

混合教学模式下中学数学分类讨论思想的渗透

翟嘉琪, 张丽春*

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2026年4月12日; 录用日期: 2026年5月11日; 发布日期: 2026年5月19日

摘要

分类讨论思想是中学数学核心思想方法之一, 逻辑性与系统性突出, 广泛应用于代数参数分析与几何图形位置判断两大核心领域, 对提升学生思维严谨性与综合解题能力意义重大。本文以混合教学模式为背景, 聚焦代数与几何模块, 探讨分类讨论思想的渗透路径。研究针对当前教学中存在的设计融合不足、评价反馈滞后、学生自主学习薄弱、分类思维不规范等问题, 从教师教学与学生学习两个层面提出改进策略。通过线上自主探究、分类标准梳理与线下重难点精讲、思维互动相结合的方式, 优化教学流程, 强化过程指导。实践表明, 混合教学模式可有效提升分类讨论思想的教学实效, 帮助学生建立科学分类意识, 形成不重不漏的解题习惯, 进而培养逻辑推理、全面分析的数学核心素养, 为中学数学思想方法教学提供实践参考。

关键词

中学数学, 分类讨论思想, 混合教学模式

Penetration of the Classification Discussion Method in Secondary School Mathematics under the Blended Teaching Model

Jiaqi Zhai, Lichun Zhang*

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jinlin Jinlin

Received: April 12, 2026; accepted: May 11, 2026; published: May 19, 2026

Abstract

The idea of classified discussion is one of the core ideas and methods of middle school mathematics. It is logical and systematic. It is widely used in the two core fields of algebraic parameter analysis

*通讯作者。

and geometric figure position judgment. It is of great significance to improve students' thinking rigor and comprehensive problem-solving ability. Based on the background of mixed teaching mode, this paper focuses on algebra and geometry modules, and discusses the infiltration path of classified discussion ideas. In view of the problems existing in the current teaching, such as insufficient design integration, lagging evaluation feedback, weak students' autonomous learning, and non-standard classification thinking, the research proposes improvement strategies from the two levels of teacher teaching and student learning. Through the combination of online independent inquiry, classification standard combing, offline key and difficult points intensive teaching and thinking interaction, the teaching process is optimized and the process guidance is strengthened. Practice shows that the mixed teaching mode can effectively improve the teaching effectiveness of classified discussion ideas, help students establish a scientific classification consciousness, form a problem-solving habit that does not leak, and then cultivate the mathematical core literacy of logical reasoning and comprehensive analysis, and provide practical reference for the teaching of mathematical thinking methods in middle schools.

Keywords

Secondary School Mathematics, Classification Discussion Method, Blended Teaching Model

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学思想方法种类繁多, 诸如数形结合, 化归, 分类讨论, 整体思想等等。每一种数学思想方法都有与之相适应的特定环境和依据的基本理论, 本文以分类讨论思想为例, 谈谈数学思想在解决数学问题中的应用[1]。分类讨论思想是中学数学体系中极具逻辑性与系统性的核心思想方法, 贯穿代数、几何等多个知识模块, 是连接基础知识点与综合解题能力的关键桥梁。在中学数学学习中, 数学对象的属性差异、公式定理的适用范围、参数取值的变化以及图形位置的不确定性, 都要求以严谨逻辑对问题进行划分研究。混合教学模式为这一思想的落地提供了有效支撑, 线上可开展分类标准梳理、典型例题自主探究与即时反馈, 线下聚焦重难点讲解、分类逻辑推演与解题规范训练, 实现优势互补。分类讨论思想要求遵循不重复、不遗漏原则, 将复杂问题拆解为简单子问题逐一分析, 既能规避解题错误, 又能培养逻辑推理与归纳能力。在中高考综合试题中, 该思想是高频考查要点与素养区分标准。借助混合教学模式开展分类讨论思想教学, 可有效提升学生解题能力, 帮助其建立系统数学思维, 为后续数学学习奠定坚实的思维基础。

2. 研究意义

2.1. 研究述评

混合教学模式为中学数学分类讨论思想的渗透提供了有效路径。现有研究虽已关注代数、几何两大模块的教学实践, 但对模块内分类讨论的具体类型、应用场景与解题案例缺乏细化, 在混合教学模式应用上也存在问题。未来应聚焦分类讨论的细化, 培养学生能够应用分类讨论思想于解题上。

2.2. 研究思路与方法

2.2.1. 研究思路

本研究以混合式教学为依托, 探究分类讨论思想在中学数学中的具体分类, 并系统梳理代数模块和

几何模块中的典型问题, 并分析混合教学模式下教师层面和学生层面存在的问题, 明确分类依据和教学与解题策略, 促进学生逻辑思维与数学核心素养的提升。

2.2.2. 研究方法

文献研究法。本研究通过系统梳理关于混合教学模式、中学数学分类讨论思想等方面的文献资料, 归纳现有研究的成果与局限性, 确立本研究的理论依据与探索方向。通过探究代数和几何模块内容, 详细整理了分类讨论在两个模块的应用。

案例分析法。本研究选取中学数学的代数、几何内容中体现分类讨论思想的典型教学例题, 并基于混合教学模式展开分析。通过解析案例的解题思路和归纳分类依据, 探索混合教学背景下分类讨论思想的实施策略, 以为教学提供有效的参考。

2.3. 难度与创新点

本研究的难点在于如何在混合教学模式中精准把握代数、几何两大模块下分类讨论的分类标准与思维梯度, 平衡线上自主探究与线下课堂引导, 有效解决学生在解题中出现的分类混乱问题。此外, 构建有逻辑的分类讨论思想培养评价体系, 也是研究推进过程中的主要难点。

本研究的创新点在于以混合教学为载体, 实现线上资源与线下探究的深度融合, 为分类讨论思想的有效渗透提供新路径; 紧扣代数、几何两大知识模块, 细化分类讨论的具体案例与实施策略, 实现思想方法与教学内容的精准对接, 切实提升学生的数学核心素养。

3. 分类讨论思想与混合教学模式的核心内涵

3.1. 分类讨论思想的核心内涵

分类讨论思想是中学数学重要的逻辑思维方法, 其核心内涵是: 当问题中含有参数、取值范围不定或图形位置、数量关系不唯一时, 按照数学概念、性质或题目限定条件, 将研究对象划分为若干既不重复也不遗漏的类别, 分别进行推理与求解。分类的目的是根据一定标准将研究对象划分为不同的类别, 以达到彻底分类的效果。中学数学教材中涵盖了大量的分类讨论思想, 教师应该对数学知识体系中的分类思想进行概括和提炼[2]。通过“化整为零、分而治之”, 把复杂问题转化为若干简单子问题逐一解决, 最后整合各类结果得出完整结论。该思想能有效避免漏解与错解, 突出思维的严谨性与条理性, 对培养学生全面分析、逻辑推理和规范表达能力具有重要意义。数学问题进行分类讨论时, 我们要遵循的原则是: 分类的对象是确定的, 标准是统一的, 不遗漏、不重复, 科学地划分, 分清主次, 不越级讨论[3]。

3.2. 混合教学模式的核心内涵

混合教学模式是将传统线下课堂教学与线上数字化学习有机融合的新型教学方式。它以学生发展为中心, 整合线上资源的便捷性、自主性与线下教学的互动性、引导性, 打破时空限制, 构建课前、课中、课后一体化的教学流程。线上侧重知识预习、自主练习、资源拓展与个性化反馈; 线下聚焦重难点讲解、思维碰撞、合作探究与教师精准点拨。混合式教学模式并不是常见教学模式简单混合应用, 需要在合理表达教学内容的基础上设计具体教学活动。教师依据不同情形在预习、知识导入、讲解和总结归纳时融合多种教学方法和模式, 让学生真正成为教学主体[4]。二者并非简单叠加, 而是通过优势互补, 实现教学结构优化, 提升学习效率与教学质量, 促进学生深度学习与核心素养发展。

4. 分类讨论思想在中学数学中的主要应用

在传统的教学中, 我们比较注重基本概念、性质、定理、法则的教学, 很少注重引导学生从数学思

想的角度去总结、归纳、升华, 从而忽视了数学思想的教学, 对其中分类思想更谈不上灵活运用。如果能够许多复杂的数学问题进行适当分类, 问题就变得相对简单明确, 而且解出的结果不易重复和遗漏, 故要增强分类讨论的意识[3]。

4.1. 代数模块

4.1.1. 含参数问题

含参数的方程、不等式。对于含参一次方程 $ax=b$, 若 $a \neq 0$, 方程有唯一解 $x = \frac{b}{a}$; 若 $a = 0$, 当 $b = 0$ 时方程有无数解, 当 $b \neq 0$ 时方程无解。对于含参一次不等式 $ax > b$, 若 $a > 0$, 解集为 $x > \frac{b}{a}$; 若 $a < 0$, 解集为 $x < \frac{b}{a}$; 若 $a = 0$, 当 $b < 0$ 时解集为全体实数, 当 $b \geq 0$ 时无解。对于含参二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$, 首先判断 a 的取值, 若 $a = 0$, 退化为一元一次方程; 若 $a \neq 0$, 计算判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$, 分 $\Delta > 0$ 、 $\Delta = 0$ 、 $\Delta < 0$ 讨论根的个数与不等式解集; 若有两个实根, 需比较根的大小, 确定解集区间。对于含参二次不等式, 分类讨论思路与含参二次方程同理, 但需根据 a 的取值确定开口方向。

函数问题。一是单调性分析, 分一次函数型与二次函数型两种进行分析。对于一次函数型 $y = kx + b$, 分类依据是一次项系数 k 的符号; 对于二次函数型 $y = ax^2 + bx + c$ 且 $a \neq 0$, 分类依据是二次项系数 a 的符号, 同时 a 决定开口方向。二是极值与最值求解, 分二次函数的极值与闭区间上的最值进行分析。对于二次函数的极值, 分类依据是二次项系数 a 的符号; 对于闭区间上的最值, 分类依据是参数对应的单调性与极值点位置, 在解决此类问题时, 需先确定函数在区间内的单调区间与极值点, 再按参数范围分类比较区间端点函数值与极值, 若极值点在区间内, 则最值为端点值与极值中的最大值或最小值, 若极值点不在区间内, 最值直接由区间端点函数值决定。

4.1.2. 含特殊运算与分段结构的问题

绝对值。将绝对值问题细分为化简与运算、方程与不等式求解、函数性质分析三部分进行分析。一是化简与运算, 核心依据是绝对值定义 $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$, 以绝对值内表达式的正负为分界点, 划分区间后去绝对值符号。如化简 $|x-3| + |x-2|$, 需分 $x < -2$, $-2 \leq x \leq 3$, $x > 3$ 三类去绝对值后合并。二是方程与不等式求解, 方程如 $|2x-1|=5$, 分 $2x-1=5$ 和 $2x-1=-5$ 两类求解; 不等式如 $|x+3| > 4$, 分 $x+3 > 4$ 和 $x+3 < -4$ 两类求解解集。三是函数性质分析, 如绝对值函数 $y = |ax+b|$ 本质是分段函数, 需分 $ax+b \geq 0$ 和 $ax+b < 0$ 讨论单调性、最值与图形形态。

二次根式。类比于绝对值问题的分析方法, 将二次根式问题细分为化简与运算、定义域与有意义条件、方程和不等式三部分进行分析。一是化简与运算, 核心依据是 $\sqrt{a^2} = |a|$, 等价于绝对值问题, 如在化简 $\sqrt{(x-2)^2}$ 时, 需分 $x \geq 2$ 和 $x < 2$ 两类, 结果分别为 $x-2$ 和 $2-x$ 两类, 含多重根式时, 逐层按被开方数正负分类去根号。二是定义域与有意义条件, 二次根式 \sqrt{A} 有意义的条件是 $A \geq 0$, 需解含参数的不等式 $A \geq 0$, 按参数取值分类讨论定义域。三是方程与不等式, 含根式方程如 $\sqrt{x+1} = x-1$, 需先保证 $x+1 \geq 0$ 且 $x-1 \geq 0$, 再平方求解后验根, 含根式不等式如 $\sqrt{2x-1} < 3$, 需分 $2x-1 \geq 0$ 且 $2x-1 < 9$ 讨论解集。

分段函数。将分段函数问题分为函数值计算、单调性与最值分析两部分进行分析。首先是函数值计算, 核心逻辑是根据自变量取值, 匹配到对应区间的解析式进行计算, 如已知 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$, 计算 $f(2)$ 时用 $x \geq 0$ 段, 计算 $f(-1)$ 时用 $x < 0$ 段。二是单调性与最值分析, 逐段分析各区间的单调性, 如一次函数看斜

率、二次函数看单调性, 比较各段的极值与区间端点函数值, 确定整体最值, 例如 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \leq 1 \\ x-1, & x > 1 \end{cases}$, 第一段在 $(-\infty, 1]$ 上先增后减, 第二段在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 需分段讨论后整合结论。

4.1.3. 集合、数列与多项式相关问题

集合关系。一是集合包含与相等关系, 核心逻辑是集合间的包含、相等关系, 常因参数存在或空集特殊性引发分类讨论。典型案例如下: 空集优先原则, 判定集合 $A = \{x | ax-1=0\}$ 与 $B = \{1, 2\}$ 的关系, 需分 $A = \emptyset$ ($a=0$) 与 $A \neq \emptyset$ 两类; 元素匹配, 集合 $A = \{1, a\}$ 与 $B = \{1, 2, 3\}$ 的包含关系, 需分类验证 a 的取值。二是集合运算与解集, 核心逻辑是含参不等式的解集与已知集合的交、并、补运算, 需按参数取值划分解集后再运算。

数列通项与求和。一是通项公式推导, 核心逻辑是递推关系或项的奇偶性、正负性导致求和公式需分类讨论, 如递推 $a_{n+2} - a_n = 2$, 需分 n 为奇、偶两类推导通项, 再如分段递推 $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n, & n \text{ 为奇数} \\ a_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 按奇偶性分段求解。二是数列求和分析, 核心逻辑是公比、通项符号或分段通项导致求和公式需分类讨论, 如等比数列求和需分 $q=1$ 的常数列求和与 $q \neq 1$ 的公式求和, 再如分段通项 $a_n = \begin{cases} 2n, & n \leq 5 \\ 3^n, & n > 5 \end{cases}$, 分区间计算前 n 项和。

多项式符号及取值范围问题。一是多项式符号分析, 核心逻辑是多项式符号由根的分布与最高次项系数决定, 需划分数轴区间分类讨论, 如解 $x^2 - 3x + 2 > 0$, 因式分解后按根 1, 2 分 $x < 1$, $1 < x < 2$, $x > 2$ 三段判号, 再如含参多项式 $ax^2 + bx + c$, 先分 $a=0$ 与 $a \neq 0$, 再判号。二是多项式值域求解, 核心逻辑是多项式的最值、值域需结合次数、系数与定义域分类讨论, 如二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在 $[m, n]$ 上的值域, 分 $a > 0$, $a < 0$ 结合对称轴分析, 再如高次多项式 $y = x^3 - 3x$, 按极值点与定义域区间分类求值域。

4.2. 几何模块

4.2.1. 位置与对应关系不确定型问题

点线圆位置关系。其核心逻辑是点与圆、直线与圆、圆与圆的位置关系, 存在多种可能, 需按数量关系分类讨论, 已知圆的直径为 d , 半径为 r 。一是点与圆的位置关系, 按 $d < r$, $d = r$, $d > r$ 分点在圆内、圆上、圆外三类; 二是直线与圆的位置关系: 按 $d < r$, $d = r$, $d > r$ 分相交、相切、相离三类; 三是圆与圆的位置关系: 按圆心距与半径和差关系分外离、外切、相交、内切、内含五类。

全等或相似对应关系。其核心逻辑是全等或相似三角形未明确对应顶点时, 需枚举所有对应组合验证, 如已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 未指定对应顶点时, 需枚举 AB 与 DE 、 EF 、 FD 三种对应关系, 逐一验证几何约束。

4.2.2. 动态与边界变化型问题

动点几何问题。核心逻辑是点、线、圆运动时, 位置随参数变化, 需划分临界阶段分类讨论。如动点 P 沿线段 AB 运动, 需按 P 与关键点, 如端点、垂足等位置划分区间, 分别计算 $\triangle PCD$ 的面积或角度。

折叠旋转问题。核心逻辑是折叠、旋转会改变图形位置, 需按对称、全等性质分类讨论可能的变换结果, 如矩形按直线折叠使顶点落在边上, 需按折叠线与边的交点位置、顶点落地区间分类, 验证折叠后图形的重合性。

最值问题。核心逻辑是几何最值出现在临界位置, 如共线、相切、垂直, 需分类讨论不同临界状态, 如直线上找一点 P 使 $PA + PB$ 最小, 分 A 、 B 在直线同侧、异侧两类, 分别用对称法或直线连线求解。

存在性问题。核心逻辑是判断满足条件的图形是否存在, 有几个, 需分类验证所有可能构型, 如在

图上找一点 P 使 $\angle APB = 60^\circ$, 需按 AB 与图的位置关系分类, 判断符合条件的点 P 个数。

5. 分类讨论思想应用于混合教学模式常见的问题

5.1. 教师层面

5.1.1. 教学设计融合度不足

在混合教学模式下, 未能将分类讨论思想与线上线下环节深度融合。线上多为知识呈现, 缺少统一分类标准和具体逻辑思路的引导; 线下课堂缺乏针对性探究, 分类讨论思想的渗透碎片化, 不利于对学生的思维训练。

5.1.2. 过程性评价滞后

教师对学生分类讨论思想形成过程的重视程度不够, 线上批改侧重答案对错, 忽视分类是否完整; 线下受时间限制, 侧重于单个题目, 未梳理共性问题。评价反馈不及时, 难以有效纠正学生思维漏洞, 影响落实效果。

5.2. 学生层面

5.2.1. 线上自主学习效率偏低

学生线上学习时自律性不足, 对数学代数和几何内容的分类讨论思想应用缺乏主动思考与归纳。对分类依据、解题步骤理解停留在表面, 遇到数学问题时, 无法将知识迁移应用, 难以真正掌握分类讨论的核心逻辑。

5.2.2. 分类思维逻辑不清

学生在运用分类讨论思想时, 常出现标准混乱、重复或遗漏情况, 思维缺乏严谨性。在混合教学互动中参与度不高, 不愿展示思路; 线下合作探究流于形式, 无法完善思维, 导致解题能力提升缓慢。

6. 分类讨论思想应用于混合教学模式的教学策略

6.1. 教师教的策略

6.1.1. 合理利用混合教学模式

教师应构建线上线下一体化教学流程, 线上推送分类标准梳理任务单, 引导学生理解分类依据; 线下聚焦重难点开展探究式教学, 围绕典型例题详述分类步骤, 将分类讨论思想融入教学各环节, 实现线上铺垫与线下深化的有机结合。

6.1.2. 完善过程性评价

教师依托线上平台实时监测学生学习数据, 重点评价分类的完整性等过程性表现; 线下针对共性错误集中讲评, 个性化点拨思维漏洞, 提升分类讨论思想教学的针对性。

6.2. 学生学的策略

6.2.1. 提高线上自主学习效率

学生应充分利用线上资源主动预习, 认真梳理分类讨论的适用情境, 自主完成基础训练并归纳方法。借助线上互动工具及时提问, 将易错点整理记录, 为线下课堂的深度探究做好准备, 提升自主学习实效性。

6.2.2. 规范分类思维

学生在课堂中主动参与小组讨论, 陈述分类思路, 在交流中纠正分类重复和遗漏问题。在解题过程中, 应注重推理步骤的规范性, 逐步归纳分类讨论的基本模型, 形成严谨、系统的思维习惯, 从而有效

提升运用分类讨论思想分析与解决问题的能力。

7. 结论

分类讨论是中学数学核心素养培养的重要内容,贯穿于代数、几何等知识模块的教学之中,对提升学生逻辑思维具有重要作用。在混合教学模式下,线上自主探究与线下合作研讨相结合,为分类讨论思想的有效融入提供了新途径。通过线上引导学生明确分类依据,线下规范表达与书写,能够提高学生对分类讨论方法的实际运用能力。依托混合教学模式开展分类讨论思想教学,不仅能帮助学生掌握解题方法,更能促进其形成系统化的数学思维。在今后的中学数学教学中,应持续推进混合教学与数学思想的融合,聚焦分类讨论核心素养的培养,不断优化教学策略和完善评价机制,全面提升学生的数学思维品质与综合解题能力,为其终身学习奠定坚实基础。

基金项目

吉林省高教学会科研课题(重点自筹):以学生为中心的数字化混合教学模式研究——以大学数学课程为例(JGJX2022C50)。

参考文献

- [1] 周洪荣. 分类讨论思想在中学数学中的应用[J]. 课程教育研究, 2013(10): 149.
- [2] 陈瑶瑶, 赵院娥. 分类思想在中学数学教学中的应用研究[J]. 数理化解题研究, 2024(30): 53-55.
- [3] 陈秀祿. 浅析中学数学中的分类讨论思想方法[J]. 科学咨询(教育科研), 2009(4): 66.
- [4] 龙雁, 陈涛. 中学数学教学模式及其混合式应用探究[J]. 西部素质教育, 2019, 5(2): 226-227.