Advances in Education 教育进展, 2026, 16(3), 1218-1225
Published Online March 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.163602

Hans汉斯

基于“双引擎驱动”的微分方程课程体系重构与实践

——以信息与计算科学专业为例

申　娟，李圆媛*

武汉工程大学数理学院，湖北　武汉

收稿日期：2026年2月16日；录用日期：2026年3月14日；发布日期：2026年3月24日

摘　要

随着智能技术的发展，新工科背景下工程类专业的数学基础课程亟需在教学内容和教学方式上进行调整。针对工程类院校信息与计算科学专业微分方程课程在教学内容与教学方式上的现实困境，本文探索并实施了一种以“AI思想渗透”和“Mathematica平台内嵌”为核心的双引擎驱动教学模式，课程内容围绕“基础建模－理论分析－算法实现－智能拓展”逐步展开，改变了以往以理论推导为主的教学组织方式，并改革过程中，将人工智能相关思想作为理解微分方程方法演进的重要视角，同时将Mathematica科学计算环境融入教学全过程。教学实践表明，该教学改革在一定程度上缓解了理论教学与工程应用之间的脱节问题，有助于提升学生在复杂工程问题中综合运用数学建模、数值计算与智能方法的能力。

关键词

微分方程，数学建模，计算思维，人工智能，**Mathematica**

Reconstruction and Implementation of a Differential Equations Curriculum System Based on “Double-Engine Drive”

—Taking the Information and Computational Science Major as an Example

Juan Shen, Yuanyuan Li*

School of Mathematics and Physics, Wuhan Institute of Technology, Wuhan Hubei

Received: February 16, 2026; accepted: March 14, 2026; published: March 24, 2026

*通讯作者。

文章引用: 申娟, 李圆媛. 基于“双引擎驱动”的微分方程课程体系重构与实践[J]. 教育进展, 2026, 16(3): 1218-1225.
DOI: 10.12677/ae.2026.163602

Abstract

With the advancement of intelligent technologies, mathematics foundation courses in engineering disciplines under the new engineering education paradigm urgently require adjustments in both content and teaching methods. Addressing the practical challenges in teaching content and methodology for the Differential Equations course in Information and Computational Science majors at engineering universities, this paper proposes and implements a double-engine driven teaching methodology centered on “AI concept integration” and “Mathematica platform integration”. The course content unfolds progressively through “fundamental modeling, theoretical analysis, numerical simulation, intelligent extension”. This approach shifts away from the traditional theory-derivation-centric teaching structure. Throughout the reform, artificial intelligence concepts are integrated as a key perspective for understanding the evolution of differential equation methodologies, while the Mathematica scientific computing environment is embedded throughout the entire teaching and learning process. Teaching evidence demonstrates that this reform partially bridges the gap between theoretical instruction and practical engineering applications, enhancing students’ ability to integrate mathematical modeling, numerical computation, and intelligent methods when tackling complex real-world problems.

Keywords

Differential Equations, Mathematical Modeling, Computational Thinking, Artificial Intelligence, Mathematica

1. 引言

微分方程[1]是刻画自然现象和工程系统动态变化的重要数学工具，也是信息与计算科学专业培养学生建模与计算能力的基础课程[2]。然而，在工程类院校的实际教学中，该课程长期存在理论讲授与专业应用联系不够紧密的问题。传统教学侧重解析方法和存在性理论，学生虽掌握求解步骤，却缺乏对计算实现过程及其工程背景的理解。与此同时，数据驱动方法和机器学习技术不断拓展科学计算的应用场景，而相关理念在现有课程中涉及较少，学生在知识结构上与技术发展之间出现一定差距。这种传统内容与新兴方法之间的脱节，使课程在新工科背景下的人才培养目标面临挑战。为了改善这一状况，本文在教学实践基础上提出“双引擎驱动”的课程改革思路：用“AI 思想渗透”[3]作为内涵引擎，重塑课程的知识视野与思维范式；用“Mathematica 平台内嵌”[4]作为实践引擎，重构课程的实现路径与能力训练场，最终可以系统培养一种称为“数智素养”的复合能力——运用数学语言严谨刻画实际问题的系统动力学，并融通经典数值分析与现代数据智能方法，对其进行数学建模、理论分析与预测的系统性思维。

2. 理论框架：“双引擎驱动”的内涵阐释

“双引擎驱动”并不是两种技术手段的简单组合，而是在课程整体设计层面形成的一种统筹思路(如图 1 所示)，同时可以在教学全过程中实现课程知识体系、学生思维模式与实践操作技能三者的协同推进与联系，使课程形成较为协调的整体结构。这个课程体系的核心本质在于“双引擎”的相互配合。在思想层面，引入数据驱动、优化迭代以及物理约束等方法，使学生在理解微分方程问题时能够联系当代计

算方法的发展。从教学内容上看，课程不再局限于确定性解析框架，而是适度涉及不确定性建模与数值求解问题，引导学生在掌握求解步骤的同时，关注方法形成的依据与适用条件，从而引导学生思维从“如何求解”向“为何如此求解”及“如何更优求解”的批判性与创造性思维。在实践层面，Mathematica 作为主要计算平台贯穿教学环节，把上面的前沿思想转化成可操作、可验证、可探索的具体任务，通过计算实验与可视化分析，学生在算法推导、程序实现、结果分析等环节中形成对方法细节的理解，并在自主实现与调用内置函数的对比中，逐步明确不同算法的适用条件与性能差异。

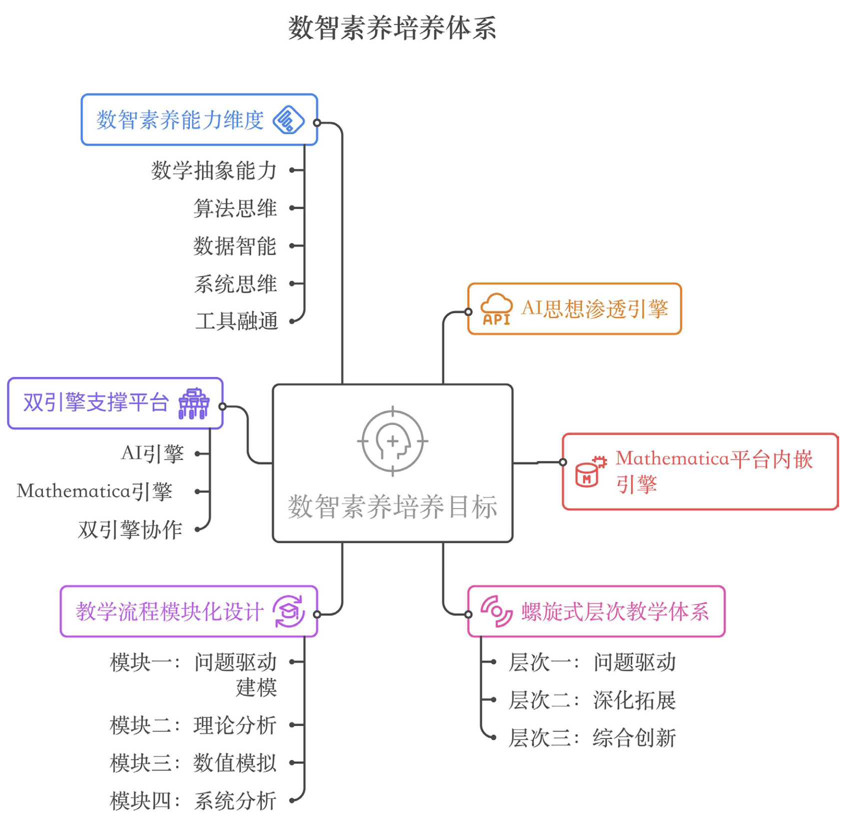

Figure 1. Diagram of the teaching system for the Differential Equations Course in the information and computational science major based on double-engine drive
图 1. 信息与计算专业双引擎驱动微分方程课程教学体系图

2.1. 思想引擎：AI 思想的范式融入

本次改革尝试将人工智能[5]中的若干方法思想转化为理解微分方程问题的辅助框架。首先，在讲授非线性方程数值解法时，将其与梯度下降等优化算法进行类比，帮助学生理解迭代逼近思想的共通机制。其次，通过物理信息神经网络等实例，引导学生认识数据与模型约束相结合的求解方式，并加深对反问题适定性与正则化思想的理解。最后在函数逼近问题中，将神经网络逼近思想与傅里叶级数、谱方法进行比较，帮助学生建立不同逼近方法之间的联系。

2.2. 实践引擎：Mathematica 平台的嵌入式应用

为实现双驱动思想渗透，必须提供一个强大的、可即时反馈的计算实践环境。我们将 Mathematica [6]重新定位为课程的主要计算平台，那么同时平台的角色也发生了根本转变：从演示工具变为计算实验环境。学生要求完成从算法推导、代码编写、到结果可视化与误差分析的全过程。特别关键的设计是“自

主实现”与“内置函数应用”的对比实践：学生必须亲手编写实现如欧拉法[7]、龙格－库塔法等基础算法，把形式化的数学描述转化为精确的操作性指令，是透彻理解稳定性、收敛阶等概念不可替代的途径；同时，他们也学习并批判性地使用 NDSolve 等高度优化的内置求解器，通过模拟仿真把工业问题和科研场景相互联系和对照，通过不断实现、完善、对照和追问的过程强制学生在“理解机理”与“高效应用”之间建立连接，从而内化对算法适用边界和可靠性的判断力。

“双引擎驱动”的本质是通过“思想升维”与“实践深化”的双重路径，重新定义“教”与“学”的关系。它构建了一个以智能思想联系实践、深度实践反馈与巩固思维发展的良性循环教学系统，从而系统性推动知识传授、思维训练与技能培养的同步更新与结构化，最终可以培养适应智能时代的、具备“数智素养”的交叉创新人才[8]。

3. 课程体系的构建：螺旋式层次模型

在课程重构过程中，我们对原有以方程类型为主线的课程内容安排进行了调整。传统教学模式通常按一阶方程、高阶方程、方程组及偏微分方程的顺序展开，逻辑结构清晰，但在实际教学过程当中容易形成理论讲授在前、问题应用滞后的状况，学生难以形成从实际问题到数学建模、数值求解与理论分析的完整理解链条。为了改善这一状况，课程以“问题驱动－深化拓展－综合应用”为基本循环结构，构建螺旋式递进模型(见表 1 所示)。最终的课程目标不再局限于知识掌握，而是强调在多轮循环中逐步加深理解、提升能力。

Table 1. Spiral triple-level teaching content design
表 1. 螺旋式三层次教学内容设计

循环阶段	认知焦点	思想渗透	Mathematica 实践优化
问题驱动	从实际问题到数学表达	根据实际的工业问题进行简单 ODE 和 PDE 建模；基于数据的参数拟合思想	符号求解；手写算法代码；参数影响的动态可视化。
深化拓展	连续动态与离散逼近	对模型进行动力学分析；优化问题转化思想以及多种算法求解对比	理论分析；实现显式/隐式差分格式；与 NDSolve 结果对比；计算稳定性条件验证。
综合创新	科学计算前沿方法	反问题思想与损失函数；讨论数据驱动与机理模型融合思想	利用内置神经网络工具包搭建简易 PINN；与传统方法结果进行对比分析。

3.1. “问题驱动”阶段

“问题驱动”阶段以工程或科学情境为切入点，引导学生从具体现象和关注的问题出发建立数学模型。课堂选取机械振动、电路响应、传热过程等工业背景实例，教师带领学生识别变量关系，根据学科基本规律建立守恒方程或动力学方程，形成常微分方程或简单偏微分方程模型。重点在于训练学生将现实问题转化为数学表达的能力。

在此过程中，引入模型近似与参数拟合思想。通过讨论线性化处理或忽略次要因素等基本假设，使学生理解模型的适用范围；同时利用 Mathematica 中的 Fit 或 FindFit 函数进行参数估计，使学生体会数据在模型修正中的作用。实践环节包括：首先，利用其强大的符号计算功能对构建的方程进行解析求解或者近似解，直观看到解的结构；其次，要求学生不通过调用现有成熟的代码包，而是手写最基础的数值算法代码(如欧拉法)，这是将数学公式转化为可执行计算指令至关重要的步骤；最后，利用 Manipulate 等交互功能，动态可视化关键参数如何影响解的行为乃至系统稳定性，将抽象的数学结果转化为直观的

图像展示，最终是让学生建立“问题可数学化、模型可计算、结果可验证”的完整初体验，帮助学生建立“问题－模型－计算－验证”的基本认识。

3.2. “深化拓展”阶段

在已有模型基础上，教学重点转向对模型动力学性质与数值方法的分析。理论方面，讨论系统的稳定性、相图与长期渐近行为；数值方面，比较不同算法的精度、稳定性、计算效率上的差异，例如通过对龙格－库塔方法及有限差分法(FDM)的实现与比较，引导学生理解连续问题离散化的基本思路。

实践中，学生既需自行编写算法程序，也需调用 NDSolve 等内置求解器进行对比分析。通过比较结果差异与计算性能，学生逐步理解不同算法的适用条件与局限性，从“能够实现”过渡到“能够评价”，促使学生超越“会用工具”，进而去“理解工具的决策逻辑”，从而内化对算法性能与适用边界的判断力。

3.3. “综合创新”阶段

在最后阶段，课程引入反问题或数据不足情形下的模型求解问题。通过介绍物理信息神经网络(PINN)的基本原理，说明如何将微分方程作为约束融入优化过程，从而将“求解方程(组)”这一数学问题，转化为“寻找一个同时满足物理规律与稀疏数据约束的神经网络参数”的优化问题。学生利用 Mathematica 中的神经网络工具，需要精心设计损失函数、选择优化器、调试超参数，构建简化模型并与传统有限差分法结果进行比较。比较内容包括精度、稳定性与计算代价等方面。

通过多轮循环推进，课程内容逐步加深。前一阶段形成的建模与计算经验，在后续阶段得到拓展和修正。人工智能相关思想与计算实践并非独立模块，而是在不同层次中反复出现并不断深化，使学生在持续训练中形成融合了严密逻辑思维、高效计算实现与智能创新意识的高阶综合能力[9]。

4. 课程内容重构与深化

为将上述课程体系理论转化为可操作的教学方案，我们依据 48 学时设计了螺旋式三层次教学大纲(表 2)，用课程体系中的“问题驱动－深化拓展－综合创新”作为认知循环，每一循环均包含理论讲授、数值实践与 AI 思想渗透，学时分配兼顾了经典内容的扎实训练与前沿探索的适度引入。

Table 2. Spiral triple-level teaching hour allocation
表 2. 螺旋式三层次教学学时分配

模块	章节主题	学时	教学内容要点	双引擎融合
问题驱动	一阶常微分方程建模与解法	8	物理问题建模、变量分离法、一阶线性方程；欧拉法思想与实现	AI：数据拟合初步思想；Mathematica：符号求解、手写欧拉法、动态参数可视化
	高阶线性微分方程与方程组	6	机械振动建模、线性系统解结构；龙格－库塔法初步	AI：优化迭代的朴素理解；Mathematica：求解方程组、相图绘制
	综合项目：捕食－食饵问题	4	平衡点分析、相图绘制、稳定性判定和模型拓展、对比分析	AI 思想渗透：类比超参数搜索与敏感性分析思想；机理建模与数据驱动思想融合；Mathematica：符号求解；模型算法对比

续表

深化拓展	偏微分方程入门：热传导方程	8	热传导方程推导、定解条件；有限差分法(显式/隐式)	AI：将差分方程与神经网络优化联系； Mathematica：差分格式实现、稳定性条件验证、对比算法分析
	数值方法深化：稳定性、收敛性	6	局部截断误差、绝对稳定性区域、刚性问题	AI：将算法选择视为优化问题； Mathematica：刚性检测、不同算法对比
综合创新	物理信息神经网络(PINN)原理	4	神经网络基础、PINN 思想、损失函数设计	AI：数据与机理融合； Mathematica：内置神经网络工具、简易 PINN 实现
	综合项目：热传导反问题	4	反问题概念、差分法求解正问题、PINN 求解反问题、对比分析	AI：不适定性、正则化思想； Mathematica：完整项目实践
考核	课程项目汇报/复习/考试	8	学生项目展示、总结、期末考试	

4.1. 课程课时安排

课程合计是 48 学时，其中理论讲授与实践操作约各占一半。通过这样的分配，既保证了经典理论的足够学时(如 ODE 解析解法 6 学时、PDE 差分法 9 学时)，也为前沿拓展(12 学时)留出空间，实现了经典与现代的平衡，而且这一课程体系打破了按方程类型划分章节的传统，引导学生反复经历“具体问题抽象为方程－设计算法求解－分析算法性能－接触更高级方法”的螺旋，让前沿思想在恰当的认知阶段自然融入。

4.2. 双引擎内在逻辑的深化

为了避免 AI 成为生硬的“外挂”模块，我们在教学设计中刻意强化了 AI 思想与经典微分方程理论之间的内在联系。下面用两个核心概念为示例，说明 AI 思想如何具体帮助学生深化对传统知识的理解。

1) 适定性概念与反问题中的正则化思想：经典理论中，解的适定性(存在性、唯一性、稳定性)往往是抽象的存在定理，学生只能记住结论不能熟练灵活应用，也难以体会它的实际意义。在综合创新模块的导热反问题中，学生面对的是典型的不适定问题：少量含噪数据无法唯一确定初始温度分布。此时借助工具引入 PINN，将物理方程作为损失函数的正则化项，引导神经网络在无数可能解中寻找满足物理规律的最优解。这个过程当中可以让学生直观理解：适定性不仅仅是书本上的一个既定结论，也是实际问题中必须面对的挑战；正则化正是克服不适定性的一种现代数学工具。通过对比差分法(可能产生震荡解)与 PINN (得到物理合理的平滑解)，学生对稳定性、唯一性的认知从抽象定理跃升为可操作的工程设计思想。

2) 离散化误差与神经网络的连续逼近：在深化拓展模块，学生通过手写欧拉法、有限差分法，深刻体会到离散化步长对精度的影响。当进入综合创新模块，他们发现 PINN 并不需要对时空进行网格离散，而是用一个连续的函数(神经网络)直接逼近真实解。这种“离散”与“连续”的对比，让学生重新认识误差的本质：传统数值方法的误差来源是离散近似，而神经网络的误差是源于有限参数对无限维函数空间的逼近能力。两种方式在“逼近”这一点上达成一致目标但思想不同，学生也能够超越具体算法，提高

更高阶的数值分析思维。

5. 教学实践与案例分析

本次课程改革在一个教学班完成了一学期的整体实施。围绕常微分方程与偏微分方程两个核心板块，分别设计了具有代表性的教学项目：1) 在常微分方程(ODE)部分，选择经典的种群生长中捕食－食饵进行生物学建模为例，带领学生开展多层次分析和扩展讨论；2) 在讲述偏微分方程的过程中，我们以实际问题为例设计了一个对比不同求解思路的综合任务：“一维热传导反问题[10]的两种求解范式对比”[11]。

5.1. 项目设计

1) 学生在针对简单的捕食－食饵问题，从生态系统的基本假设出发，建立 Lotka-Volterra 方程组，明确变量意义与参数物理含义。要求：a) 围绕模型的平衡点分析、相图绘制与稳定性判定展开理论分析；b) 学生利用 Mathematica 对模型进行数值模拟，观察不同参数取值下种群演化行为的变化，并通过修改参数探索系统周期性与稳定性条件。部分小组进一步尝试在原模型中加入环境容量限制或捕食效率变化因素，对模型结构进行拓展；c) 对比分析一个系统的理论分析和数值模拟的一致性和差异性。

2) 学生面对一个经典的热传导方程反问题：已知某时刻杆上若干测点的温度数据(含模拟噪声)，反推初始温度分布。要求他们：a) 使用 FDM [12]自行编程求解正问题，理解不适定性；b) 利用 Mathematica 搭建一个简易的物理信息神经网络[13]，将方程本身作为约束加入损失函数，求解同一反问题；c) 从计算效率、抗噪能力、数据需求及在无数据区域的泛化能力等多个维度，系统对比两种方法。

5.2. 实践成效

1) 在该项目的实施过程中，大多数学生能够从生态系统的基本假设出发，比较规范地建立 Lotka-Volterra 方程组，并准确解释变量与参数的实际意义。在理论分析环节，学生普遍能够完成平衡点求解与 Jacobian 矩阵构造，并结合特征值判定系统稳定性。通过相图绘制与轨线分析，部分学生开始注意到参数对系统动力学行为的敏感性，而不仅仅停留在计算结果本身。在数值实验阶段，借助 Mathematica 进行参数扫描与轨线模拟，学生直观观察到不同参数组合下系统由周期振荡到趋于稳定或发散的变化过程。通过反复修改参数并比较相图结构，学生逐渐理解理论分析中稳定性判定条件与数值演化行为之间的对应关系。值得注意的是，在模型拓展环节，一些小组尝试引入环境容量或捕食效率变化项，使系统由守恒结构转向耗散结构。在这一过程中，学生不仅关注数值结果，还能够对模型假设变化所带来的动力学结构改变进行解释。同时学生对理论分析与数值模拟之间的一致性与差异性有了较为清晰的认识，能够在报告中讨论离散误差、初值敏感性以及参数扰动对系统行为的影响。

2) 在这个任务中，我们重点关注学生对方法差异的理解程度，而不是数值结果本身的精确度。较为优秀的学生报告能够说明：FDM 的效果与网格划分质量及问题的适定性密切相关，数值模拟出来的解是对连续模型的离散近似；相比之下，PINN 将方程求解转化为优化问题，通过训练使模型同时满足物理方程约束与数据条件，让结果满足多重约束下的最优解。学生还需要结合具体情境进行讨论，例如当数据存在噪声、算力条件有限或区域结构等比较复杂时，两种方法在实现难度、稳定性和解释性方面各有优势与不足。通过这样的分析，学生对“求解”的理解不再停留在计算步骤层面，而是能够从模型假设、算法机制与应用场景等角度进行综合判断。这种认识的转变，正是课程强调理论分析与智能方法融合训练的体现。

6. 挑战与成效反思

课程结束后，我们收集到一些学生的学习感受。有学生认为，微分方程不再只是解题步骤，而是理

解动态系统的一种表达方式；通过编程与 AI 工具，相关理论能够在计算中得到体现。也有学生提到，在完成基于物理约束的神经网络实验时，对理论与计算之间的联系有了更直观的认识。这些反馈为课程效果提供了实践层面的参考。

同时，我们也意识到改革仍存在改进空间。例如，真实问题的复杂度如何把握，不同基础学生的学习支持如何加强，以及经典内容与新方法之间的比例如何安排，都需要在后续教学中持续调整。从目前课堂表现与课程作业来看，学生互动性变强，同时逐渐能够围绕算法选择与适用条件展开讨论，说明其理解正在由操作层面向分析层面转变。

这门课的改革，就像一次播种。我们播下的不是定理公式的种子，而是一颗名为“数智融合”的思维种子，也是应对智能时代挑战的有效工具；不仅提升了学生解决具体问题的技能，更重要的是培养了他们在面对复杂工程问题时，融合数学机理、数值计算与数据智能进行综合建模的思维习惯。我们期待同时也相信，它会在学生未来的工作与研究生涯中，生长出意想不到的繁茂枝叶。

基金项目

本研究的完成得到了教育部产学合作协同育人项目(No. 250506627220824)资助。

参考文献

[1] 王毅泓, 徐旭颖, 李芳菲. 面向多学科背景的微分方程应用案例研究[J]. 高等数学研究, 2025, 28(3): 58-62+70.

[2] 朱华, 杨广宇. 基于微分方程的教学案例研究[J]. 高等数学研究, 2023, 26(3): 95-98.

[3] 杨武岳. 基于微分方程的机器学习理论及应用[D]: [博士学位论文]. 北京: 清华大学, 2022.

[4] 李敏. 基于网络教学平台和 Mathematica 的高等数学实验教学模式研究[J]. 科技视界, 2022(14): 128-130.

[5] 卢经纬, 程相, 王飞跃. 求解微分方程的人工智能与深度学习方法: 现状及展望[J]. 智能科学与技术学报, 2022, 4(4): 461-476.

[6] 徐安农. Mathematica 数学实验[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.

[7] 李博通, 刘白羽, 范玉妹. 微分方程教学设计探索——以“欧拉-拉格朗日方程”为例[J]. 大学数学, 2023, 39(1): 94-101.

[8] 杨铸, 阳清利, 周刚. 大学编程教育中融合计算思维与数学思维的研究与实践[J]. 中国新通信, 2025, 27(6): 139-142.

[9] 都琳, 徐爽, 徐宗本. 师-生-AI 协同课堂: 人工智能赋能大学数学教育的载体及实践[J]. 中国大学教学, 2025(4): 59-65+81.

[10] 吴自库, 李福乐, DO Young Kwak. 一维热传导方程热源反问题基于最小二乘法的正则化方法[J]. 计算物理, 2016, 33(1): 49-56.

[11] 王飞, 党浩宁, 尚勇, 等. 从传统数值方法到神经网络: 偏微分方程数值解的演进与展望[J]. 现代应用物理, 2025, 16(1): 41-66.

[12] 陈金雄, 张敏, 沈丹梅, 等. 有限差分法的一维热传导方程应用[J]. 武夷学院学报, 2022, 41(3): 53-57.

[13] 葛淼彦, 李凯锋. 基于物理信息神经网络的非线性微分方程求解模型研究[J]. 信息技术与信息化, 2025(10): 121-124.