Advances in Education 教育进展, 2026, 16(3), 1243-1249
Published Online March 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.163606

Hans汉斯

基于数学联结力的高中数学教学法探究

——以“圆锥曲线”教学为例

刘珈秀，杨月婷

北华大学数学与统计学院，吉林 吉林

收稿日期：2026年2月22日；录用日期：2026年3月18日；发布日期：2026年3月25日

摘 要

数学联结力是衡量学生数学核心素养的重要隐性指标，对培养学生知识迁移与复杂问题解决能力具有重要意义。本文在介绍数学联结力内涵基础上，阐释了数学联结力关于知识联结紧密性、表征方式多样性、方法应用创新性的核心特征；结合高中数学教学实际，提出知识系统化、思维可迁移、应用层次化的教学应用原则；以高中圆锥曲线教学为例，构建概念联结、方法迁移、创新应用、思想升华四阶段教学策略，形成培养学生数学联结力的完整教学框架。帮助学生构建结构化知识体系，促进学生数学综合能力与创新思维发展。实现从“解题”到“悟理”的认知跃迁。

关键词

数学联结力，圆锥曲线，核心素养，教学设计

Exploration of High School Mathematics Teaching Method Based on Mathematical Connectivity

—Taking the Teaching of “Conic Sections” as an Example

Jiaxiu Liu, Yueting Yang

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: February 22, 2026; accepted: March 18, 2026; published: March 25, 2026

Abstract

Mathematical connectivity is an important implicit indicator for measuring students’ core mathe-

文章引用：刘珈秀，杨月婷．基于数学联结力的高中数学教学法探究[J]．教育进展, 2026, 16(3): 1243-1249.
DOI: 10.12677/ae.2026.163606

matical literacy and plays a significant role in fostering their ability to transfer knowledge and solve complex problems. Based on an introduction to the concept of mathematical connectivity, this paper elaborates on its core features, including the tightness of knowledge connection, the diversity of representation methods, and the innovativeness of method application. In light of the actual situation of high school mathematics teaching, the paper proposes the teaching application principles of systematizing knowledge, making thinking transferable, and stratifying application. Taking the teaching of conic sections in high school as an example, a four-stage teaching strategy of concept connection, method transfer, innovative application, and ideological elevation is constructed, forming a complete teaching framework for cultivating students' mathematical connectivity. This helps students build a structured knowledge system and promotes the development of their comprehensive mathematical abilities and innovative thinking, achieving a cognitive leap from "problem-solving" to "understanding principles".

Keywords

Mathematical Connectivity, Conic Sections, Core Literacy, Teaching Design

1. 引言

在数学核心素养的视角下，高中数学的关键目标之一是培养学生融会贯通并解决实际问题的能力。教师也会将其作为教学研究的重点课题。数学联结力是指将不同数学知识、思维和方法联结起来的学习能力[1]，是问题要素与相关知识点之间的联系能力在认知过程中的内在体现。关注数学联结力，即是关注数学知识从孤立到系统、从平面到立体、从学科到生活的贯通与迁移能力，最终促进学生形成结构化的认知体系和解决复杂问题的能力。因此，数学联结力是评估学生数学核心素养的一项重要隐性指标。

圆锥曲线在高中数学中具有核心地位[2]，是衔接初等几何与高等数学的关键桥梁。它有机融合函数、方程、向量、坐标系等知识模块，并广泛应用于物理、工程等领域，是培养学生建模、直观想象与逻辑推理能力的重要载体。教学时注重知识网络的构建，能引导学生跨章节、跨学科建立联结，促进知识迁移与思维整合，提升系统性解决问题的能力，这也充分体现了发展学生数学联结力的重要意义。

2. 数学联结力的内涵与特征

数学联结力是一种基于认知心理学理论的概念，其核心在于通过数学联结力促进学生对知识的理解和应用。它强调知识间的相互联系，认为学习是不断调整知识联结网络中知识点联结权重的过程[3]。数学是一门有结构的学科，学习是一种联结，数学教学需要发挥结构的力量，因此培养学生的数学联结力显得至关重要。

2.1. 知识联结的紧密性

数学联结力体现为对知识结构内在逻辑的深度挖掘与系统性整合。它通过构建层次清晰、关系明确的数学知识网络，不仅建立概念、定理、方法与应用之间的直接联系，更揭示其背后隐含的数学思想与结构关联。这种联结使数学知识从孤立的知识节点发展为知识体系，从而强化数学认知的系统性与迁移性，真正实现对"见树木亦见森林"的数学理解。

2.2. 表征方式的多样性

数学联结力教学在数学领域中，格外强调数学知识的多样性表征，如概念阐释、符号运算、几何直观、代数表征与图表数据等多种数学表达，可以使同一数学概念通过不同数学语言进行等价刻画。数学的不同表达方式之间彼此补充、相互转化，共同作用于学生的数学认知过程，有助于学生全方位、多角度地把握数学概念的本质、推理的逻辑以及数量的关联。使学生对数学知识的理解更具深度，进而拓展解决问题的路径，促进数学思维的发散与创新。

2.3. 方法应用的创新性

数学联结力在方法应用方面的创新性主要包含三个方面。一是知识整合创新，重点在于打破代数、几何、统计等数学分支的界限，根据问题特点灵活运用不同数学工具，形成综合性的解决路径。二是模型迁移与重构创新，在面对新问题时，能将已有数学模型进行适当调整与重组，实现解题策略的创新性应用。三是生成性创新，基于结构性知识网络，自主衍生出具有个体特色的解题思路，体现思维的系统性与创造性，也是更高阶的数学创新。

3. 数学联结力在高中数学教学中的应用原则

3.1. 知识系统化原则：构建知识网络，深化知识理解

在高中数学教学中应用数学联结力时，强调数学知识应形成相互关联的有机整体，教学应注重揭示概念、定理、方法之间的逻辑联系[4]。教师应当引导学生将孤立的知识点组织成一张相互关联、层次分明、逻辑严谨的网络。这种联结能够帮助学生更好地对所学知识进行记忆和应用，教学的核心之一就是帮助学生建立这种联系。

3.2. 思维可迁移原则：训练联结思维，赋能问题解决

在高中数学教学中应用数学联结力时，要着重于思维的训练，以实现学生认知水平的升华。教师应当重点培养学生的逻辑思维，关注学生从具体情境中抽象出一般模式的能力，培养其在相似或差异情境中灵活应用数学方法的素养。同时培养他们对科学的严谨态度，既不循规蹈矩，也要勇于创新。

3.3. 应用层次化原则：创设真实情境，实现创新应用

在高中数学教学中应用数学联结力时，要突出实践应用，推动知识的融会贯通。教师应当将学生所学的知识和实际生活以及科学前沿动态巧妙结合起来，为他们创设丰富多彩的实践情境。通过实践应用，帮助他们将所学知识进行层次化组织与策略化应用，建立从“理解”到“迁移”再到“创新”的进阶学习路径。

4. 数学联结力在高中数学教学中的应用策略

本节将以圆锥曲线教学为例，探讨数学联结力在高中教学中的具体应用策略。

4.1. 概念联结阶段：构建知识网络图

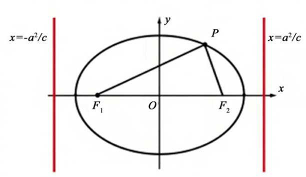
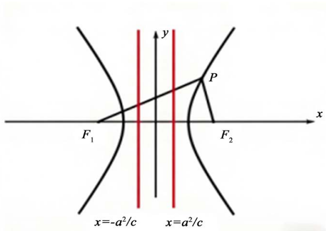
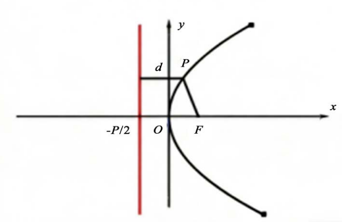
要将数学联结力有效融入高中数学课堂，教师的首要任务是创设引人入胜的情境，巧妙引出一个具有启发性的数学问题。此环节旨在点燃学生的学习热情，激发其主动探索的欲望，从而为后续的知识建构奠定坚实的基础。使他们深刻认识到圆锥曲线不仅是数学领域的重要概念，其蕴含的数学建模思想更是连接数学与现实世界的重要桥梁[4]。

例如，在“圆锥曲线”这一章节中可以从圆锥曲线的几何起源引入，通过动态演示平面截圆锥的过程，直观呈现三类曲线的生成关系和相关性。这样可以帮助学生建立知识之间的内在联系，形成系统化的认知结构，打破椭圆、双曲线、抛物线的孤立状态，建立整体性认知。通过动态演示平面截圆锥的过程，直观呈现三类曲线的生成关系与相关性。还可以引入小视频展示如行星轨道、抛体运动中刻画的圆锥曲线，使学生感悟到数学在其他科学领域中的作用，进而提升学生探索新知的兴趣。

在学完椭圆、双曲线后，引入“第二定义”(到定点与定直线距离之比为常数 e)，将三者统一于 $PF = e \cdot PL$ 的几何特征下。引导学生制作对比表格，梳理标准方程、图形特征、离心率等核心要素的异同。

在复习课上，布置“绘制圆锥曲线知识图谱”任务，要求学生以“第二定义”为核心概念，以离心率 e 为分类依据，构建出抛物线($e=1$)、椭圆($0<e<1$)、双曲线($e>1$)三大类别的知识结构，并标注各类曲线的关键特征与相互关系(见表 1)。

Table 1. Three definitions of conic sections
表 1. 圆锥曲线的三种定义

	椭圆	双曲线	抛物线
定义			
第一定义	任意一点到两焦点的距离之和为定值，即：$\lvert PF_1\rvert + \lvert PF_2\rvert = 2a$	任意一点到两焦点的距离之差的绝对值为定值，即：$\lvert\lvert PF_1\rvert - \lvert PF_2\rvert\rvert = 2a$	任意一点到焦点的距离等于到准线的距离，即：$\lvert PF\rvert = d$
第二定义	圆锥曲线上任意一点到焦点的距离与到相应准线的距离之比等于离心率。 $e<1$	$e>1$	$e=1$
重要性质	A，B 位于曲线上，且关于原点对称，P 是位于曲线上且异于 A，B 的任意一点。直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为定值。即：$KPa \cdot KPb = e^2 - 1$		

4.2. 方法迁移阶段：实现策略的灵活运用

在问题提出之后，教师应引导学生进入方法迁移环节。该阶段旨在通过知识间的联结与类比，培养学生将已有解题策略迁移至新情境的能力。同时，教师需适时提供必要的指导与支持，帮助学生克服学习过程中遇到的障碍。通过这一环节的学习，学生能够更深刻地理解新知识，并将其有效整合至自身的认知结构之中。

例如，在“圆锥曲线”一章的教学中，可设计以下三个探究环节：

探究环节 1：

1) (复习)：求直线 $y = kx + 1$ 被圆 $x^2 + y^2 = 4$ 所截得的弦长。

2) (新问题)：求直线 $y = kx + 1$ 被椭圆 $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 所截得的弦长。

教师提问：“对于问题 1，我们有哪些方法求圆的弦长？”学生可能回答垂径定理(几何法)或联立方程后利用弦长公式(代数法)。教师引导学生总结：几何法依赖于圆的特殊对称性，代数法(联立→韦达定理→弦长公式)是更通用的“套路”。

随后，教师将焦点转向问题 2：“对于椭圆，垂径定理还直接适用吗？我们刚才总结的通用‘套路’在这里还能走通吗？”学生尝试用代数法操作，教师引导学生对比两个问题的解答过程。

通过对比，教师总结：“当几何对象的特殊性减弱(从圆到椭圆)，通用性强的代数法就显示出其威力。处理直线与任何圆锥曲线的弦长、面积(如三角形面积可表示为$\frac{1}{2}$ × 弦长 × 高)问题，‘联立方程→韦达定理→代数变形’是核心方法链。”这一环节实现了从特殊(圆)到一般(圆锥曲线)的方法普适性迁移。

探究环节 2：

在上一环节巩固了代数工具的基础上，教师提出一个关联性问题：“已知点 P 在椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上运动，点 A 的坐标为(1, 0)，求线段 AP 中点 M 的轨迹方程。”

教师引导学生回顾：“在函数模块，我们学过如何求‘动点轨迹方程’？”学生回忆起“相关点法(代入法)”“参数法”等。教师鼓励学生尝试用多种方法求解此题。

学生可能会先设 $P\left(x_0,y_0\right)$，$M\left(x,y\right)$，利用中点公式得到 $x_0=2x-1$，$y_0=2y$，再代入椭圆方程，顺利得到 M 的轨迹方程(相关点法)。教师予以肯定，并进一步挑战：“如果点 P 的运动不是直接依赖于另一个曲线，而是满足一个更复杂的几何条件，比如，$\angle APB=90^\circ$，又该如何处理？”

教师引导学生分析，此时直接坐标代入可能困难，需要引入中间变量(参数)，如直线 AP 的斜率 k，然后通过联立曲线方程、几何条件翻译(如 $k_{AP}\cdot k_{BP}=-1$ 或 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$)，最终消去参数 k，得到轨迹方程。教师总结：“‘设参→用参→消参’是解决复杂动点轨迹问题的核心策略。从简单的代入消参，到需要借助韦达定理、向量工具的整体消参，其思想一脉相承。”这一环节实现了从解析几何到向量、方程思想的跨章节策略整合迁移。

探究环节 3：

教师提出一个综合性问题：

“在椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上求一点 P，使得它到直线 $l:x-y+4=0$ 的距离最短，并求这个最短距离。”

教师启发：“这是一个‘几何对象上的动点到定直线距离的最值’问题。我们有哪些武器库可以处理最值问题？”引导学生分类回忆：

1) 函数视角：建立距离关于一个变量(如 P 的横坐标 x)的函数，求函数值域。

2) 不等式视角：利用柯西不等式等放缩技巧。

3) 几何视角：寻找与定直线平行的椭圆的切线。

让学生分组尝试不同视角。对于函数视角，学生可能因距离表达式带根号、且 P 坐标受椭圆方程约束而受阻。教师引导：“能否利用椭圆的参数方程 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ 来设点 P？”此时距离 $d=\frac{\left|2\cos\theta-\sin\theta+4\right|}{\sqrt{2}}$，最值转化为求三角函数 $2\cos\theta-\sin\theta$ 的最值，可利用辅助角公式轻松解决。这实现了从代数函数到三角函数的工具迁移。

教师最后引导几何视角：“在平面上，到定直线距离相等的点构成平行线族。这个问题等价于寻找与直线 l 平行，且与椭圆相切的那条直线。”这又将代数最值问题迁移回了直观的几何关系。教师总结：“面对最值问题，要像切换镜头一样，从函数、三角、不等式、几何等多个视角审视，选择最简洁、最优美的路径。这种多视角转化与择优的能力，是方法迁移的高级形态。”

4.3. 创新应用阶段：充分发挥主观能动性

在完成概念联结与方法迁移的初步阶段后，教师应引领学生迈向思想升华的更高学习层次。此环节的核心在于，通过知识的深度运用与情境拓展，进一步深化学生对所学内容的理解层次。为此，教师可设计一系列与新知紧密关联的探究题或贴近生活的实际问题，鼓励学生运用所学知识解决这些难题。

例如，在“圆锥曲线”一章的教学中，可设计一个开放性探究任务：“请基于圆锥曲线知识，设计一个需综合运用数学建模与数形结合思想解决的实际问题。”学生可能提出：构建椭圆形体育场的最佳视线分布模型、分析双曲线型导航系统中的信号覆盖问题等。这一过程不仅巩固知识，更促使学生将数学思想创造性迁移至真实情境，实现从“学数学”到“用数学”的思维升华。

跨学科建模案例：双曲线导航系统的定位问题

教师提出一个跨学科的建模案例：某海域有两个岸基导航台，位于 A (−463, 0)和 B (463, 0) (单位：公里)。一艘船收到 A、B 同时发出的无线电信号，测得时间差为 2000 微秒。已知电波速度 3×10^5 公里/秒，问船可能在什么位置？若另有 C、D 两台也测得一个时间差，如何确定船的具体位置？

学生首先需要将物理情境中的信息转化为数学语言。在教师引导下，学生进行如下推导：

已知：

- 无线电波速度 $v = 3 \times 10^5$ 公里/秒 $= 3 \times 10^8$ 米/秒
- 时间差$\Delta t = 2000$ 微秒 $= 2000 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-3}$ 秒
- 两发射台距离 $2c = 500$ 海里，需要统一单位

单位换算环节：学生需查阅资料得知 1 海里 $= 1.852$ 公里，因此：

$$2c = 500\text{ 海里} = 500 \times 1.852 = 926\text{ 公里}$$

$$c = 463\text{ 公里}$$

距离差计算：根据物理公式距离 = 速度 × 时间，两信号到船的距离差为：

$$\Delta d = v \times \Delta t = (3\times10^5\ \text{km/s})\times(2\times10^{-3}\ \text{s}) = 600\text{ 公里}$$

学生将几何定义坐标化：设船 $P(x,y)$，条件：$|PA - PB| = 600$

代入距离公式：$\left|\sqrt{(x+463)^2+y^2}-\sqrt{(x-463)^2+y^2}\right| = 600$

迁移解双曲线方程的标准步骤：设 $\sqrt{(x+463)^2+y^2} = 2a + \sqrt{(x-463)^2+y^2}$ (取一支)，然后两边平方、整理、再平方，之后利用 $c^2 = a^2 + b^2$ 得 $b^2 = c^2 - a^2 = 463^2 - 300^2 = 124369$，最终得双曲线方程：

$$\frac{x^2}{300^2} - \frac{y^2}{124369} = 1$$

教师引导思考：“仅凭一组时差，能确定船的唯一位置吗？”

学生发现：上述方程代表整条双曲线，船可能在这条曲线上任何一点——无法唯一确定。

引入第二组导航台：设 $C(-400,300)$、$D(400,300)$，测得另一时差对应双曲线：

$$\frac{(x-0)^2}{a_2^2} - \frac{(y-300)^2}{b_2^2} = 1$$

学生代入一组数据解联立方程，得到船坐标约为(150, 280)，完成从物理问题→数学模型→实际定位的完整闭环。

最终目标是帮助学生超越书本知识，内化解析几何的核心思想——坐标法、转化与化归、数形结合。在问题解决中强化几何直观与代数表达的互动。例如，求抛物线 $(y^2 = 4x)$ 上一点(P)到定点 $(A(2,1))$ 与焦

点(F)距离之和的最小值，引导学生先作图分析，再通过代数方法严谨求解，深入体会“以形助数、以数解形”的思想。同时，应引导学生从实际问题中抽象出圆锥曲线模型，再用数学工具加以求解，如分析卫星轨道、光学性质、工程结构中的曲线应用。

4.4. 思想升华阶段：达成数学思想的内化

在思想升华阶段，教师应引领学生进行归纳整合与深化提升。此环节旨在帮助学生全面回顾学习过程，系统总结所学知识与方法，同时引导其提炼数学思想，最终实现知识的灵活迁移与创新应用。通过这一环节，学生能够更深入地理解数学知识体系，全面提升数学素养与综合能力。

例如，在“圆锥曲线”一章的教学中，教师需引导学生进行总结梳理。首先，可提出问题：“本节课我们探索了哪些核心内容？有哪些难点与重点需要特别关注？”以此引导学生重温学习要点。随后，教师对学生的学习成果进行点评，肯定其进步与成就，同时指出改进之处与未来学习方向。

在归纳整合的基础上，教师应进一步激发学生的拓展思维，可提出与圆锥曲线相关的拓展课题或思考方向，如圆锥曲线与其他数学领域的关联、在现实生活中的应用实例等。这些问题旨在激发学生的探索热情与求知欲。随后，教师可鼓励学生尝试解决这些拓展问题，并分享心得体会。

5. 小结

本文以“数学联结力”为主线，阐述了数学联结力的内涵与特征，及其在高中数学教学中的应用原则。鉴于圆锥曲线模块具有知识结构层次分明、与多领域联系紧密等特征，我们以高中数学中的圆锥曲线教学为例，构建了一套培养学生数学联结力的教学框架。通过引导学生主动构建知识网络、跨模块的知识联结、创设促进学习迁移的条件，并在更高层面渗透数学思想，能够有效提升圆锥曲线教学的效果，并在解决问题中激发创新思维，进而促进学生综合能力的发展。

参考文献

[1] 葛素儿. 数学联结力: 内涵、价值及测评例举[J]. 小学数学教师, 2023(5): 5-9.

[2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2025 年修订) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2025.

[3] 陆洁敏. “联结思维导学”在高中数学教学中的应用——以“任意角的三角函数”为例[J]. 数学学习与研究, 2025(14): 130-133.

[4] 李亚琼, 吕林海, 宁连华. 数学联结视域下高考数学全国卷试题分析及教学思考[J]. 数学教育学报, 2025, 34(3): 15-22.