化支架降低问题表征难度，以“教师示范 + 学生模仿”为主，精讲例题、布置基础变式题。

B 层(启发式自主): 仅呈现问题与核心线索(如函数问题提示“从单调性、奇偶性切入”)，组织小组讨论；学生卡壳时用递进问题链点拨，引导学生突破固定思维，生成多元解题方案；课后布置综合题，要求对比解法优劣。

C 层(开放式创新): 直接呈现复杂问题，学生小组自主完成条件补充、解法探究、结论拓展(如概率统计问题自主选择抽样方案)；教师仅旁观引导，鼓励学生对解题方案进行自主评估、反思优化，并尝试改编问题；课后布置问题改编任务。

4.4. 评价方式分层：注重过程与个体进步

摒弃“唯分数”的单一评价模式，构建“过程性评价 + 结果性评价 + 发展性评价”相结合的分层评价体系，关注各层次学生的学习过程表现与个体进步幅度，实现评价的诊断、激励与导向功能。

A 层: 以过程性评价为主，关注课堂参与、任务完成、错题订正，重点评价问题表征的准确性与信息提取的完整性，采用“合格 + 进步”评价，及时肯定微小进步，激发动力。

B 层: 过程性与结果性评价并重，评价思路合理性、方案生成的多样性与策略选择的科学性与答案正确性，引入互评，教师给出详细评语，培养逻辑推理与表达能力。

C 层: 以发展性评价为主，关注思维创新、问题拓展与素养发展，重点评价评估监控的有效性与反思拓展的深刻性，采用“成果展示 + 答辩”方式，对创新点加分，指出不足，提升创新思维与综合素养。

5. 教学案例设计与分析

为验证上述分层教学策略的实践有效性，以 2024 年新高考 I 卷数学第 19 题(数列结构不良问题)为例，设计分层教学案例，具体分析分层教学的实施过程与不同层次学生的能力发展效果。

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1=1$ ，_____，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，并判断数列 $\{a_n\}$ 是否为等比数列。给出的三个备选条件：① $S_{n+1}=2S_n+1$ ；② $a_{n+1}=2a_n+1$ ；③ $S_n=2a_n-1$ 。

5.1. 分层教学设计

5.1.1. A 层教学设计

目标: 能在教师指导下选择一个简单条件，推导出来数列的通项公式，判断等比数列。准确提取数列问题中的核心信息，完成基础问题表征。

过程: 教师先带领学生回顾等比数列的定义、通项公式，以及 a_n 与 S_n 的核心关系($n \geq 2$ 时 $a_n = S_n - S_{n-1}$)，夯实基础认知。随后为学生指定最易上手的条件③ $S_n = 2a_n - 1$ ，并发放“解题提示卡”，清晰标注步骤指引，引导学生梳理已知条件与求解目标的关联。

学生跟随教师的板演同步推导：

当 $n=1$ 时， $S_1 = a_1 = 2a_1 - 1$ ，代入 $a_1 = 1$ 等式成立；

当 $n \geq 2$ 时， $a_n = S_n - S_{n-1} = 2a_n - 1 - (2a_{n-1} - 1)$ ，化简得 $a_n = 2a_{n-1}$ ，即 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 2$ 。

师生共同总结： $\{a_n\}$ 是以1为首项，2为公比的等比数列，通项公式为 $a_n = 2^{n-1}$ 。教师特别强调“验证 $n=1$ 的取值”是数列问题的易错点，帮助学生规避解题漏洞。

评价：以过程性评价为主，重点关注学生是否参与推导过程、是否掌握 a_n 与 S_n 的转化方法，是否能准确表征数列问题的核心要素，对完成步骤书写的学生给予及时表扬，强化其学习积极性。

5.1.2. B 层教学设计

目标：能自主选择两个条件，独立推导通项公式，并对比不同条件下的解题思路差异，尝试从不同角度生成解题方案并分析优劣，提升自主探究结构不良问题的能力。

过程：教师给出核心提示，但是不限制学生选择，鼓励学生自主挑选①和③两个条件解题。

学生自主完成条件③的推导后，尝试条件①解题：

由 $S_{n+1} = 2S_n + 1$ ，可得 $S_n = 2S_{n-1} + 1 (n \geq 2)$ ，两式相减得 $a_{n+1} = 2a_n (n \geq 2)$ ；

又 $S_2 = a_1 + a_2 = 2S_1 + 1 = 3$ ，结合 $a_1 = 1$ ，得 $a_2 = 2$ ，满足 $a_2 = 2a_1$ ，故 $\{a_n\}$ 是等比数列，通项公式为 $a_n = 2^{n-1}$ 。

推导完成后，教师组织小组讨论，引导学生去对比这两个条件的解题路径，分析不同条件下方案生成的思路差异与合理性，引发学生思考。

评价：要将过程性评价与结果性评价结合在一起，在关注解题的结论准确度的同时，也要重视分析思路的严谨性，以及方案生成的多样性与推导过程的完整性。

5.1.3. C 层教学设计

目标：能够自主筛选条件进行求解。通过比较不同结论的差异性，进一步探究数列的相关性质，对不同解题方案进行全面评估，能自主反思解题过程并拓展问题边界，构建起系统化的解题思路框架。

过程：教师直接呈现原始问题，不提供任何提示，让学生独立完成三个条件的推导，并自主分析结论差异。

学生完成①③条件的推导后，聚焦条件② $a_{n+1} = 2a_n + 1$ 的突破，通过构造法解题：

由 $a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$ ，可知 $\{a_{n+1} + 1\}$ 是以 $a_1 + 1 = 2$ 为首项，2为公比的等比数列；

因此 $a_n + 1 = 2^n$ ，即 $a_n = 2^n - 1$ ，此时 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2^{n+1} - 1}{2^n - 1}$ 不为常数， $\{a_n\}$ 不是等比数列。

推导结束后，教师组织全班讨论，引导学生思考问题：“条件②需如何修改，才能使 $\{a_n\}$ 成为等比数列？”学生进行推导，最终提出修改方案。在问题拓展中深化评估监控能力，使得拓宽他们的思维。

评价：以发展性评价为主，着重考察学生在解题当中所展现的创新思维，以及评估监控、反思拓展的能力，也要对提出合理条件方案的学生予以适当的激励。

5.2. 教学效果分析

在分层教学的实践框架下，各能力层级的学生都展现出了符合其认知水平的积极发展。A层学生在引导下能够完成基础问题求解，问题表征的准确性显著提升；B层学生通过自主探究，方案生成的多样性与合理性得到锻炼，提升了灵活运用知识的能力；C层学生则在评估监控与问题拓展的深度与广度上实现了突破，在思维的深度与广度上也实现了突破。本案例表明，分层教学能够呼应不同层次学生的学习需求，支持其在解决结构不良问题过程当中实现认知的进阶。

5.3. 教学策略总结

基于上述分层教学实践，针对数学结构不良问题的教学，可总结出以下核心策略：

1) “三步走”解题框架：第一步，理清条件，明确起点：帮助学生学会审读所有条件，分析每个条件的数学含义，判断哪个条件信息最明确、最容易作为解题的突破口，完成精准的问题表征。第二步，转化条件，建立模型：指导学生运用核心知识，例如本题数列中的 $a_n = S_n - S_{n-1}$ ，将选定的陌生条件转化为他们熟悉的，可以求解的标准问题模型，生成合理的解题方案。第三步，检验结论，对比反思：要求学生务必验证答案是否满足所有条件以及初始状态，鼓励他们对比不同条件组合下结论的异同，进行关联反思，完成对解题过程的评估监控。

2) 分层提供“思维支架”：为不同层次的学生提供针对性的学习支持。对 A 层学生，提供步骤明确的“引导式任务单”，引导他们一步步跟做，重点夯实问题表征能力，重在掌握通法；对 B 层学生，提供侧重对比的引导问题，例如“这两种解法，第一步有什么不同？”鼓励他们自主选择，并比较不同解法的优劣，提升方案生成能力；对 C 层学生，则提出开放性的探究任务，例如“能自己改编一个条件吗？”激发其深度思考，培养评估监控与拓展能力。

3) 评价指向思维过程：评价 A 层学生，重点关注其步骤的完整性与规范性，以及问题表征的准确性；评价 B 层学生侧重其条件选择的合理性与不同方法比较的深度、方案生成的多样性；评价 C 层学生则着重考察其思维的批判性，发散性与创新性，以及评估监控反思拓展的能力。

总之，有效教学结构不良问题的核心在于能够有意识地将学生内隐的解题思考过程外显出来，并针对其当前思维水平提供恰如其分的支持，贴合学生结构不良问题解决的的心理机制发展规律，层层递进，培养学生的解题能力。

6. 反思与展望

本研究通过分层教学策略探索结构不良问题的教学路径，虽在不同层次学生的能力适配性上取得一定实践效果，但仍存在局限：其一，学生分层的动态评估仅依托小测验与课堂表现，缺乏更精准的认知诊断工具，对学生结构不良问题解决各心理环节的能力诊断不够细化；其二，教学案例的样本覆盖有限，未充分涉及不同学校生源的差异适配性；其三，分层教学的实施对教师的课堂调控能力要求较高，在大班额教学场景下的可操作性仍需进一步验证。

后续研究可结合认知诊断技术优化学生分层的精准性，细化对学生问题表征、方案生成、评估监控各环节能力的诊断，扩大教学案例的样本范围以增强策略的普适性；同时可探索信息技术(如智慧课堂平台)在分层教学中的应用，通过个性化学习资源推送、实时思维过程追踪等方式，降低大班额场景下分层教学的实施成本。此外，可进一步深化结构不良问题与数学核心素养的关联机制研究，深化探究结构不良问题解决的的心理机制与数学核心素养培养的内在联系，为分层教学策略的迭代提供更细化的理论支撑，最终推动不同认知水平学生数学思维的深度发展。

参考文献

- [1] 郑锋. 理性思维视角下结构不良问题的探析——以近四年高考中结构不良试题为例[J]. 数学通报, 2023, 62(11): 46-49.
- [2] 陈梦瑶, 赵金虎. 高中数学差异教学的现状分析及策略研究[J]. 科教文汇, 2025(22): 181-184.
- [3] 向曼洁. 高中生解决数学结构不良问题的障碍与策略研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广州大学, 2022.
- [4] 钟沿红. 新高考背景下高中数学分层教学研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南大学, 2024.
- [5] 任子朝, 赵轩. 数学考试中的结构不良问题研究[J]. 数学通报, 2020, 59(2): 1-3.
- [6] 孙玉庆, 张景斌. 高考数学结构不良问题的分析与启示[J]. 数学通报, 2023, 62(4): 10-16+28.
- [7] 张永真. 数学核心素养下的新高考结构不良试题的教学研究[D]: [硕士学位论文]. 福州: 福建师范大学, 2023.
- [8] 顾海燕. 核心素养背景下的高中数学分层教学探讨[J]. 西部素质教育, 2022, 8(15): 85-87.