

《微积分基础》课程结课总结的设计与实践

文生兰, 滕吉红, 彭昌勇

信息工程大学基础部, 河南 郑州

收稿日期: 2026年3月22日; 录用日期: 2026年4月19日; 发布日期: 2026年4月29日

摘要

为构建微积分课程“有始有终”的教学闭环, 建议在课程结课阶段开展系统性总结。在内容设计层面, 与开篇绪论课形成前后呼应, 从知识体系梳理、学习成长见证、人文关怀融入、后续课程衔接四个核心维度进行系统总结, 既彰显数学学科的对称之美, 又凸显教学实效与学生成长。

关键词

结课总结, 前后呼应, 对称之美, 教学实效, 学生成长

Design and Practice of the Final Summary of the Course “Fundamentals of Calculus”

Shenglan Wen, Jihong Teng, Changyong Peng

Department of Basic Courses, Information Engineering University, Zhengzhou Henan

Received: March 22, 2026; accepted: April 19, 2026; published: April 29, 2026

Abstract

To construct a “complete and cohesive” teaching cycle for the Calculus course, it is recommended to conduct a systematic summary in the closing stage. In terms of content design, it should echo the introductory lesson at the beginning, and conduct a systematic summary from four core dimensions: knowledge system sorting, learning growth, humanistic care integration, and follow-up course connection. This approach not only embodies the symmetrical beauty of mathematics, but also highlights teaching effectiveness and student development.

Keywords

Final Summary, Echoing between Beginning and End, Symmetrical Beauty, Teaching Effectiveness, Student Growth



1. 引言

本学期,根据新的人才培养方案,我校面向文科专业学生开设了《微积分基础》课程,总计 80 学时,核心内容聚焦高等数学中的一元微积分板块,难度相较于理工科高等数学适度下调。教学实践中,充分结合文科生的思维特质,通过营造富有仪式感的课堂体验,构建完整的教学闭环。课程伊始,绪论课从宏观层面勾勒课程内容框架、学习方法、教学目标与应用价值,课程尾声,结课总结将对上述内容逐一印证、深化沉淀。一学期的教学实践,始终秉持“知识传授”与“能力培养”并重的理念,既关注学生对微积分知识的掌握,更重视其在思维方式、学习习惯与学科认知层面的渐进成长。本次结课总结,既是对课程教学成效的全面复盘,也是对学生成长足迹的温情定格,更是为后续课程衔接搭建桥梁的关键契机,目的是让微积分的教学超越单纯的知识传递,延伸至能力培养与人文浸润的维度。这种有绪论有结课的教学闭环,既是数学逻辑严谨性的宏观体现,也是教学过程遵循“有始有终”的对称之美的具象呈现。

长期以来,高等数学类课程的课堂教学改革备受数学界关注。钟、李和谷[1]基于 OBE 理念探索了高等数学教学方法创新;康[2]构建了高等数学问题驱动式教学模式;魏和董[3]以兴趣为导向开展了高等数学教学改革实践;顾[4],付、李、赵[5]研究了高等数学课程思政的建设与实践;高[6],文、韩和孙[7]探讨了数学思想融入高等数学课堂的策略。近年来,关于高等数学绪论课的研究也逐渐升温,王[8]剖析了绪论课的作用与内容;孙、胡[9]阐述了绪论课的教学设计思路。在课程评价环节,包、王、李、郭[10]对我国的科考制度进行了历史研究;王、李、李、刘[11]对比分析了闭卷、开卷、课程论文三种考核方式的功能差异;肖[12]则聚焦于单节课的结课方式。然而,针对整门课程(除考核环节外)的系统性结课总结研究,国内外目前仍处于空白阶段。经过一学期的学习,最初制定的课程目标是否达成?学生在知识和能力层面有哪些具体收获?这些问题均需通过系统的结课总结予以回应。下面将以《微积分基础》课程为例,呈现完整的课程结课总结方案。

2. 教学目标在课程实践中的落地与核验

在绪论课上,我们曾对微积分的核心内容、学习方法、教学目标与应用场景作出初步展望。经过一学期的教学实践,这些“初始约定”均在课程推进过程中得到充分体现,形成了“展望-践行-验证”的完整教学链条。在本次结课总结中,将以“收获与成长”为主题,对绪论课提出的各项教学目标进行逐一核验。

2.1. 知识维度:知识体系的结构化建构与核心内容的系统化表征

结课总结以一首原创歌曲《微积分之歌》作为开篇,将一学期的核心知识点融入歌词创作,在轻松的课堂氛围中引导学生系统回顾课程知识脉络。

微积分之歌

(豆包辅助作词, suno 作曲, 以视频形式呈现)

翻开课本,第一章极限登场, ε - δ 的定义,闪烁着严谨的光,

柯西的准则,判定收敛的方向,无穷小的阶,比出快慢的模样。

笔尖划过,导数跃然在纸上,牛顿莱布尼茨,架起桥梁一双,

罗尔拉格朗日，中值定理放光芒，洛必达的法则，破解未定的迷茫。

单调凹凸，描绘函数的肖像，极值拐点，藏在导数的零点上，

泰勒公式，展开无穷的想象，麦克劳林级数，书写近似的篇章。

积分符号，像小船儿荡呀荡，黎曼的和式，铺满区间的宽广，

换元分部，是通关的锦囊，微积分基本定理，连接微分和积分的远方。

哦，微积分，智慧的海洋，柯西牛顿，指引着方向，

定理公式，编织成网，探索的脚步，永远不返航。

合上书页，知识刻在心房，数理的浪漫，永远滚烫明亮。

这首歌系统涵盖了《微积分基础》课程的核心概念、重要定理、关键数学家。以歌曲的形式作为结课总结的开场，不仅有效激发了学生的兴趣，更让他们在听唱过程中自然完成了对全学期知识体系的回顾，同时直观展现了 AI 工具在辅助教与学中的应用价值。

绪论中提及的“函数、极限、导数、积分”四大核心模块，并非孤立存在，而是在课程中形成了层层递进、环环相扣的知识体系。该体系可通过一条函数曲线(图 1)进行可视化呈现：从某点的极限(含极限不存在的情形)、函数的连续与间断，到可导的判定及其几何意义，再到导数的多元应用(单调性、凹凸性、极值最值、拐点、曲率、渐近线)，进而延伸至积分(曲边梯形面积、旋转体体积)、反常积分(不封闭平面区域面积)。这种可视化的知识串联方式，既揭示数学知识的几何内涵，也直观地体现了“数形结合”的思想精髓。

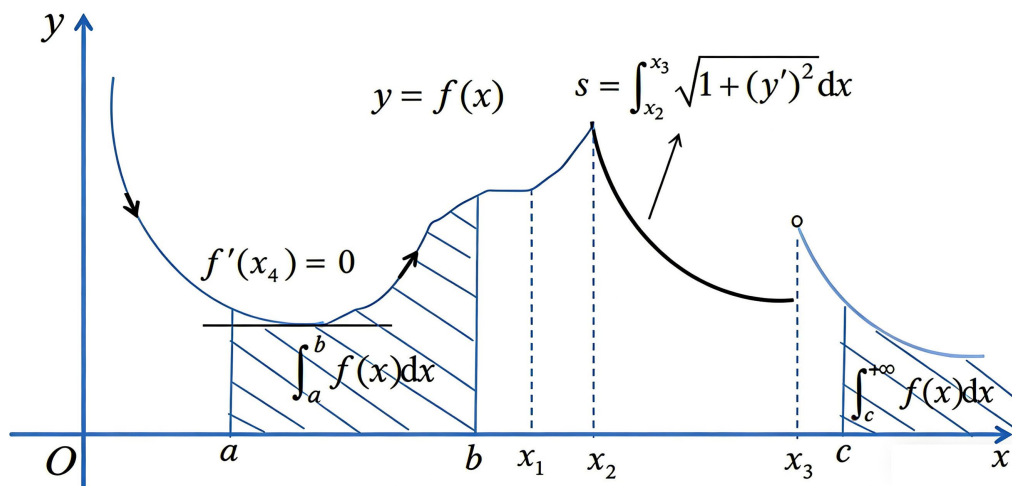


Figure 1. Calculus knowledge overview

图 1. 微积分知识图览

整个知识体系是以极限为基础工具，从函数的连续性入手，推导出导数与积分的定义与运算性质，再通过微积分基本公式实现导数与积分的辩证统一，最终拓展至多元函数微分的初步探索。每一个知识点的讲授，均呼应了绪论中“从直观到抽象，从特殊到一般”的内容设计思路。例如在“导数的应用”章节，教学从“切线斜率、瞬时速度”等实例出发，逐步拓展至经济分析、物理运动等实际场景，让学生深刻体会到“微积分是描述变化的数学语言”这一核心定位。

2.2. 能力维度：学习策略的内化与自主学习能力的系统构建

绪论课所倡导的“理解本质而非死记公式”“注重逻辑推导而非机械计算”“勤于练习与善于总结”

等学习方法, 在一学期的教学实践中已逐步内化为学生的自觉意识, 并在学习成效中得到显著体现。

2.2.1. 数学语言表达的严谨性与量化思维意识的培养

由于文科学生语言表达习惯偏感性, 量化思维意识相对薄弱, 这一问题在课程初期的作业中已有所体现(辅以典型案例)。例如, 学生在数列极限的精确概念理解上存在偏差, 相关分析式证明的表达不够严谨。针对这一现象, 教学中通过典型作业剖析与针对性训练, 引导学生逐步规范数学语言的使用。在后续关于函数连续性概念及闭区间连续函数性质的相关证明作业中(辅以作业佐证), 学生语言表达的严谨性已有明显改善, 能够更精准地运用数学术语进行逻辑推导。

2.2.2. 逻辑推理能力的系统训练

证明题是学生数学学习中的难点, 其核心原因在于学生缺乏严密的逻辑思维能力。经过一学期的系统训练, 这一状况得到显著改善。例如, 在运用极限的四则运算法则求极限时, 学生在中学阶段往往未关注法则成立的前提条件(每一项的极限都存在, 且分母极限不为 0)。通过大学阶段的作业训练, 在经历几次典型错误后, 学生已能主动验证法则的适用条件。再如, 在利用微分中值定理证明命题时, 学生也能先验证辅助函数是否满足定理的条件, 再推导得出结论。

从课堂互动的变化可以看出, 学生已从最初的“被动接受公式”转变为“主动追问公式的推导逻辑”; 作业质量的提升也能印证学习方法的内化——不少学生在解题过程中, 会主动标注“此步骤运用了拉格朗日中值定理的核心思想”“通过换元法将复杂积分转化为基本积分公式形式”, 展现出对学习方法的自觉运用。

2.2.3. 抽象思维能力逐渐提升

微积分的核心难点在于其高度的抽象性, 这些由数字和符号堆积起来的公式, 看不见摸不着, 较难理解, 经过一学期的训练, 学生对抽象概念的接受度明显提高。如导数、积分等概念均从实际案例引入, 通过分析具体问题的解决方法, 再剥离其实际意义, 单纯从数量关系中总结共性, 最终抽象出数学概念。这种从具体到抽象的思维训练, 让学生逐渐总结了抽象总结的方法, 不再对抽象概念感到畏惧。

2.2.4. 创新思维与科研素养的启蒙

教学中融入了“从特殊到一般、猜想与验证”的科研思维范式, 使学生的创新能力得到有效锤炼。以微积分基本公式的教学为例, 从速度函数与位移函数、 x^2 与其原函数 $\frac{1}{3}x^3$ 在特定区间上的增量关系出发, 引导学生从“偶然”规律中发现“必然”本质, 进而提出猜想并完成微积分基本定理的严谨证明。

在数列极限的教学中, 以“有界数列不一定收敛”的问题为切入点, 启发学生开展递进式思考: 在条件不变时能否得到更弱的结论(如致密性定理: 有界数列必有收敛子列); 在条件加强时(如增加“单调”性质)能否得到更强的结论(如单调有界准则)。

在罗尔定理的延伸学习中, 通过剖析其条件的局限性(尤其是 $f(a)=f(b)$ 的严格限制), 引导学生思考弱化条件后的结论, 结合几何直观推导出拉格朗日中值定理, 完整呈现了“提出问题 - 分析问题 - 推广结论”的创新思维路径。

这些训练不仅让学生掌握了具体的数学知识, 更培养了其自主探索与学术创新能力, 为后续的自主学习及深入研究奠定了坚实基础。

2.3. 学习方法维度: 高效协同学习范式的构建与实践

在本学期《微积分基础》课程的教学实践中, 探索并形成了以团队合作、归纳总结、举一反三、类比迁移、对比联想为核心的高效学习方法体系。

团队协作是实现互助互学、提升学习成效的重要路径。俗语有云：“一个人走得很快，一群人走得 更远”。本学期的数学学习中，依据学生的学业基础进行分组，组建了 6 个学习小组，其中第 6 组的实践成效尤为突出，该组组长将基础稍薄弱的文科学生集中，建立线上研讨群并邀请教师入群指导，每日发布经教师适配难度的典型习题，晚间固定时段组织学生轮流讲解，深化学生对知识点的理解；周末开展本周知识点梳理总结，构建思维导图；针对共性疑难问题，邀请教师线下讲授或录制解题视频发布于群组，最终实现组内成员学业成绩显著提升，数学学习兴趣增强，自信心与课堂参与度同步提高。实践表明，团队协作既是破解学术难题的重要手段，也是夯实学生根基的有效策略，这种协作意识的培养，将为后续学习与学术研究构建科学高效的学习路径。

归纳总结与举一反三是高效学习的核心方法，在分部积分法的教学中得到充分实践。通过梳理总结“反对幂指三、靠后进微分”的分部积分口诀，引导学生掌握分部积分的运算规律，实现从“会做一道题”到“会解一类题”的能力跃迁。部分学生在错题本中自主总结的“极限计算易错点”“积分换元技巧归纳”等内容，将总结归纳的学习方法落到实处，展现出良好的自主学习能力。

类比迁移与对比联想的思维方式，为学生从一元微积分到多元微积分的知识过渡搭建桥梁。教学过程中，引导学生将一元函数的极限、导数概念类比迁移到多元函数的极限、偏导数定义，并通过对比分析两类函数在极限求解中的异同，促使学生深刻把握数学概念的本质与内在关联。此外，“化未知为已知、化复杂为简单、降高维为低维”的化归思维，已成为学生处理复杂数学问题的核心策略。

2.4. 素质维度：严谨求实学术品格的系统塑造

面对高强度的课程学习与训练压力，学生展现出不畏困难、坚持不懈、精益求精的工匠精神。尽管早 8 时段的微积分课程挑战较大，但学生始终通过多种方式克服困倦，保持专注；针对未完全理解的积分上限函数等知识点，部分学生课后主动提问并记录课堂笔记；在甲流高发期，多位同学坚持带病上课，甚至有位同学发烧晕倒(不提倡带病学，健康为首要前提)。这些行为既传承了牛顿、拉格朗日等数学家刻苦钻研的治学精神，也彰显了学生追求进步的执着态度。

这种严谨求实的学术品格在课后作业中得到充分体现。多数学生认真订正错题，精准批注出错原因、解题思路、注意事项等，部分学生作业书写工整，步骤规范，图表清晰，展现了对学术细节的极致追求。值得关注的是，部分原本对数学兴趣不高的文科学生，也能以积极的态度参与课堂互动，这种高度配合、认真负责的态度，将成为他们未来职业发展的宝贵品质。

综上所述，本课程设定的“掌握微积分基本概念与运算技能”“培养逻辑推理与抽象思维”“培养量化思维意识”“树立数学应用意识”“塑造核心素养”等教学目标，在课程考核与实践表现中均已全面达成。从课堂提问与小组讨论来看，学生能够精准阐述导数、积分的定义本质，熟练求解各类运算题型，体现了扎实的基础技能；在描述事物及工作总结中，学生有意识地用数字，形成了量化思维意识；在“微积分在实际问题中的应用”专题作业中，学生运用定积分计算不规则图形面积、利用导数优化生产方案，初步展现了将实际问题转化为数学模型的能力；在课后讨论中，部分学生主动探索微积分在经济学、物理学、工程学、军事学等领域的具体应用，印证了“应用意识”的有效培养。由此可见，本课程的教学目标已得到全面达成。

3. 学生发展轨迹的可视化见证与分析

教学的本质在于心灵的唤醒与成长的陪伴。一学期以来，教学团队持续追踪每位学生的成长轨迹，通过课堂表现记录、作业质量分析、思维方法交流等多元途径，捕捉学生的每一次进步与蜕变，并以影像形式留存这些关键成长节点。

在课堂层面，部分学生从最初的“沉默寡言”转变为主动举手分享解题思路，眼神中流露着对知识的渴望与自信；在作业层面，部分学生从最初的“格式不规范、步骤不完整”演进为“书写工整、逻辑清晰”的严谨作答，字里行间彰显出认真务实的学习态度；在思维层面，部分学生从最初“依赖例题模仿解题”转变为“主动构建知识框架、灵活运用多种方法解题”，体现了数学思维的深度发展。结课总结中展示的身影与记录，既是对学生努力的肯定，也让学生在回顾中感知自身的成长与进步——那些曾经的困惑与难题，如今已化为成长的阶梯；那些点滴的积累与坚持，最终汇聚成能力的提升。这种可视化的成长见证，既传递了教学中的人文关怀，也激发了学生的成就感与自信心，为后续的学习注入了持久动力。

4. 课程知识体系的衔接与拓展

微积分的结课并非学习终点，而是后续课程学习的逻辑起点。作为后续专业课程的数学基础，微积分的知识体系与思维方法将在概率论与数理统计、数学建模、数据处理等后续课程中得到进一步应用与拓展。

在概率论与数理统计中，定积分将成为连续型随机变量的概率计算、期望与方差求解的重要方法；在数学建模中，导数思想将用于分析变化率、建立方程模型的核心工具，且微积分的整体应用则成为解决复杂实际问题的关键手段。在算法与优化领域，导数、梯度及最优化理论更是理解和实现机器学习、深度学习等现代方法的基石。本次结课总结通过梳理后续课程与微积分知识的衔接点，引导学生建立“知识体系化”认知，使其明晰当前所学的微积分知识并非孤立存在，而是构建数学知识大厦的重要基石，是运用数学思维和数学方法解决专业问题的根基。同时，鼓励学生带着在微积分课程中培养的逻辑思维、学习方法与应用意识，以更积极的态度迎接后续课程的挑战，在数学学习的道路上持续探索、稳步前行。

5. 研究局限与展望

本研究仅面向我校文科专业学生开展，未覆盖理工科、艺术类等其他学科背景学生，未涉及线上教学为主的混合式教学场景，不同专业学生的数学基础、思维习惯与学习需求存在显著差异，当前教学设计的适配性仍需在多元样本中进一步检验。

当前评价以课堂表现、作业质量、期末考核等形成性与终结性评价为主，对学生长期学习成效(如后续课程表现、科研应用能力)的追踪不足，难以全面评估教学模式对学生长远发展的影响。

针对以上问题，下一步可将结课总结教学模式推广至不同专业、不同层次的学生群体，或不同教学形态(如线上线下混合教学、AI 赋能课堂)的教学班级，开展跨专业、跨区域的对比研究，验证模式的普适性，形成更具一般性的教学结论，提升模式的应用广度。建立学生长期追踪数据库，持续关注学生在后续课程、科研实践、职业发展中的表现，从更长远的视角评估教学模式对学生核心素养与终身学习能力的培养效果。也可以进一步探索 AI 工具、大数据分析等技术在教学闭环中的应用，如利用 AI 辅助生成个性化结课总结、通过学习数据分析精准识别学生薄弱环节，提升教学的精准性与智能化水平。

6. 结语

一学期的微积分教学，始于绪论的宏观勾勒，行于知识的细致传授，终于总结的温情沉淀。教学团队既见证了绪论中预设的教学目标在课程实践中逐一落地，也陪伴了学生在点滴积累中实现能力成长，更为后续课程的学习搭建了坚实的桥梁。

与往届同专业文科学生相比，本课程的教学改革成效显著：往届学生选用理工科高等数学教材，因难度与专业需求适配性不足，课堂活跃度偏低，课程不及格率约为 15%；本届学生在未降低考试难度的

前提下实现全员及格,课堂参与度与学习主动性显著提升,充分印证了“适配文科思维、构建教学闭环、强化结课总结”等一系列教改措施的有效性。

微积分的学习不仅让学生掌握了一门重要的数学工具,更培养了他们严谨的逻辑思维、科学的学习方法与积极的治学态度。而这次结课总结,作为教学闭环的重要一环,既彰显了数学学科“有始有终”的对称之美,也传递了教学过程中的人文温度(所有学生均在总结环节中被关注与提及)。愿每位学生都能带着在微积分课程中的收获与成长,在未来的学习与生活中,以严谨的思维、坚定的信念、不懈的追求,书写属于自己的精彩篇章;也愿微积分的知识与思想,能成为他们探索世界、解决问题的有力武器,伴随他们在人生的道路上不断前行。

教学团队将以本次总结为契机,持续探索适合文科生的数学教学路径,也进一步关注适合不同专业、不同层次学生的数学学习方式,让更多学生在微积分的学习中感受数学之美、提升理性思维、实现全面发展,为培养兼具人文素养与科学精神的复合型人才贡献力量。

参考文献

- [1] 钟金,李师煜,谷芳芳. OBE 教育理念下的高等数学教学方法[J]. 时代教育, 2025(7): 85-87.
- [2] 康瑞妮. 高等数学问题驱动教学模式的探索[J]. 现代职业教育, 2020(44): 34-35.
- [3] 魏杰,董珺. 以兴趣为导向的高等数学课程教学改革与实践[J]. 兰州工业学院学报, 2022, 29(3): 133-136.
- [4] 顾燕. 高等数学课程思政建设与实践[J]. 大学教育, 2023(24): 89-92.
- [5] 付作娴,李兴华,赵辉. OBE 教学理念下高等数学课程思政研究与实践[J]. 高教学刊, 2023, 9(S1): 181-184.
- [6] 高红志. 例论非数学专业《高等数学》教学中数学思想的渗透[J]. 沧州师范学院学报, 2019, 35(1): 111-114.
- [7] 文生兰,韩艺兵,孙铭娟. 基于化归思维的高等数学问题求解策略及应用研究[J]. 应用数学进展, 2025, 14(9): 1-4.
- [8] 王宇翔. 高等数学绪论课的作用与内容[J]. 教育现代化, 2019, 6(105): 228-229.
- [9] 孙慧玲,胡伟文. “高等数学”绪论课的教学设计[J]. 海军工程大学学报, 2021, 18(2): 56-59.
- [10] 包宁,王秀芝,李艳聪,郭俊旺. “津津有味,回味无穷”回味法下大学课程结课方式研究[J]. 当代教育实践与教学研究, 2017(3): 698-699.
- [11] 王秀芝,李玉乐,李书环,刘娜. 高校课程结课方式的分析[J]. 教育现代化, 2017, 4(34): 204-205.
- [12] 肖耀胜. 新课程下数学结课漫谈[J]. 数学学习与研究, 2011(8): 52-53.