

# 思维导图在高等数学课程教学中的作用探究

## ——以微分中值定理为例

马欣<sup>1</sup>, 刘雨喆<sup>2</sup>, 王嘉<sup>1</sup>, 孙艳萍<sup>1</sup>

<sup>1</sup>河南工程学院理学院, 河南 郑州

<sup>2</sup>贵州大学数学与统计学院, 贵州 贵阳

收稿日期: 2026年4月21日; 录用日期: 2026年5月18日; 发布日期: 2026年5月26日

### 摘要

高等数学是理工科专业的一门基础必修课, 微分中值定理是其核心内容之一。微分中值定理涉及罗尔定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理等多个定理, 各定理之间既有联系又有区别, 逻辑结构复杂。本文分析了微分中值定理的教学现状, 探究和构建了微分中值定理思维导图, 强调了思维导图的构建不仅能够增强知识的直观性, 也能够引导学生主动思考。

### 关键词

微分中值定理, 思维导图, 高等数学, 思维能力

# Exploration of the Role of Mind Maps in Advanced Mathematics Curriculum Teaching

## —Taking the Differential Mean Value Theorem as an Example

Xin Ma<sup>1</sup>, Yuzhe Liu<sup>2</sup>, Jia Wang<sup>1</sup>, Yanping Sun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Science, Henan University of Engineering, Zhengzhou Henan

<sup>2</sup>School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: April 21, 2026; accepted: May 18, 2026; published: May 26, 2026

### Abstract

Advanced mathematics is a fundamental and compulsory course for science and engineering majors.

文章引用: 马欣, 刘雨喆, 王嘉, 孙艳萍. 思维导图在高等数学课程教学中的作用探究[J]. 教育进展, 2026, 16(5): 1426-1431. DOI: 10.12677/ae.2026.1651006

The differential mean value theorem is one of its core contents, which involves multiple theorems such as Rolle's theorem, Lagrange's mean value theorem, Cauchy's mean value theorem, etc. There are both connections and differences between the theorems, and the logical structure is complex. In this paper, we analyze the current teaching status of the differential mean value theorem, explore and construct a mind map of the differential mean value theorem. Also, we emphasize that the construction of a mind map can not only enhance the intuitiveness of knowledge, but also guide students to think actively.

## Keywords

Differential Mean Value Theorem, Mind Maps, Advanced Mathematics, Thinking Ability

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

高等数学课程能够培养学生的逻辑思维、抽象思维等能力,为后续专业课程的学习提供必要的数学理论知识和工具。微分中值定理包括罗尔定理、拉格朗日中值定理和柯西中值定理,这三个定理层层递进、逻辑紧密,是研究函数单调性、凹凸性等性质的重要理论依据。然而,在高等数学教学实践中,由于微分中值定理的理论性和应用性,课堂教学面临着许多挑战。一是理论性强,微分中值定理的条件、结论表述严谨,各定理之间的推导关系复杂,学生难以快速理解;二是学生处于被动学习状态,大多数学生缺乏对知识点的梳理和整合能力,这直接导致了“教而不懂,学而不精”的问题。为解决此问题,许多高校教师都尝试过不同的教学方法,这其中包括了对微分中值定理使用方法的教學设计与思考[1]-[3],以及在各种场合下的应用方式[4]-[6]等。

思维导图由英国心理学家托尼·博赞(Tony Buzan)提出,它以中心主题为核心,通过分支的形式将相关知识点进行延伸,将知识转化为直观的图形[7][8]。思维导图能够帮助教师和学生梳理知识结构、理清逻辑关系。将思维导图应用到微分中值定理的教学中,不仅能够帮助教师优化教学内容,提高教学质量,也能引导学生主动参与知识构建,培养学生的逻辑思维能力。

建构主义学习理论的核心是以学生为中心,引导学生对知识的主动探索、主动发现和对所学知识意义的主动建构[9]。其强调:知识不是“灌输”,而是“主动建构”,从而达到“培养学生的自主学习能力”等课程目标。构建思维导图正是反映从“传统课堂的教而学”到“目标导向的以学生为中心”的转变。能够促进学生主动学习,并提升学生的知识建构能力。

认知负荷理论(Cognitive Load Theory)是由澳大利亚认知心理学家约翰·斯威勒(John Sweller)于1988年提出的,该理论认为人类认知系统由容量有限的短时记忆和容量无限的长时记忆组成,学习过程通过图式构建实现知识存储,图式自动化可降低工作记忆负荷[10][11]。思维导图通过可视化、层级化等方式,降低理解成本,可以降低无效负荷,提升相关认知负荷,从而提升学习效率。

详细论述思维导图如何在这两种理论框架下促进学生的知识建构和降低认知负荷,从而为方法的有效性提供坚实的理论解释。基于建构主义学习理论和认知负荷理论,可以看出:在高等数学教学实践中应用思维导图具有重要的理论意义和实践价值。本文以微分中值定理为例,构建思维导图,并探索思维导图在高等数学课程教学中的作用。

## 2. 微分中值定理教学的现状

目前,微分中值定理的教学大多采用传统的“讲授式”教学模式,即在日常课堂教学中,教师依次讲解罗尔定理、拉格朗日中值定理和柯西中值定理的内容、证明和应用实例,而该教学模式存在的局限性也是众所周知的:

- 其一,教学过程缺乏对知识体系的整体把握,侧重于单个定理的细节,各定理之间的内在联系则讲解偏少,学生能够记忆微分中值定理的内容,但没有更深入的理解和思考。
- 其二,传统教学模式中学生的主动参与度较低,学生基本上处于被动接受知识状态,往往只是跟随教师的思路进行记录,缺乏对知识点的主动思考。
- 其三,教学效果评价方式单一,当前高等数学课程的评价主要依赖于作业、测试和期末考试,仍然侧重知识掌握程度的考核,忽略思维能力、自主学习能力等方面的考核和评价。

此外,微分中值定理给出了函数和其导数之间的抽象关系,学生难以理解其本质。将定理的几何意义与抽象的数学语言结合起来仍有难度,部分学生的抽象思维能力有待提升。另一方面,罗尔定理、拉格朗日中值定理和柯西中值定理之间存在严格的逻辑递进关系,这种逻辑关系需要学生具备较强的逻辑推理能力,但由于定理的抽象性,学生难以理清这种递进关系。微分中值定理的应用广泛,包括证明函数的单调性、极值、洛必达法则等。但是,它们的应用难度是很大的。具体地说,当把微分中值定理在具体问题中应用时,需要根据问题的条件和结论,选择合适的中值定理,并通过构造特定的辅助函数,然后将问题转化为定理适用的形式。对于刚接触高等数学的本科生而言,辅助函数的构造是极具困难的。特别地,在面对综合性问题时,学生往往无从下手,难以将所学知识灵活应用,并构造出相应的辅助函数。

## 3. 构建微分中值定理思维导图

### 3.1. 引导学生设计思维导图

思维导图能够将微分中值定理相关的零散知识点进行系统梳理,构建清晰的知识框架,帮助学生实现知识的结构化整合。以“微分中值定理”为中心主题。

首先,构建一级分支:罗尔定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理,并写明定理的条件与结论。在此基础上可以看出上述三个微分中值定理的如下关系:

(1) 拉格朗日中值定理可以视为罗尔定理的推广;

(2) 柯西中值定理可以视为拉格朗日中值定理的推广(一方面柯西中值定理是将拉格朗日中值定理从单个函数到两个函数的推广,另一方面,柯西中值定理是由参数方程确定的函数的拉格朗日中值定理)。

此外,罗尔定理、拉格朗日中值定理和柯西中值定理在逻辑上具有等价性[12],因此,在思维导图的制作上,我们可以标注“柯西中值定理 $\Leftrightarrow$ 拉格朗日中值定理 $\Leftrightarrow$ 罗尔定理”以及它们相应的“关键步骤”和“使用的数学方法”等。

其次,对上述获得的思维导图构建二级分支。微分中值定理的应用和推广。指出用柯西中值定理证明洛必达法则,洛必达法则是计算未定式极限的重要方法;其次,从“一阶导数到高阶导数”,作为一阶微分中值定理的推广,用柯西中值定理证明泰勒中值定理,泰勒中值定理不仅能够提高函数近似的精度,也能够给出误差估计;特别地,当 $n=0$ 时,泰勒中值定理就是拉格朗日中值定理。

最后,构建三级分支,将其作为一、二级分支的补充。例如,在罗尔定理的讲解前,先学习费马引理。在课堂讲授中,可以添加一些例子在该分支,帮助学生更好理解定理。此外,柯西中值定理又称有限增量定理,这里非常有必要给学生解释有限增量的形式来源,同时也是证明函数单调性判定定理的关键。最终,就可以得到如图1所示的关于微分中值定理的思维导图。

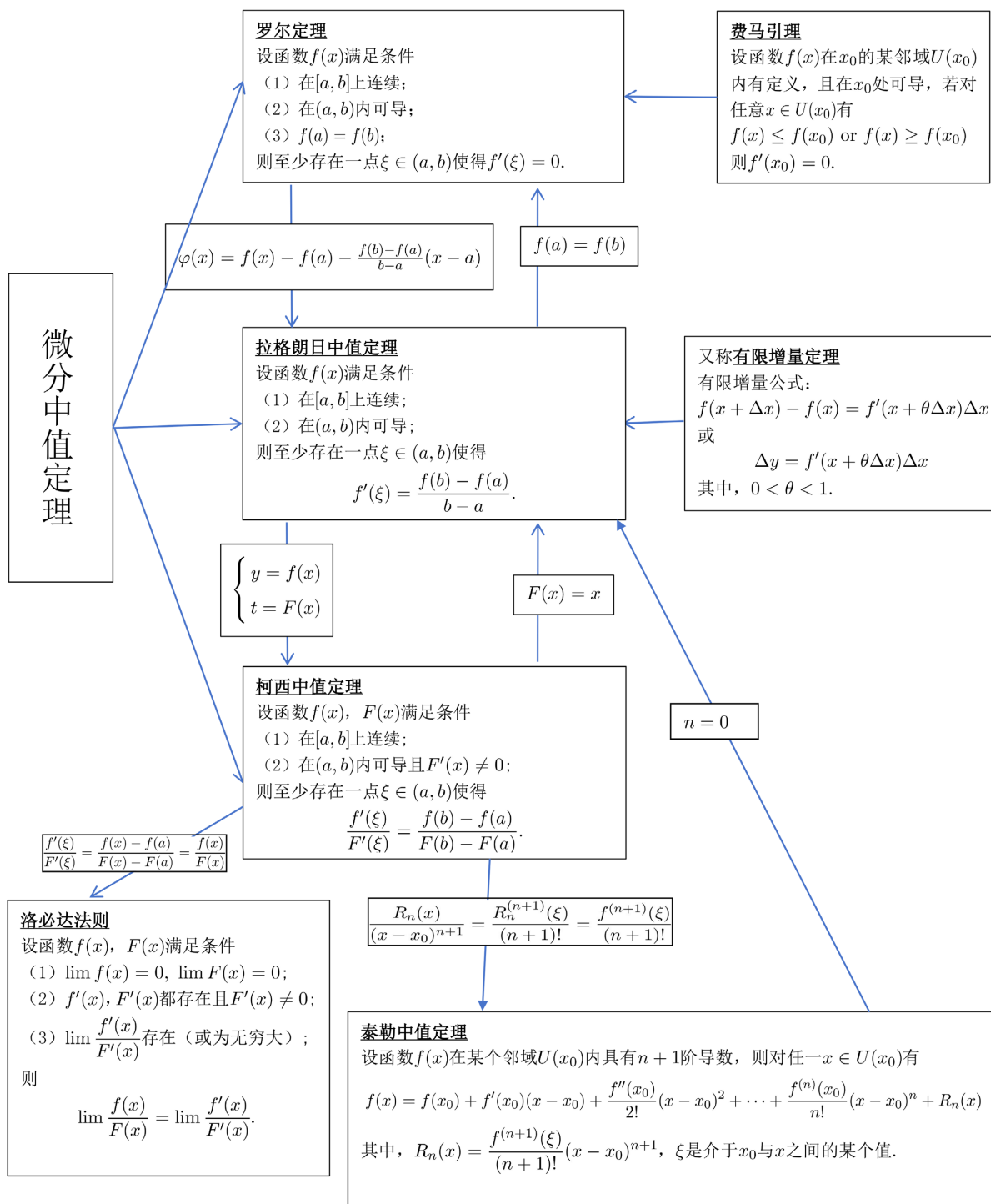


Figure 1. Mind map design for the mean value theorem of differentiation

图 1. 微分中值定理的思维导图设计

### 3.2. 引导学生主动思考

思维导图的构建过程也是一个主动思考的过程。在微分中值定理思维导图的构建中，引导学生主动参与和思考，教师采用“引导式”教学方法，提问：

- (1) “可以从罗尔定理得到拉格朗日中值定理, 那么反过来可以吗?”
- (2) “罗尔定理中, 如果缺少其中一个条件, 定理的结论是否还成立?”
- (3) “罗尔定理的几何意义是什么?”
- (4) “从罗尔定理的几何意义到拉格朗日中值定理的几何意义”……

#### 4. 教学实施建议与反思

通过让学生思考, 学生就能够更加深入理解微分中值定理的本质, 而不是被动记忆。思维导图能够优化教学流程, 教师先以理论知识为主, 讲授完微分中值定理一级分支的内容, 强调定理之间的联系, 通过例题讲解验证定理。利用思维导图教学, 教学过程整体上就能更有规划, 使得学生对课程内容的重点有了直观的把握。这不仅对学生的学习具有积极作用, 也能够帮助教师优化教学流程, 提高教学和学习效率。

在课堂上, 教师可以让学生根据对本节内容的理解构建自己的思维导图, 帮助学生了解和理解本节课的重点内容。此外, 教师还可以根据学生构建的思维导图, 及时了解学生对知识点的理解情况, 发布相应的课后练习, 并将其作为过程考核的重要部分, 使得评价方式多样性。

在高等数学课程中, 思维导图的构建不仅适用于一小节内容中概念的总结, 如“无穷小的比较”中阶的定义; 也适用于一章内容的总结, 如曲线曲面积分与格林公式、高斯公式。同时, 也可以搭建不同章节之间的联系, 如定积分与不定积分之间的联系与区别。

然而, 思维导图在高等数学教学中的应用仍具有一定的局限性。构建思维导图需要充分理解“定义, 定理, 证明”之间的关系, 对于初学的学生, 难以理清他们之间的关系。另外, 思维导图针对不同章节内容会有不同的结构, 部分学生未深入分析, 过度追求美观, 难以构建出理想的思维导图。

#### 5. 总结

思维导图的构建不仅能够增强知识的直观性, 也能够引导学生主动思考。在微分中值定理的思维导图中, 学生能够清晰地看到微分中值定理的知识结构, 理解各知识点之间的内在联系, 避免知识的碎片化。在构建思维导图过程中, 教师和学生都会对知识点的内容和逻辑关系进行深度思考。另外, 教师应鼓励学生自主构建思维导图, 引导学生根据自己的理解, 选择合适的分支结构、图形等。例如, 可以将典型例题作为一个分支, 插入图片; 也可以在一些分支中插入一些竞赛试题、考研试题等。教师可以组织学生展示和交流自己的思维导图, 相互学习并完善构建思维导图。思维导图的构建能够帮助学生更好地理解知识点, 并能激发学生的学习兴趣和增强教学效果, 从而为今后的高等数学教学改革提供一定的参考。

#### 基金项目

河南工程学院教育教学改革研究项目(2024JYZDX029, 2024JYZD011), 河南工程学院博士基金(DKJ2019010), 贵州大学高层次人才引进项目(Grant No. [2023]16)。

#### 参考文献

- [1] 李昊然. 基于 OBE 理念与问题驱动式的《高等数学》——微分中值定理教学设计[J]. 创新教育研究, 2024, 12(10): 191-198.
- [2] 邱崇. 拉格朗日中值定理教学的思考[J]. 教育进展, 2020, 10(1): 47-52.
- [3] 向长福. 微分中值定理的教学研究[J]. 曲靖师范学院学报, 2014, 33(3): 76-79.  
<https://www.cnki.com.cn/Article/CJFDTotat-QJSZ201403022.htm>

- 
- [4] 寇冰煜, 马凤丽, 黄丽芹. 从一道例题看积分中值定理的应用[J]. 理论数学, 2023, 13(3): 712-715.
- [5] 赵莉莉, 丁俊宝. 微分中值定理与泰勒公式在极限问题中的应用[J]. 河南财政金融学院学报(自然科学版), 2025, 34(1): 40-44.
- [6] 赵莉莉. 微分中值定理的推广及其应用[J]. 佛山科学技术学院学报(自然科学版), 2025, 43(1): 48-52.
- [7] Buzan, T. and Buzan, B. (1993) *The Mind Map Book: How to Use Radiant Thinking to Maximize Your Brain's Untapped Potential*. Penguin.
- [8] Buzan, T. (2006) *Use Your Head*. Pearson.
- [9] 黄丽. 建构主义学习理论在高等数学教学中的具体运用[J]. 中国环境管理干部学院学报, 2007, 17(3): 121-122, 125.
- [10] 徐前, 郭存. 认知负荷理论在学校学习中的困境与出路[J]. 社会科学前沿, 2023, 12(12): 7390-7394.
- [11] 高媛, 黄真真, 李冀红, 等. 智慧学习环境中的认知负荷问题[J]. 开放教育研究, 2017, 23(1): 56-64.
- [12] 刘露萍, 刘雨喆. 微分中值问题中 Rolle 辅助函数的构造. 教育学报, 2024, 2(4): 111-115.