

# 从“可导点”到“解析点”

## ——复变函数教学中的思政隐喻与价值引领

陈桂英, 赵军圣, 宋颖, 樊树芳

聊城大学数学与系统科学学院, 山东 聊城

收稿日期: 2026年3月1日; 录用日期: 2026年4月2日; 发布日期: 2026年4月14日

### 摘要

本文以“可导点”与“解析点”的概念为切入点, 探讨了其中蕴含的“个体优秀”与“整体卓越”的辩证关系。“可导点”指函数仅在这一点可导, 是孤立性质, “解析点”指的是函数在该点及其邻域内处处可导, 是整体性质, 这两个概念既是“局部特性”与“整体属性”的关系, 也是“独善其身”与“兼济周边”的恰当隐喻。本文通过“解析”概念所承载的思政价值, 阐述了如何引导学生从单纯的知识掌握, 升华到对团队协作、责任担当、社会贡献等价值观的理解与认同, 实现了专业教育与思政育人的有机融合。

### 关键词

课程思政, 可导点, 解析点, 团队协作, 价值引领

# From “Differentiable Point” to “Analytic Point”

## —Ideological and Political Metaphors and Value Guidance in Complex Function Teaching

Guiying Chen, Junsheng Zhao, Ying Song, Shufang Fan

School of Mathematics and Systems Science, Liaocheng University, Liaocheng Shandong

Received: March 1, 2026; accepted: April 2, 2026; published: April 14, 2026

### Abstract

Taking the concepts of “differentiable point” and “analytic point” as the starting point, this paper explores the dialectical relationship between “individual excellence” and “collective brilliance” inherent

文章引用: 陈桂英, 赵军圣, 宋颖, 樊树芳. 从“可导点”到“解析点”——复变函数教学中的思政隐喻与价值引领[J]. 教育进展, 2026, 16(4): 579-583. DOI: 10.12677/ae.2026.164688

in these concepts. A “differentiable point” refers to a point where a function is differentiable only at that point, representing an isolated property, while an “analytic point” denotes a point where the function is differentiable everywhere in its neighborhood, embodying an overall property. These two concepts not only represent the dialectical unity of “local characteristics” and “global attributes”, but also serve as apt metaphors for “self-improvement” and “benefiting the community”. Through the ideological and political value embodied in the concept of “analytic”, this paper explains how to guide students from mere knowledge acquisition to a deeper understanding and recognition of values such as teamwork, responsibility, and social contribution, achieving the organic integration of professional education and ideological-political education.

## Keywords

Course Ideological and Political Education, Differential Point, Analytic Point, Teamwork, Value Guidance

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

复变函数是数学专业的核心基础课程,是数学分析在复数领域的推广和延拓[1],也是数学物理方法、微分方程等后续课程的理论基础,在信息通信、量子技术、航空航天等国家战略领域发挥着不可替代的作用。复变函数理论体系严谨抽象,以往的教学多聚焦于定理推导、公式演算与习题求解,学生常感晦涩难懂。挖掘知识点背后的思政价值,将专业知识的讲解和价值引领有效融合,既能帮助学生突破理解瓶颈,降低学习难度,又能让学生在潜移默化中接受思想教育,达到“知识传授”与“思政育人”的双重目标[2]。

近年来,许多学者探讨了复变函数课程中蕴含的思政元素,如,可导点与解析点蕴含的局部表象与整体本质的哲学思想[3][4],孤立奇点与整体解析的辩证统一[5],数学家柯西、黎曼的故事蕴含的勇于探索、求真务实的科学精神[6]-[8],留数定理蕴含的化繁为简、抓住关键的科学思维[9][10],华罗庚、陈省身等数学家在复分析领域的卓越贡献所蕴含的使命担当、家国情怀[11][12],解析函数在流体力学、电磁学等领域的应用案例所蕴含的学以致用、服务社会的价值导向[13][14]……以上思政元素为本研究提供了坚实基础。然而,针对解析函数中孤立可导点与解析点所蕴含的个体优秀与整体卓越的辩证关系以及价值引领,尚有待深入系统地展开。

本文立足复变函数教学实践,以“点可导”与“点解析”的数学概念为切入点挖掘其蕴含的思政内涵,探讨如何引导学生从单纯的知识掌握,升华到对团队协作、责任担当、社会贡献等价值观的理解与认同,在降低学生知识理解难度的同时,实现价值引领与知识传授的同频共振,为复变函数课程思政教学改革提供新的思路与参考。

## 2. 核心隐喻:从“优秀个体”到“卓越团队”的数学表达

“点可导”与“点解析”这一对抽象概念可以转化为如下贴切的思政隐喻:

“点可导”——“优秀个体”：“可导”描述的是函数在孤立点的局部,如同个人具备了较强的专业能力、学习能力或解决问题的能力。

“点解析”——“优秀个体且能带动周围共同进步”：“解析”要求函数在点的某个邻域内处处可

导,是“点”与“其周边邻域”共同构成的“小体系”的性质,如同生活中我们不仅要自身优秀,还能通过分享、协作、示范、引领等方式,使自身的“优秀势场”覆盖到身边的同伴,提升所在小集体的整体水平。

“解析函数”——“高度协同、整体卓越的团队或组织”:由无数这样的“解析点”有机组成,在其定义域(发展平台或作用范围)内处处展现出强大、一致且和谐的优良性质。这样的集体,如同解析函数一样,能衍生出普通集体所不具备的强大功能和广阔应用前景。

这对应着解析函数在流体力学、电磁学、光学等领域的广泛应用。

上述隐喻直观地揭示了个人与集体关系的深层逻辑:个人的价值在集体中放大,集体的卓越以个人的优秀与协同为基础。

### 3. 教学融入:基于“可导与解析”隐喻的混合式教学设计

我们采用线上线下混合式教学模式来实现前述思政目标,遵循“线上探究感知→线下内化升华→课后践行反思”的路径,将知识学习、思维训练与价值引领有机融合,使思政教育自然融于专业教学。

#### 第一阶段:线上预习与探究(课前)

目标:完成知识前置,引发初步思考,为课堂深度讨论做好铺垫。

##### 1) 知识迁移任务:

布置:在学习平台发布预习资料包,包含《数学分析》中一元函数导数与多元函数偏导数定义的回顾。

探究题:“请根据实变函数导数的定义(增量比值的极限),类比‘推测’复变函数导数的定义?并思考,复变函数可导是否等价于其实部、虚部两个实函数的可导?”

设计意图:引导学生主动构建知识,理解复变函数可导性条件的内在严格性(柯西-黎曼方程),为理解“可导点”隐喻“个人优秀”打下基础。

##### 2) 思政初感知任务:

布置:在学习平台发布一段简短的导学案,引入“一枝独秀不是春,百花齐放春满园”的谚语。

思考题:“在您的生活或学习经历中,是否遇到过类似‘一枝独秀’或‘百花齐放’的团队情境?请简要描述,并初步分析其成因与结果”。

设计意图:激活学生的生活经验,将抽象谚语与具体感受关联,为课堂隐喻建立情感和认知的基点。

#### 第二阶段:线下课堂教学与深化(课中)

目标:突破概念难点,植入核心隐喻,组织深度讨论,实现价值认同。

##### 1) 概念辨析,奠定基石(知识线):

精讲:首先严格阐述可导与解析的定义。

可视化辅助:在PPT上并列展示两个图形:一个是复平面上一个孤立的点;另一个是该点及其周围一个明亮、连通的区域,强化“点”与“域”的视觉对比。向学生强调:“可导”描述的是函数在孤立点的局部性质,是“点”的性状;而“解析”要求该性质在点的某个邻域内处处成立,是“点”与“其周边邻域”共同构成的“小体系”的性状。

通过例子  $f(z)=|z^2|$  仅在  $z=0$  处可导,剖析“一点可导”与“一点解析”的本质区别。让学生深刻理解:“可导是一个‘局部性质’,但解析要求一个‘邻域性质’”。这即是“局部性质不等于周边性质”的数学体现。

关键过渡:此时,自然引出:在数学上,一个孤立的可导点,价值是有限的,甚至常被视为“奇点”。而解析点,因其影响力能延展到周边,在后续学习中将会看到复变函数许多好的性质(如幂级数展开、柯西积分公式等)都依赖于“解析性”,而非孤立的“可导性”。

得出启示：事物真正的力量，往往不在于某一孤立个体的卓越，而在于这种卓越能否在其所处的系统中协调扩散至团体卓越。

## 2) 引入隐喻，建立连接(思政线)：

在严格阐述解析定义后，以平实的语言提出：“同学们，这其实很像我们生活中的一种情况。一个团队里，有一个人能力特别强(点可导)，这当然是好事。但如果只有他一个人强，他的想法得不到周围人的理解和支持，他的优势无法融入团队，那么他对团队整体能力的提升就是有限的，甚至会产生隔阂(奇点)。只有当这个能力强的人，去帮助、带动他身边的同事也变得更强大，让大家在一个小范围内形成共识、提升能力(邻域可导)，他这个‘强点’才对团队有了真正贡献，他也就成了团队中的一个‘解析点’”。

PPT 展示出如下三个对应关系：

“孤立可导点”——能力突出但未能融入、带动团队的个体；

“解析点”——不仅自身优秀，还能辐射周边、提升团队整体能力的个体；

“解析函数”——高度协同、整体卓越的团队或组织。

## 3) 引导讨论，深化认识(互动线)：

设计的三个开放性问题，引导学生完成“思考 - 讨论 - 展示”活动。

① 独立思考：“你更愿意成为团队中的‘可导点’还是‘解析点’？为什么？”

② 小组讨论：“如何避免自己成为一个‘孤立可导点’？”(可以从学习方法、沟通协作、心态等角度谈)。

③ 展示分享：邀请几个小组发言，教师最后总结：“避免成为‘孤立可导点’，关键在于保持开放、主动分享、寻求协同。这不仅是团队要求，也是知识创新的内在规律——思想的碰撞才能产生新的‘解析区域’”。

## 4) 严谨证明，深化隐喻：

个体的优秀是团队卓越的基石，然而，任何卓越都不是凭空而来。正如一个函数在某点可导，不仅需要其实部与虚部函数具备可微性，还必须满足柯西 - 黎曼方程这一深刻的协调条件。接下来，结合 PPT 带领同学们完成可导充要条件的严谨证明。

由可导的充要条件，我们体会到：优秀从来不是一蹴而就的，它需要扎实的基础、严格的自我要求，需要我们每一步都踏踏实实地付出。

## 5) 归纳总结，思政提炼

本节课我们学习了“可导点”与“解析点”的定义，以及可导的充要条件。可导是解析的前提，但孤立的“可导点”价值是有限的，只有与周围连成一片可导区域才能成为解析点，进而促成强大的解析函数。正如个体的优秀是团队卓越的基石，在自身优秀的同时，辐射带动周围的人，形成卓越的团队力量，方能所向披靡。

同学们还要明白：无论是成为数学上的“可导点”，还是现实中优秀的个体，都没有捷径。它需要我们付出百分之百的努力，实打实地锤炼自己的“实部”与“虚部”，形成内外的高度协同。

希望同学们做那个不断拓展的“解析点”，与卓越的同伴们一起，成为服务国家社会的“解析函数”。

## 第三阶段：课后拓展与升华

目标：巩固知识，联系应用，引导行动。

线上作业与反思：

数学作业：布置包含判断可导性与解析性的题目，强化概念。

思政反思(短文或论坛讨论)：“请结合本课所学，谈谈‘解析函数’(如幂级数表示的函数)所展现出的强大、和谐性质，对您规划个人在大学阶段的成长路径，以及未来希望融入怎样的集体，有何启发？”

## 4. 教学反思

将“解析点”作为思政载体，契合度较高，隐喻较自然贴切，容易引发学生共鸣。在教学实施中还应注意以下几点：

1) 主次分明：专业知识讲授是主体，思政融入应是点睛之笔，避免过度引申而冲淡主题。隐喻的讲解应简洁、生动，点到为止。

2) 注重自然：思政元素的引出应顺理成章，首先要讲透“点可导”和“点解析”的概念，让学生理解其数学本质，然后源于其内在逻辑，自然地引申出“个体优秀”与“整体卓越”的思政内涵，避免生硬说教，以提问、讨论、类比等互动方式进行。

3) 长期浸润：在复变函数后续章节(如柯西定理、留数定理等)的教学中，通过解析函数具备的优良性质以及广泛应用，再次向学生强调卓越团队的巨大能量，呼应和深化“个体优秀”需带动邻域形成“整体卓越”的主题，形成课程思政的价值闭环。

## 5. 结语

复变函数中的“解析性”启示我们，真正的卓越不是孤峰耸立，而是群山连绵。通过对“解析点”的诠释，我们在学生心中埋下了严谨求知的种子，也培养了合作担当、胸怀家国的精神，这正是课程思政“润物无声、立德树人”的生动实践。在今后的教学中，我们将进一步探索复变函数课程中如柯西积分定理、留数定理等知识点的思政融入路径，构建全方位、多层次的课程思政育人体系，让复变函数课程成为立德树人的重要阵地。

## 基金项目

项目等级：校级；项目名称：聊城大学 2022 年成人高等教育网络课程建设项目；项目编号：12506220102。

## 参考文献

- [1] 钟玉泉. 复变函数论[M]. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2023.
- [2] 张晓敏, 张少云, 刘国栋. 穿石于滴水润物在无声——课程思政实施的关键问题及路径探索[J]. 高教学刊, 2026, 12(7): 176-180.
- [3] 段萍. “双院”育人背景下复变函数课程思政元素的挖掘与融入[J]. 长春大学学报, 2023, 33(12): 101-104+108.
- [4] 李永军. 复变函数课程中的思政元素探析[J]. 教育教学论坛, 2020(41): 53-54.
- [5] 张伟伟. 《复变函数》课程思政元素探析[J]. 潍坊学院学报, 2023, 23(5): 7-8.
- [6] 周凤玲, 李海滨, 张余, 陈小刚. 复变函数课程思政的创新融合与实践探索[J]. 科学咨询, 2025(24): 137-140.
- [7] 牛英春, 张天宇. 思政元素在《复变函数论》混合课改中的应用[J]. 当代教育实践与教学研究, 2019(6): 204-205.
- [8] 陈莉, 徐俊峰. 复变函数课程思政探索与实践[J]. 创新教育研究, 2024, 12(12): 128-132.
- [9] 周运清, 黄文涛. 再谈由留数定理求解的两类无穷积分[J]. 大学物理, 2022, 41(9): 24-27.
- [10] 赵纬经, 张兆宁. 基于现代民航工程教育的《复变函数》课程的教学改革[J]. 民航学报, 2019, 3(6): 97-99.
- [11] 龚昇. 华罗庚教授在多复变函数论上的贡献[J]. 数学进展, 1986(3): 235.
- [12] 闫永芳. 高校建设数学课程思政体系的思考与探索[J]. 江苏经贸职业技术学院学报, 2023(2): 80-83.
- [13] 曾翠萍. 数学专业课程思政建设的探索与实践——以复变函数课程为例[J]. 高教学刊, 2023, 9(27): 178-181.
- [14] 孙长平, 卢兆信, 王法社. 工程认证下复变函数与积分变换课程教学模式探索与实践[J]. 高教学刊, 2024, 10(3): 125-128.