

溯理而行：初中数学教学中学生运算素养的培养策略

罗伊凡, 孟秋

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2026年3月26日; 录用日期: 2026年4月23日; 发布日期: 2026年4月30日

摘要

运算素养是初中数学核心素养的重要组成部分, 直接影响学生数学学习的成效与思维品质的发展。针对当前运算教学中学生算理理解表层化、算法掌握碎片化、运算过程随意化、错题利用表面化等问题, 文章提出“溯理而行”的教学理念, 强调以算理理解为根基、算法掌握为工具、策略选择为智慧。结合人教版教材典型例题, 从五个维度展开策略探讨: 溯算理之“源”夯实根基, 探算法之“优”提升效率, 建程序之“范”规范过程, 借错题之“鉴”深化理解, 融文化之“韵”激活动力, 旨在为核心素养导向下的初中数学运算教学提供实践路径。

关键词

运算素养, 初中数学, 核心素养, 教学策略

Tracing Principles to Practice: Strategies for Cultivating Students' Computational Literacy in Middle School Mathematics Teaching

Yifan Luo, Qiu Meng

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: March 26, 2026; accepted: April 23, 2026; published: April 30, 2026

Abstract

Computational literacy is a core component of junior high school mathematics key competencies, directly influencing students' effectiveness in mathematics learning and the development of their thinking quality. To address common issues in current computational instruction—such as students'

superficial understanding of mathematical principles, fragmented mastery of algorithms, casual approaches to computational procedures, and shallow use of errors for learning—this paper proposes the teaching philosophy of “Tracing Principles to Act.” This approach emphasizes a solid understanding of mathematical principles as the foundation, mastery of algorithms as the tool, and strategic selection as the wisdom. Drawing on typical examples from the PEP textbook, the paper explores instructional strategies from five dimensions: tracing the “source” of principles to solidify the foundation, exploring “optimal” algorithms to enhance efficiency, establishing “standardized” procedures to regulate the process, using “errors” as mirrors to deepen understanding, and integrating the “charm” of mathematical culture to stimulate motivation. The aim is to provide a practical pathway for teaching junior high school mathematics computation guided by core literacy.

Keywords

Computational Literacy, Junior High School Mathematics, Core Literacy, Teaching Strategies

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022年版)》明确指出,运算能力是数学核心素养的重要组成部分,是指“根据法则和运算律进行正确运算的能力”,同时也强调“理解运算对象,掌握运算法则,探究运算思路,选择运算方法”的素养要求,这标志着运算教学的目标已从单纯的“算对算快”转向“理解算理、优化算法、发展思维”的素养立意[1]。然而,反观当前初中数学运算教学的现实,问题依然突出:许多学生面对有理数混合运算时,只会机械套用法则,却说不清“为什么先乘除后加减”;在整式运算中,幂的乘方与同底数幂乘法频繁混淆;分式运算时,通分、约分的依据模糊不清。这些问题看似是“粗心马虎”,实则折射出算理理解的缺位与运算思维的薄弱。基于此,本文提出“溯理而行”的运算教学理念——所谓“溯理”,即追溯运算的本质,让学生不仅知其然,更知其所以然;所谓“而行”,即在理解的基础上进行规范、灵活、高效的运算实践。文章以人教版教材典型例题为载体,系统探讨初中数学运算素养的培养策略,以期为一线教学提供参考。

2. 运算素养的内涵及其培养价值

2.1. 运算素养的构成要素

运算素养并非单一的“计算能力”,而是包含三个层次的复合结构。第一层是算理理解,即对运算对象、运算法则、运算律的本质把握,不只是单一的记住公式怎么用,而是要搞懂它到底在讲什么,理解基本内涵,才能在做题时融会贯通,这是运算的根基,根基不牢,地动山摇。第二层是算法掌握,即在理解算理的基础上,能够熟练运用具体运算程序,这是运算的工具,在数学中,拿到一个方程,能条件反射般地知道第一步移项、第二步合并同类项、第三步系数化一,熟能生巧,提升运算效率。第三层是策略选择,即根据问题情境灵活选择简捷、合理的运算路径,遇到复杂的应用题时,要学会观察:这个题有没有巧解?能不能画图把它形象化?多次询问,洞察问题的本质,这是运算智慧的体现。三者层层递进,缺一不可。

2.2. 培养运算素养的教学价值

从核心素养培育的角度看,运算素养具有独特的育人价值。首先,运算素养是数学学习的“奠基之

石”。初中数学的代数、几何、统计等领域,无不以运算为基础——解方程需要等式变形,函数求值需要代入计算,几何证明中的代数法同样离不开运算,只要有数学,就有运算。其次,运算素养是思维发展的“助推之器”。运算过程本质上是逻辑推理的过程:为什么要这样变形?依据是什么?这种追问训练了学生思维的严密性,数学运算能力也在这个学习的过程中形成并且不断发展。再次,运算素养是问题解决的“破障之刃”。面对复杂的问题,能否选择简捷的运算策略,直接影响解题的效率与成功率,在一次次解题的过程中,数学运算的综合能力也在不断提高。正是这层层递进的三个维度共同构成了运算素养的完整图景,让学生在数学的天地里不仅会算,更懂为何而算、如何巧算,这才是真正有生命力的运算素养。

3. 当前初中生运算素养培养的现实困境

3.1. 算理理解的表层化

在实际教学中,许多教师为了赶进度,往往直接呈现运算法则,要求学生“记住就行”,而忽视了对算理的讲解与发问。学生虽然能机械计算得出结果,却难以解释运算的依据,不能理解其深层内涵。例如,在进行有理数乘法时,学生知道“负负得正”,但如果继续追问“为什么负负得正”,多数学生又语焉不详。老师讲学生听,看似一切顺理成章,学生会解题但从不多问一句为什么这样做,只记结果,不追过程,这种“知其然不知其所以然”的学习,使得运算成为无源之水、无本之木,一旦遇到变式或综合问题,便直接求助于人,很少主动推理及猜想,导致其在面对新问题时毫无头绪、错误百出。

3.2. 算法掌握的碎片化

运算知识在教材中是分课时呈现的,但如果教师缺乏整体视野,学生获得的便是零散的“知识点”而非系统的“知识链”。在整式运算中,幂的乘方、积的乘方、同底数幂乘法分别在不同课时学习,学生往往容易混淆三者关系,遇到混合运算时不知如何下手,学生每学习一个新规则,就把它当成孤立的信息塞入脑海,学完就忘,知识之间无法形成相互支撑的网格,碎片化的算法掌握,让原本应当环环相扣的运算链条断裂成散落的珠子,学生手中虽握着珠子,却无法串成项链去应对真实而复杂的问题。

3.3. 运算过程的随意化

规范是运算准确的重要保障。然而,当前许多学生缺乏良好的运算习惯:跳步、省略必要步骤、书写潦草、直接写结果、不打草稿等现象普遍存在。这种随意性直接导致运算准确率下降——一步跳步,满盘皆输。与之相比,更为严重的是,学生往往将错误归因于“粗心”,认为是他们的马虎大意导致计算结果的错误,而非反思过程的规范性,从而错失了提升的机会[2]。事实上,所谓的“粗心”背后,往往隐藏着思维训练的缺失,错误结果用粗心一笔带过,不再反思为什么错?忽略了哪一步?下次要如何避免?久而久之,随意的不仅是书写格式,更是对待数学的思维方式。规范让每一步有迹可循,让每一次错误都有据可查,只有把规范内化为习惯,重结果的同时更重过程,运算才能真正有把握。

3.4. 错题利用的表面化

错题本是许多教师要求学生必备的“学习工具”,但在实践中往往流于形式,学生只是将错题抄录一遍、订正答案,却缺乏对错误根源的深入分析,往往只是为了完成老师布置的任务而机械操作。写完就翻篇,从不思考自己错在哪里,更正后的答案几乎不会再回去看,让错题本流于形式,导致同样的错误反复出现,正是这种“表面化”纠错的直接后果。学生长期处于这种低效纠错中,容易陷入“错了就改,改完就忘”的恶性循环,无法真正从错误中汲取经验,学习能力和思维深度也难以得到有效提升。

4. 溯理而行：运算素养培养的五条策略

4.1. 溯算理之“源”，夯实运算根基

算理是运算的灵魂。培养运算素养，首先要让学生理解“为什么这样算”，而不仅仅是“怎样算”。

以人教版七年级上册“有理数的混合运算”教学为例，计算： $-2^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \div \frac{3}{4} - |-1|$ 。

在教学中，不少教师会直接告诉学生运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号先算括号里的。但学生往往不理解，为什么要先乘方？为什么乘除是同级运算？针对这一困惑，教师可以遵循如图 1 所示的“算理追问流程图”引导学生层层深入。

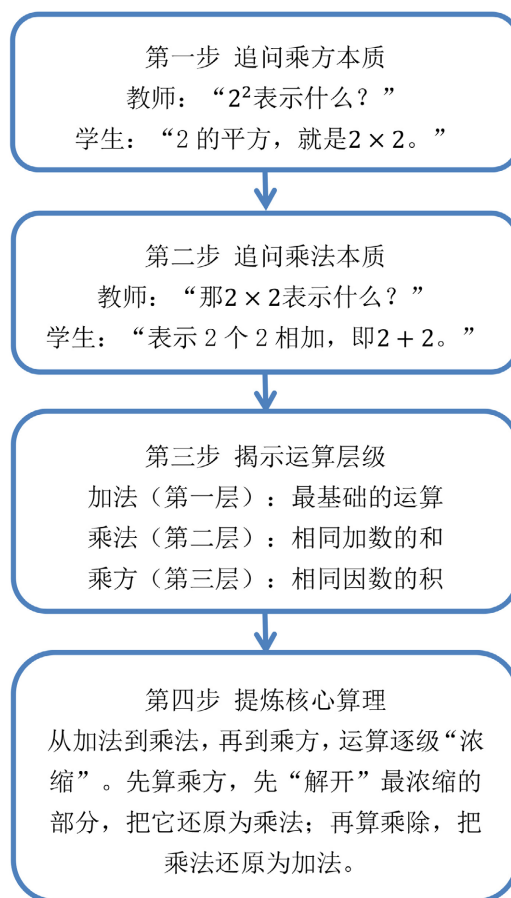


Figure 1. Mathematical reasoning interrogation flowchart

图 1. 算理追问流程图

如图 1 所示，教师通过层层追问，引导学生从乘方追溯到乘法、再追溯到加法，进而揭示运算的层级结构——加法为基，乘方简化乘法。由此提炼核心道理：运算越“浓缩”越需优先“解开”。学生最终悟出：“乘除是加法的简化，要先还原！”这一过程让运算顺序从“规定”变为“内在合理”。

教学启示：算理教学应贯穿始终。在引入新法则时，教师要多问一句“为什么”，做好“真”调查；在学生出错时，不妨追问“依据是什么”，课后做好“真”分析[3]。唯有如此，运算才能成为有根之木、有源之水。

4.2. 探算法之“优”，提升运算效率

在理解算理的基础上，算法的优化是提升运算效率的关键。教师要引导学生比较不同算法的优劣，培养策略选择意识，让学生在“怎样算得更简捷”的追问中，体会数学的简洁之美。

以人教版八年级上册“整式的乘法”教学为例，计算： $(-3xy^2)^2 \cdot (-2xy)^2$ 。

这是一道典型的整式乘法综合题，涉及积的乘方、幂的乘方以及乘法运算。学生在初学阶段，常见的做法是“步步为营”，严格按照运算顺序逐步计算：

算法一(机械执行)：

$$\begin{aligned} (-3xy^2)^2 \cdot (-2xy)^2 &= [(-3)^2 \cdot x^2 \cdot (y^2)^2] \times [(-2)^2 \cdot x^2 \cdot y^2] = [9 \cdot x^2 \cdot y^4] \times [4 \cdot x^2 \cdot y^2] \\ &= (9 \times 4) \cdot (x^2 \cdot x^2) \cdot (y^4 \cdot y^2) = 36x^4y^6 \end{aligned}$$

这一算法是正确的，但步骤较多，且每一步都需要处理符号，增加了出错的可能性。教师可以引导学生思考：能否让运算更加简捷？此时，有学生可能会提出：既然两个因式都是平方，能否先处理平方运算的“整体性”？教师顺势引导，呈现如图2所示的整体优化算法流程图：

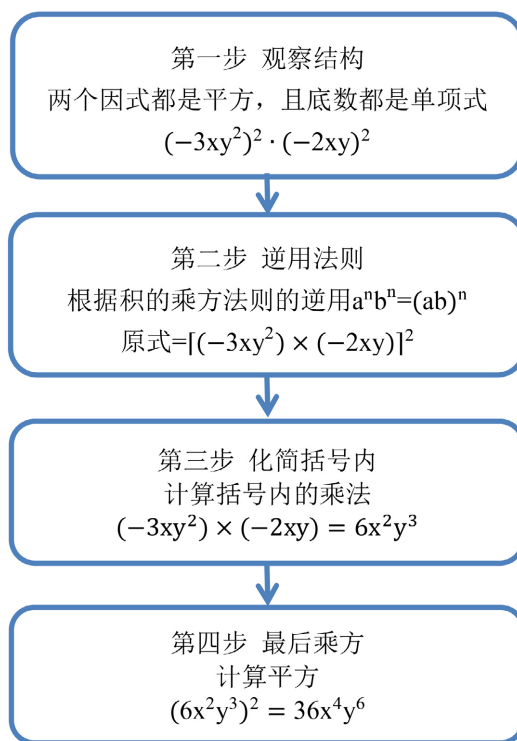


Figure 2. Overall optimization algorithm flowchart
图2. 整体优化算法流程图

如图2所示，算法二通过观察结构发现指数相同的特征，逆用法则将两个幂合并为一个幂的平方，化简括号内计算单项式乘法，最后乘方得出结果。这一路径将原本需要多次处理符号的运算简化为一次处理，有效降低了出错概率。两种算法结果相同，但算法二的路径更为“轻盈”，教师可以引导学生对比两种算法的思维过程，见表1。

Table 1. Comparison of the thinking processes of the two algorithms**表 1.** 两种算法的思维过程对比

对比维度	算法一(分步计算)	算法二(整体优化)
步骤数量	4 步	4 步(但括号内化简更简单)
符号处理	两次处理符号	一次处理符号(括号内)
易错点	每步都可能出错, 尤其是符号	集中在化简括号内一步
思维层次	机械执行法则	灵活运用法则

更深层的追问: 为什么可以这样算? 这源于学生对积的乘方法则的深刻理解—— $(ab)^n = a^n b^n$, 反过来 $a^n b^n = (ab)^n$ 同样成立。这种“逆用”正是运算灵活性的体现。

为了让学生进一步体会这一策略的价值, 教师可以设计递进式变式练习:

$$\text{变式 1: } (-2a^2b)^3 \times (3ab^2)^3.$$

$$\text{变式 2: } (-5x^3y)^2 \times \left(-\frac{1}{5}x^2y^3\right)^2.$$

以变式 1 为例, 直接计算涉及两个立方, 计算量大且符号复杂, 采用“整体优化”策略:

$$(-2a^2b)^3 \times (3ab^2)^3 = [(-2a^2b) \times (3ab^2)]^3 = (-6a^3b^3)^3 = -216a^9b^9.$$

整个过程清晰流畅, 准确率大幅提升。

教学启示: 算法优化不是教师直接给出“最优解”, 而是让学生在比较中感悟、在反思中构建。通过“你的算法是什么”“有没有更快的算法”“为什么这样更快”的递进式追问, 引导学生从“会算”走向“巧算”。更重要的是, 教师要帮助学生建立“逆用法则”的意识——数学中的公式往往是双向的, 能够灵活运用公式的“逆运算”, 正是思维灵活性的体现。当学生能够在不同算法之间做出明智选择, 并能够解释选择的依据时, 运算便不再是机械的程序执行, 而成为充满智慧的思维活动。

4.3. 建程序之“范”, 规范运算过程

规范的书写和清晰的步骤, 不仅是准确率的保障, 更是思维条理性的外显。教师应当以身示范, 并对学生的书写提出明确要求。

$$\text{以人教版八年级上册“分式的混合运算”教学为例, 计算 } \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) \div \frac{4x}{x-2}.$$

这道题涉及括号内的减法、除法、约分等多个步骤, 学生极易在过程中出错。在实际教学中, 常有学生这样书写:

错误示例:

$$\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} \div \frac{4x}{x-2} = \frac{x(x+2) - x(x-2)}{(x-2)(x+2)} \div \frac{4x}{x-2} = \frac{4x}{(x-2)(x+2)} \times \frac{x-2}{4x} = \frac{1}{x+2}.$$

教师追问: 这个结果正确吗? 居然对了, 但过程有问题吗? 引导学生发现: 第一步就漏写了括号, 导致运算顺序错误——本应是“先算括号内的差, 再除以”, 但书写上却成了“先减后除”, 顺序完全混乱。虽然最终答案碰巧正确, 但思维过程是混乱的, 若题目稍作变化, 必然出错。

针对这一问题, 教师可以引导学生遵循如图 3 所示的分式混合运算流程图:

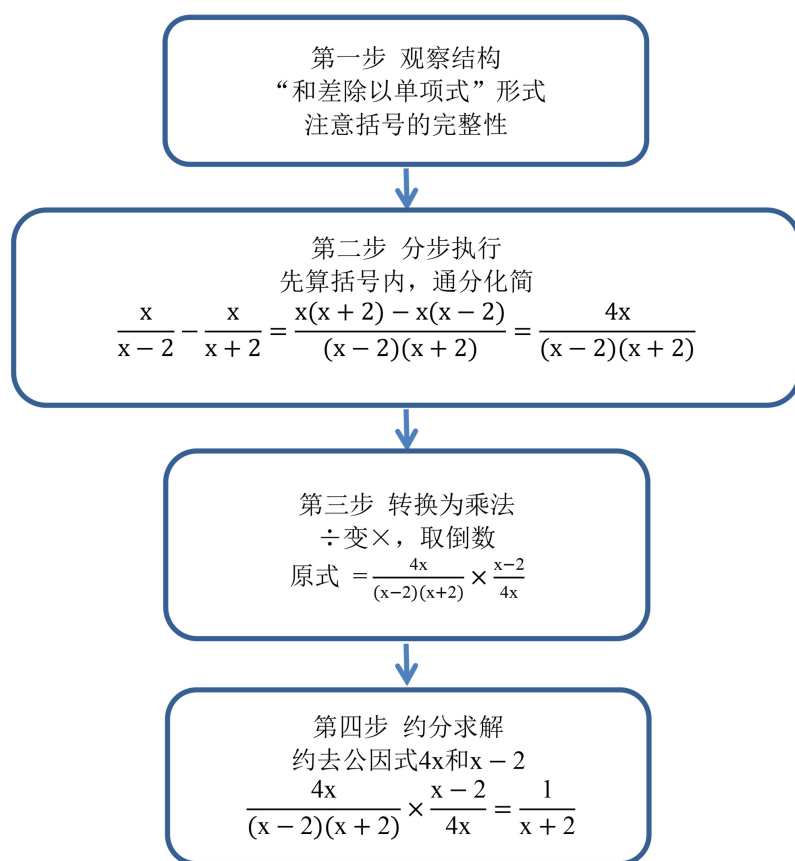


Figure 3. Fraction mixed operations flowchart
图 3. 分式混合运算流程图

每一步都清晰呈现，并注明依据。这样的“程序化”训练，能帮助学生建立稳定的运算路径，减少随意跳步带来的失误。

教学启示：规范的运算程序需要反复强化。教师可在板书中示范完整步骤，要求学生模仿；在批改作业时，不仅看结果，更要看过程是否规范、依据是否充分[4]。尤其要提醒学生：过程规范不是为了“好看”，而是为了让思维有迹可循。当学生能够清晰地写出每一步的依据时，运算就从“碰运气”变成了“有把握”。

4.4. 借错题之“鉴”，深化算理理解

错题是最真实的学习资源。关键在于，如何让错题发挥“鉴”的作用——既鉴错误，更鉴根源。

面对学生常见的错误，如 $(2a^2)^3 = 2a^6$ ，教师可采用如图4所示的“错题四步法”引导学生深度纠错。

该方法将纠错过程系统化，通过“还原-追溯-对比-归纳”四个递进环节，引导学生回溯原始思路、调取正确法则、精准定位错因，最终形成个性化的预防策略。这一结构化流程不仅帮助学生“知其错”，更促其“明其理”，使错题分析真正成为深化算理理解的契机。具体流程如图4所示。

通过这样的“错题四步法”，学生不仅订正了答案，更深化了对积的乘方算理的理解，让错题本不再流于形式，而成为真正有助于学生学习的工具。

教学启示：错题整理应聚焦“错因分析”，而非简单抄录。可引导学生在错题本上建立“错因分类表”：是算理不清？是算法错误？是符号失误？还是步骤跳步？分类越细，改进越准。当学生能够

清晰地定位自己的错误类型, 并提炼出个性化的提醒语时, 错题就从“失败的记录”变成了“成长的阶梯”。

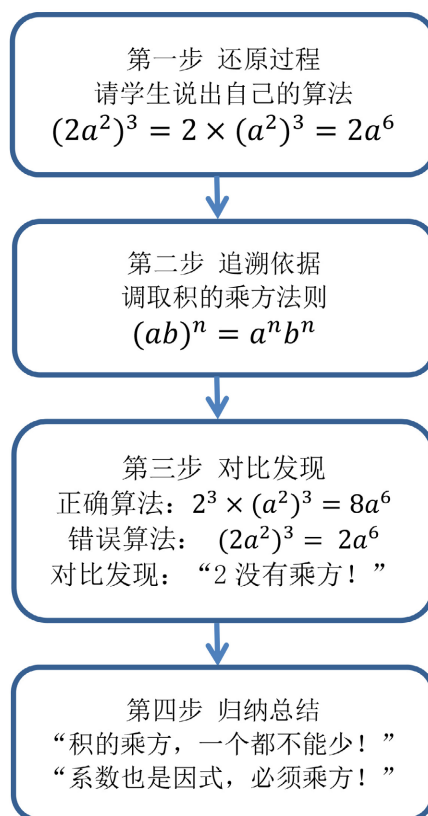


Figure 4. Four-step mistake correction flowchart
图 4. 错题四步法纠错流程图

4.5. 融文化之“韵”，激活运算动力

运算教学不应只是枯燥的规则训练, 还应当融入数学文化的滋养, 让学生感受运算的韵律与智慧。

以人教版七年级上册“有理数的乘方”教学为例, 在学习有理数乘方时, 可以引入“棋盘摆米”的故事: 国王想要奖赏国际象棋的发明者, 发明者说“请在棋盘第一格放 1 粒米, 第二格放 2 粒, 第三格放 4 粒……直到第 64 格”。国王欣然应允, 却发现全国的米都不够[5]。通过这个故事, 学生不仅能感受指数增长的神奇, 更能理解乘方运算的现实意义。

此外, 还可以设计“24 点”游戏: 给定四个有理数, 通过加减乘除和乘方运算得到 24。游戏化的设计让学生在“玩”中巩固运算技能, 在“争”中优化运算策略。当学生为了一道难题争得面红耳赤, 又在豁然开朗时相视而笑, 运算不再是负担, 而成了一种思维的乐趣。

教学启示: 文化浸润不是“贴标签”, 而是有机融入。可以是一个故事、一个游戏、一段数学史, 让学生感受到: 运算不仅是工具, 更是人类智慧的结晶。

5. 结语

运算素养的培养, 是一场“溯理而行”的教学实践。“溯理”是根本——唯有深刻理解算理, 运算才能成为有源之水; “而行”是路径——唯有在实践中规范、优化、反思, 运算能力才能真正内化为素养。

从人教版教材的典型例题出发, 我们看到: 有理数混合运算中的算理追问, 幂的运算中的算法优化, 分式混合运算中的程序规范, 错题分析中的深度反思, 文化浸润中的兴趣激发——每一条策略都在回应同一个问题: 如何让运算教学从“技术训练”走向“素养培育”。

当然, 运算素养的培养非一日之功, 需要教师在每一堂课中浸润、在每一道题中落实。唯有如此, 学生才能在运算的世界里, 不仅“算得对、算得快”, 更能“懂得理、想得明”, 最终成长为具有数学素养的时代新人。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022: 5-11.
- [2] 韦玉. 初中数学教学中培养学生运算能力的策略[J]. 教育界, 2025(12): 32-34.
- [3] 魏硕, 高伟, 宫惠倩. 以生为本以标为本以本为本——以“有理数的加减混合运算”教学改进为例[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2026(4): 30-33.
- [4] 王晓敏. 初中数学教学中学生数学运算能力的培养[J]. 数学学习与研究, 2023(18): 42-44.
- [5] 胡吉振, 胡孟潇, 徐思, 等. “棋盘摆米”故事的教育意义研究[J]. 数学教学, 2022(10): 13-15.