

指向高阶思维培养的高中数学“问题提出” 教学策略研究

——以“函数奇偶性”为例

何 晶, 邵贵明*, 易成强

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2026年3月7日; 录用日期: 2026年4月8日; 发布日期: 2026年4月16日

摘 要

在呼唤拔尖创新人才培养与落实核心素养的背景下, 培养高阶思维人才是各国的战略选择。高阶思维是提升学生数学核心素养的关键要素, 问题提出教学是撬动学生高阶思维发展的有效路径。基于布鲁姆的认知层次理论和蔡金法的问题提出模式, 本文构建了策略性、批判性、创造性三维高阶思维评价框架, 并提炼出四条实施策略, 即精心设计问题提出任务情境; 设计恰当的教师引导语; 恰当组织学生提出问题; 重视对学生所提问题的反馈。并以高中数学“函数奇偶性”为载体, 结合问题提出教学“教师设计问题情境 - 教师设计引导语 - 学生提出问题 - 师生处理问题”四环节流程进行分析, 旨在为高中数学课堂通过问题提出教学发展学生高阶思维提供参考。

关键词

高阶思维, 问题提出, 高中数学, 教学策略, 函数奇偶性

Research on the Teaching Strategies of “Problem Posing” in Senior High School Mathematics Oriented to the Cultivation of Higher-Order Thinking

—A Case Study of “Odd and Even Functions”

Jing He, Guiming Shao*, Chengqiang Yi

*通讯作者。

Abstract

In the context of calling for the cultivation of top-notch innovative talents and the implementation of core literacy, the cultivation of high-level thinking talents has become a strategic choice for all countries. High-level thinking is a key element in enhancing students' core literacy in mathematics, and problem-posing teaching is an effective path to promote the development of students' high-level thinking. Based on Bloom's cognitive hierarchy theory and Jinfu Cai's problem-posing model, a three-dimensional high-level thinking evaluation framework of strategic, critical and creative thinking was constructed in this paper, and four implementation strategies were distilled, that is, carefully designing problem-posing task situations; designing appropriate teacher guidance language; appropriately organizing students to pose questions; and attaching importance to feedback on the questions raised by students. Taking the high school mathematics "odd and even functions" as the carrier, and combining the four-step process of problem-posing teaching "teacher designs problem situations-teacher designs guiding language-students pose questions-teachers and students handle questions" for analysis, the aim is to provide a reference for the development of students' high-level thinking in high school mathematics classrooms through problem-posing teaching.

Keywords

Higher-Order Thinking, Problem Posing, High School Mathematics, Teaching Strategies, Odd and Even Functions

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引用

在呼唤拔尖创新人才的需求下,传统教育中侧重记忆与理解的“低阶思维”培养模式,已无法适配学生核心素养发展与未来社会对创新型人才的需求。问题提出作为一项重要的认知活动,它有助于学生探索、发现和创造能力的发展,同时也有利于学生提高解决复杂问题的能力,对于培养人的高阶思维具有重要作用。《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》明确将“提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力”作为课程目标[1]。因此,将问题提出有机融入高中数学教学,是教学理念的深刻变革,是发展学生高阶思维、落实数学核心素养的关键抓手。

现有国内外研究中,布鲁姆的认知层次理论为高阶思维界定提供了经典框架,蔡金法、吕传汉等学者为问题提出教学构建了基础模式,诸多研究也证实了问题提出与思维发展的正相关关系。但现有研究仍存在不足之处,如问题提出教学的案例设计多侧重理想流程,对真实课堂中的实施困境与应对策略探讨较少,实践指导性有限。

基于此,本研究以“函数奇偶性”为载体,重点解决两个问题:如何提炼指向高阶思维培养的问题提出教学策略?如何将问题提出融入高中数学课堂教学?以期弥补现有研究的不足,为高中数学问题提出教学的落地提供参考。

2. 核心概念与理论基础

2.1. 高阶思维

高阶思维的发展由来已久，国内外学者都对其进行了研究。美国教育家布鲁姆(2001)将认知发展水平划分为记忆、理解、应用、分析、评价、创造六个层级，明确将分析、评价、创造界定为高阶认知水平，并认为其指向高阶思维的培养[2]。我国钟志贤教授则指出高阶思维是发生在较高认知水平上的心智活动，主要由问题求解、决策、批判性思维与创造性思维等构成[3]。结合布鲁姆、钟志贤等学者的观点，立足高中数学学科特点，本研究将数学高阶思维界定为：在高中数学课堂中，学生在数学学习活动中为完成教师在任务情境中所提出的要求，所表现出来的较高认知水平的心智活动，具体表现为策略性思维、批判性思维、创造性思维三个维度，各维度具体行为表述见表1。

Table 1. Specific behavioral descriptions of each dimension of advanced mathematical thinking

表 1. 数学高阶思维各维度具体行为表述

维度	行为表述
策略性思维	学生能抽象出数学概念、规律；能从不同角度提出数学问题，能选择最优解题方法，优化问题探究步骤。
批判性思维	学生能对数学概念、结论、他人观点及自身提出的问题进行理性质疑，能通过反例否定错误的数学命题，能审视解题过程中的逻辑漏洞。
创造性思维	学生能突破教材既定知识边界与常规思维局限，提出新颖性、独特性的数学问题，能给出一个数学问题的创新解法。

2.2. 问题提出

问题提出与教师提问存在本质区别：课堂中的问题提出是指教师引导学生根据给定的问题情境，主动提出可解答的数学问题，核心是学生提问；而教师提问是指教师提出问题，学生回答，核心是学生应答。问题提出作为一种贯穿教学过程的教学手段，强调以学生主动提问推动学习，旨在培养学生的思维能力、创新能力与问题解决能力。现有研究中，汪秉彝和吕传汉提出的“情境-问题”数学教学模式，包含创设问题情境、提出数学问题、解决数学问题、注重数学应用四环节[4]，奠定了问题提出教学的基础框架。蔡金法教授进一步提炼出更具操作性的问题提出教学模式，分为四步骤：教师呈现问题情境；教师设置引导语；学生提出问题；师生处理问题[5]。通常在课堂中步骤1和步骤2同时呈现，但在这个模式中将其分开，是为了强调在设计问题提出的教学任务时，问题情境和引导语同样重要。本研究沿用蔡金法教授的四步骤模式，明确问题提出课堂教学的核心是教师根据教学目标设置任务情境、提出任务要求、引导学生参与问题提出活动、并与学生共同处理所提问题的过程。因此，教师设计问题提出教学需把握三个关键点：一是合理设计问题提出任务，二是有效组织学生参与提问活动，三是及时对学生所提问题进行反馈与处理。

2.3. 问题提出促进高阶思维发展的内在机制

问题提出作为一种主动的、建构性的思维活动，其对高阶思维的促进作用并非偶然，相较于单纯问题解决“被动接受任务-寻求标准答案”的思维模式，问题提出要求学生从“被动思维”转向“主动思维、逆向思维”，其思维过程更依赖分析、评价、创造等高阶认知能力。

问题提出是从“情境”到“问题”的逆向思维过程，学生需要先对数学情境进行分析，提取其中的数

学信息、识别数学关系、关联已有知识，再根据信息与关系提出有价值的数学问题。这一过程要求学生具备较强的分析能力，能够对情境进行拆解、整合，同时需要学生自主规划思维路径，选择合理的角度提出问题，而这正是策略性与创造性思维的核心体现。

问题提出也能提升学生的元认知监控能力，元认知监控是指学生对自身思维过程的监督、评价、调整，是高阶思维的重要构成。问题提出的过程是一个“提出-评价-修正-完善”的动态过程，学生需要对自己提出的问题进行评价，判断问题是否具有数学价值，同时也需要对其他同学提出的问题进行分析、质疑、评价，在互动交流中发现问题的不足、完善问题的表述。这一过程要求学生跳出自身的思维局限，以理性、批判的视角看待问题，既实现了对自身思维过程的元认知监控，也推动了批判性思维的发展。

由此，问题提出教学的“情境设计-引导语设计-学生提问-师生处理问题”四环节，并非孤立存在，而是形成了完整的思维培养闭环，与策略性、批判性、创造性三维高阶思维存在天然的内在契合性，三者相互渗透、协同发展，共同推动学生思维能力的提升。

3. 指向高阶思维培养的高中数学“问题提出”教学策略

高阶思维不会自然发生，它是由困惑、混淆或怀疑引发的，问题对于高阶思维的发生有着重要意义，学生提出问题更能体现学生的主体地位，可以促进学生数学知识的构建，激发学生的创造性思维[6]。基于此，借鉴高阶思维培养和问题提出教学的相关研究成果，以培养学生的高阶思维为教学目标，概括了指向高阶思维培养的问题提出教学策略。

3.1. 精心设计问题提出任务情境

教师设计问题情境是高阶思维培养的前提，学生通过理解问题情境发展策略性思维。问题提出任务设计是问题提出课堂教学的起点[6]。优质的问题情境能衔接旧知与新知，为学生搭建思维支架，这一过程中，学生需结合已有的知识经验，选择合适的切入点思考“从哪里提问”，本质上是策略性思维的初步训练，为后续主动提问与问题解决奠定基础。而教师想要在课堂中让学生能够提出问题，教师首先自己需要正确理解问题提出的内涵，区别其易混淆概念，如教师提问，学生质疑，并且提升自身问题提出的能力以及预测学生可能提出问题的能力[7]。其次，教师需要结合学生的学习目标与学习基础设置恰当的问题提出情境[8]。学生的问题提出能力不能凭空产生，需要教师提供的任务情境及要求可以尽量丰富，如设计生活情境、数学史情境、动态几何软件生成的视觉冲突情境等多元情境，能为学生提供充分的提问平台，让学生自然、深刻地发现并提出数学问题。因此，教师应强化对数学问题提出的深刻理解、重视创设合理问题情境和重视包含多个数学问题提出的教学活动。

3.2. 设计恰当的教师引导语

引导语是学生提问的“方向标”，能帮助学生规划提问思路，避免盲目提问，同时引导学生的思维从低阶向高阶进阶。同一问题情境下，要求学生提出一个问题和提出不同难度的问题以及提出尽可能多的问题对学生的挑战不同。这时教师需要根据实际教学目标需要，提出不同的引导语来引导学生思维的发展。科学的引导语能够引导学生的思维向高阶发展，运用启发式、开放式的引导语，可以引导高阶思维的进阶方向。在问题提出教学中，教师应避免使用“是不是”“对不对”等低阶引导语，多使用“你如何证明”“你能提出什么问题”等开放式引导语，引导学生的思维从低阶向高阶进阶。如表2是引导语对比表，体现教师的引导语对学生思维引导的不同作用，低阶引导语仅仅是让学生判断函数是否关于 y 轴对称，而高阶引导语是要求学生提出判断图象是对称的依据，后者更能体现学生思维的进阶。

Table 2. Comparison table of guidance statements**表 2.** 引导语对比表

低阶引导语	高阶引导语
这个函数关于 y 轴对称吗?	如果你要向别人证明这个图象是对称的, 你会提出什么样的判断标准?

3.3. 恰当组织学生提出问题

教师组织学生根据任务情境提出问题是问题提出教学的关键, 能够促进学生创造性思维与批判性思维的发展。传统教学是教师提问, 学生回答, 而问题提出教学要求学生自主发现问题、提出问题。当学生提出新颖、独特的问题时, 正是创造性思维的集中体现, 同时, 学生在提出问题前, 需判断提出的问题是否合理, 这一自我辨析的过程, 便是批判性思维的初步萌芽。学生可以采用个人独立思考与小组合作探究两种方式提出问题, 问题提出教学既能体现学生数学学习的个体性, 也能体现社会性[9]。在小组合作中, 学生之间互相讨论, 更能促进思维的碰撞。另外, 学生能够理解问题情境及任务是学生顺利提出问题的前提, 教师需要通过全班询问或个别询问了解学生是否理解问题情境与要求, 如果学生不能理解所给的情境, 教师需再次解释确保学生理解。在呈现问题提出任务后, 如果学生经过长时间思考和挣扎之后感觉有困难时, 教师可以给出适当的提示, 但不能在学生未开始思考之时就给予明确的提示, 这会降低学生进行问题提出活动的难度, 是影响问题提出任务实施水平的重要因素。因此, 组织学生提出问题的关键是需要学生经历必要的独立思考和挣扎, 这才是通过问题提出教学发展学生高阶思维的关键。

3.4. 重视对学生所提问题的反馈

教师对学生所提问题进行处理反馈是发展学生批判性思维与策略性思维的核心环节。这一阶段, 师生需共同对学生提出的问题筛选, 对于那些非数学问题、无效的数学问题要及时指出, 在这个过程中能够培养学生的批判性思维。由于学生的思维灵活, 因此提出的问题也多样, 教师无法在课堂上全部处理这些问题, 因此有效的路径在于教师在课前就预设学生可能提出的问题类型, 然后在课堂上迅速将学生提出的问题进行归类整理。根据课堂的教学目标及问题的难度选择一些典型问题进行解答。对于简单问题就在课堂上邀请学生即时反馈, 若是难度较大的问题就布置成探究作业, 让学生课后思考, 而对于中等难度的问题, 教师就在课堂上组织学生重点分析、探究解答。辨析问题的合理性、探究价值, 剔除无效问题、修正错误问题, 这一过程能倒逼学生理性质疑、深度反思, 发展批判性思维, 同时针对有价值的问题, 教师通过精准反馈引导学生思考如何解决问题, 学生需对比不同解题思路, 选择最优方案, 这一过程则是策略性思维的深度提升。

4. 问题提出融入“函数奇偶性”教学设计案例

以“函数奇偶性”为载体开展问题提出教学, 遵循问题提出教学的四个环节, 创设问题情境、教师提出引导语、学生提出问题、师生处理所提问题来体现学生思维的进阶。

4.1. 环节一：设计阶梯式问题情境，发展策略性思维

问题情境的设计需贴合学生认知, 衔接旧知, 引发学生认知冲突。本环节设计 3 层阶梯式情境: 一是图象感知, 多媒体上展示 $y = x^2$ 、 $y = 2 - |x|$ 、 $y = x$ 、 $y = x^3$ 、 $y = 2x + 1$ 五组函数的图象。这样能让学生直观感受图象的对称性, 唤醒学生关于初中轴对称与中心对称知识的认知, 从形的角度认识函数奇偶性。二是代数计算, 取自变量 x 的一些特殊值, 观察相应函数值的情况, 从而得出猜想。让学生观察当 x 取一对相反数时, 相应的两个函数值有什么变化? 比如计算五组函数中 $f(1)$ 与 $f(-1)$ 、 $f(2)$ 与 $f(-2)$ 、

$f(3)$ 与 $f(-3)$ 的数值关系。这是为了引导学生从感知图象转向思考代数解析式,从数的角度去找函数奇偶性的性质。三是认知冲突,教师提问为什么有的函数图象对称,有的不对称, $f(x)$ 与 $f(-x)$ 的关系和图象对称性有必然联系吗?类比函数单调性,你能用符号语言精确描述函数图象关于 y 轴对称与关于原点对称这一特征吗?引发学生疑问,引导学生从形与数两个角度思考如何提出自己的问题,发展策略性思维。

4.2. 环节二：设计分层引导语，精准引导多元提问

分层引导语是解决学生不会提问、不敢提问的关键,需适配不同层次学生的认知水平,同时精准指向高阶思维,让每个学生都能找到提问的切入点。针对全体学生设计基础引导语“结合刚才的图象与代数计算,你能针对 $f(x)$ 与 $f(-x)$ 的关系,提出1~2个基础问题吗?”针对中等生设计进阶引导语“如果将函数换成 $y = \frac{1}{x}$ 、 $y = \sqrt{x}$ 等分式函数、根式函数,你又如何判断 $f(x)$ 与 $f(-x)$ 的关系呢?”这有利于引导学生拓展思考、质疑辨析、发展批判性思维。同时,针对学优生设计高阶引导语“你能提出一个教材中没有提及的、关于函数奇偶性性质延伸的问题吗?”这是鼓励学生突破常规、大胆创新,培养创造性思维的好方法。

4.3. 环节三：学生多元提出问题，凸显高阶思维层次

在情境与引导语的双重支撑下,学生主动提出问题,现预设学生可能提出的问题维度:一是策略性思维导向问题,如何用代数证明这7个函数 $y = x^2$ 、 $y = 2 - |x|$ 、 $y = x$ 、 $y = x^3$ 、 $y = 2x + 1$ 、 $y = \frac{1}{x}$ 、 $y = \sqrt{x}$ 的奇偶性呢?判断一个函数的奇偶性,第一步应该做什么?用图象法或定义法判断函数奇偶性,哪种方法更快捷?有什么适用条件?判断函数奇偶性时,有没有固定的步骤可以遵循?二是批判性思维导向问题,教材说奇函数的图象关于原点对称,那反之关于原点对称的函数一定是奇函数吗?定义域不关于原点对称的函数,有可能是奇函数或偶函数吗?如果一个函数是奇函数,那么它在定义域内一定是单调函数吗?三是创造性思维导向问题,如有没有函数既是奇函数又是偶函数?这样的函数有多少个?两个奇函数的和、差、积、商,结果还是奇函数吗?偶函数呢?复合函数 $f(g(x))$ 的奇偶性和 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的奇偶性有什么关系?

4.4. 环节四：师生协同处理问题，强化高阶思维提升

本环节分两步推进,第一步,师生协同筛选问题,深化批判性思维。先让学生分组互评,判断所提问题的合理性与探究价值,再由教师引导全班辨析。教师明确定义域与奇偶性的关系、奇偶函数性质的延伸等为有价值问题,让学生在互评与辨析中学会理性质疑、精准判断。第二步,教师分层反馈,引导解决,提升策略性思维与创造性思维。对于策略性问题,如启发学生运用“数形结合、从特殊到一般”的思想探究奇偶函数定义,以及判断奇偶性的步骤,引导学生总结“先看定义域是否关于原点对称,再算 $f(-x)$,最后对比 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系”的最优步骤;对于批判性问题,如定义域不关于原点对称,有可能是奇函数或偶函数吗?引导学生通过举反例、推定义的方式验证猜想;对于创造性问题,如奇偶函数的运算性质,引导学生自主举例、推导结论,发展学生的创新思维。例如,师生之间开展了如下对话,营造了良好的学习氛围。

师:同学们如何得出偶函数定义呢?请同桌之间互相讨论。

生:比如 $f(x) = x^2$,得出 x 与 $-x$ 的函数值相等,因此图象关于 y 轴对称。再例如 $f(x) = x^3$,得出 x 与 $-x$ 的函数值相反,因此图象关于原点对称。

师：那同学们能否用符号语言描述这一抽象特征呢？并概括出奇函数与偶函数的定义，别忘了定义域关于原点对称的前提。

在处理批判性问题时，比如定义域不关于原点对称，有可能是奇函数或偶函数吗？学生举例 $f(x)=x^2$ ，定义域限定为 $[0,2]$ ， $x=2$ 时， $-x=-2$ 不在定义域内，无法满足 $\forall x \in$ 定义域 I 的要求，由此明确定义域关于原点对称是奇函数与偶函数的必要不充分条件。针对 $f(x)=2x+1$ 的反例，得出函数值无规律即图象无对应对称，印证函数值规律与图象对称是充要关系，同时强调研究奇偶性必须先看定义域，再看 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系。

在处理创造性问题时，教师让学生根据奇偶函数定义，构造 1 个奇函数、1 个偶函数，上台展示解析式并验证，比如学生构造偶函数 $f(x)=x^2$ 、奇函数 $f(x)=x^3$ 。针对奇偶函数运算规律，先让学生大胆猜想，如偶 + 偶 = 偶、奇 + 奇 = 奇、奇 \times 偶 = 奇，再分组举例验证，明确运算规律的前提和结论。同时教师引导学生思考奇、偶函数的单调性有没有特殊规律？偶函数的最值怎么求更简便？鼓励学生提出新的探究方向，哪怕暂时无法解决，也记录下来课后研究，并强调创造不是凭空想象，而是基于已有知识的合理拓展，敢于试错就是创造的第一步，使创造性思维落地生根。

最后在巩固练习阶段，教师鼓励学生设计函数奇偶性的习题，提问你能根据刚刚所学知识，设计一道相关练习题吗？通过学生自主编题环节，可以让学生将所学知识融会贯通，形成知识网络，自主提出问题来检验知识掌握程度，培养创造性思维。

5. 结语

发展高阶思维是高中数学教学的核心目标，问题提出教学是实现这一目标的有效路径。本研究以“函数的奇偶性”为载体，围绕问题提出教学四环节与策略性、批判性、创造性三维高阶思维的融合展开研究，为教师将问题提出教学融入日常课堂教学提供了策略框架与教学案例。问题提出教学让学生在提出问题、解决问题的过程中，真正成为学习的主体，这也为发展学生高阶思维、落实数学核心素养奠定坚实的基础。但目前问题提出教学对教师专业素质要求极高，如何在有限的课堂时间内平衡“问题提出”与“知识进度”的矛盾仍需要进一步研究。

基金项目

黄冈师范学院 2025 年研究生工作站课题“发展高阶思维的高中数学问题提出的教学实践路径研究”（5032025019）。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] 布鲁姆. 教育目标分类学: 认知领域[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2001: 1-20.
- [3] 钟志贤. 教学设计的宗旨: 促进学习者高阶能力发展[J]. 电化教育研究, 2004(11): 13-19.
- [4] 吕传汉, 汪秉彝. 论中小学“数学情境与提出问题”的数学学习[J]. 数学教育学报, 2001, 10(4): 1-6.
- [5] Cai, J. (2022) What Research Says about Teaching Mathematics through Problem Posing. *Éducation et Didactique*, 16, 31-50. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.10642>
- [6] 陈婷, 徐红, 徐冉冉, 等. 数学教师学习使用“问题提出”教学法的个案研究——以“用字母表示稍复杂的数量关系”为例[J]. 数学教育学报, 2019, 28(2): 7-12.
- [7] 李欣莲, 宋乃庆, 陈婷, 等. 小学数学教师“问题提出”表现研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(2): 1-6.
- [8] 徐冉冉, 李丹杨, 姚一玲, 等. 指向教学改进的“问题提出”数学教学[J]. 数学教学, 2020(10): 1-8.
- [9] 蔡金法, 姚一玲. 数学“问题提出”教学的理论基础和实践研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(4): 42-47.