

# 新工科背景下数值分析课程积分方程模块的教学探索

王克彦, 胡立军, 卢晓雄, 王超俊

衡阳师范学院数学与统计学院, 湖南 衡阳

收稿日期: 2026年5月15日; 录用日期: 2026年6月18日; 发布日期: 2026年6月25日

## 摘要

针对新工科对强基础、重实践、善创新人才的培养要求, 结合数值分析课程中积分方程求解模块传统教学存在的理论与应用脱节、创新能力培养薄弱问题, 提出情境、理论、工具、建模四维融合的教学改革方案。通过重构教学内容、创新教学方法、优化评价体系, 将积分方程求解从纯理论推导转向理论解析、数值验证、工程应用的立体化教学, 实现学生数学思维、实践技能与创新能力的协同提升。教学实践表明, 该方案能有效提高学生对数值分析知识的应用能力, 为新工科背景下数学类课程改革提供参考。

## 关键词

新工科, 数值分析, 积分方程, 教学改革

# Teaching Exploration of the Integral Equation Module in Numerical Analysis Courses under the Background of Emerging Engineering Education

Keyan Wang, Lijun Hu, Xiaoxiong Lu, Chaojun Wang

School of Mathematics and Statistics, Hengyang Normal University, Hengyang Hunan

Received: May 15, 2026; accepted: June 18, 2026; published: June 25, 2026

## Abstract

In response to the training requirements of emerging engineering education for talents with a solid foundation, practical skills, and innovative capabilities, and addressing the disconnection between

theory and application as well as the weakness in fostering innovation in the traditional teaching of the integral equation module in numerical analysis courses, this study proposes a teaching reform plan based on the integration of four dimensions: context, theory, tools, and modeling. By restructuring teaching content, innovating teaching methods, and optimizing the evaluation system, the teaching of integral equation solving is shifted from pure theoretical derivation to a multi-dimensional approach encompassing theoretical analysis, numerical verification, and engineering application, thereby achieving coordinated enhancement of students' mathematical thinking, practical skills, and innovative abilities. Teaching practice shows that this approach can effectively improve students' ability to apply numerical analysis knowledge, providing a reference for the reform of mathematics courses in the context of emerging engineering education.

## Keywords

Emerging Engineering Education, Numerical Analysis, Integral Equations, Teaching Reform

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

新工科建设以服务国家战略、对接产业需求为核心，紧密围绕制造业转型升级与新兴产业发展，强调人才培养的跨界融合与实践创新，注重基础学科与应用学科的知识贯通，以及真实复杂工程问题的解决能力[1]。在此背景下，高校数学专业课程教学需与工程教育深度协同，积极引入新工科理念，推进教学内容、方法与评价体系的综合改革，以培养高层次创新应用型人才[2]。

数值分析作为衔接数学理论与工程应用的核心课程，是机械、电气、计算机、人工智能等新工科专业的重要基础。它不仅提供关键的数值求解工具，更蕴含了系统性的逻辑思维与优化意识，直接影响学生解决复杂工程问题的能力上限，是新工科人才培养的关键能力基石。近年来，针对新工科背景下的数值分析课程教学改革探索日益增多。例如，任泽民[3]、赵振宇[4]等人结合新工科需求，就教学内容、模式与评价体系提出了改革思路；唐玲艳等[5]以研究生课程为例，探讨了学生计算思维与工程思维的培养路径；张建华等[6]构建了以“双思维”（计算思维与工程思维）为核心的教学改革框架；晏日安等[7]针对数学专业提出了强化实践、更新内容、混合教学等策略；刘波等[8]则引入 DIKW 认知模型，以破除课程“孤岛现象”。这些研究为课程改革提供了丰富的思路借鉴。

然而，传统数值分析课程在积分方程求解模块的教学中仍存在明显局限：其一，教学内容偏重特殊核函数的解析推导，对工程中更为常见的复杂核数值解法涉及不足，与产业实际需求脱节；其二，教学方法仍以教师单向推导讲授为主，缺乏案例研讨、软件实操等互动环节，学生难以建立“模型-方法-应用”的完整逻辑链条；其三，评价体系过度依赖期末闭卷考试，侧重公式记忆与手工计算，对数值工具应用、工程建模与解决实际问题的综合能力考核不足[9]。

针对上述问题，本文以积分方程求解模块为切入点，探索新工科背景下数值分析课程的教学改革路径。改革遵循需求导向、产教融合与能力为重的原则，从三方面进行系统性优化：在教学内容上，重构涵盖解析方法、数值算法与工程应用的知识体系，补充前沿算法与真实产业案例；在教学模式上，创新采用理论讲授、软件实操与案例研讨相结合的多元形式；在评价机制上，构建融合过程性、终结性与实践创新性的多元评价体系，将工具应用、建模报告与解决方案纳入考核范畴。最终实现“理论为基、应用为靶、创新为魂”的人才培养目标，为新工科建设输送具备扎实数理基础与卓越工程能力的高素质

人才。

## 2. 教学改革设计理念与目标

### 2.1. 设计理念与理论框架

为精准对接新工科建设对人才培养的核心诉求，本教学改革以积分方程求解为核心载体，确立了“需求导向、产教融合、能力为重”的三大原则，构建了“知识链 - 能力链 - 价值链”三链深度融合的教学逻辑(如图 1 所示)。该框架植根于成熟的建构主义学习理论与项目式学习(PBL)理念，并对其进行了工程化改造与拓展。

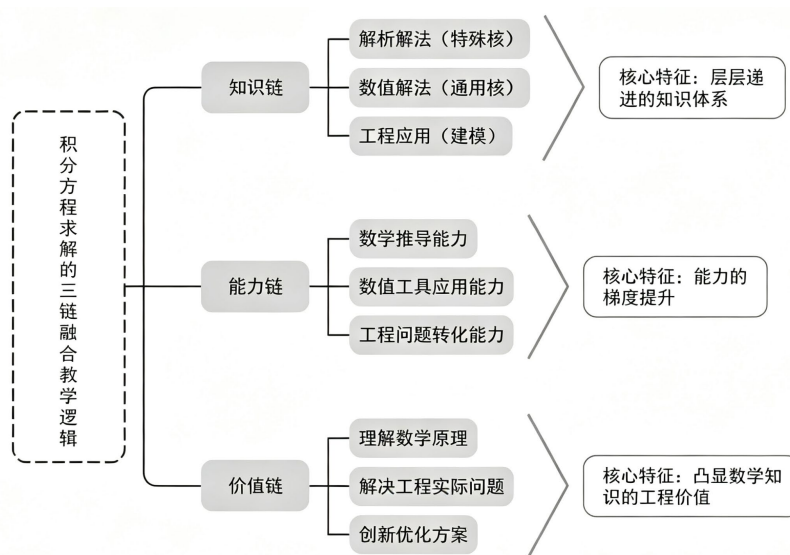


Figure 1. Teaching logic diagram of three-chain integration for solving integral equations  
图 1. 积分方程求解的三链融合教学逻辑图

#### 2.1.1. 理论渊源：从认知建构到工程实践

与建构主义的关联：建构主义强调学习者在真实情境中主动建构知识意义。本方案通过“情境导入”与“问题驱动”，为学生创设了“精密机械温控”等真实工程场域，促使其摆脱被动接受公式的惯性，通过“协同探究”主动完成从物理问题到数学模型的意义建构。

与 PBL 的融合：PBL 主张通过复杂项目的完成来习得核心技能。本框架将“工程建模”作为终极任务，要求学生像工程师一样，经历“问题定义 - 方案设计 - 工具验证 - 优化迭代”的完整项目周期，实现了从“做题”到“做事”的根本性转变。

#### 2.1.2. “三链融合”的内涵与要素

本框架通过三条链条的相互支撑，打破传统教学中理论与实践、知识与能力、学习与应用的割裂壁垒(见图 1)：

**知识链(Knowledge Chain)**：以积分方程理论为核心，纵向贯通数学分析基础与 Matlab/Python 编程工具，横向关联物理、信号处理等工程知识，形成网状知识结构。

**能力链(Ability Chain)**：对应知识链层级，依次培养“数学抽象与推导能力”“数值工具应用能力”“工程问题转化与建模能力”，构建层层递进的能力阶梯。

**价值链(Value Chain)**：贯穿教学始终，引导学生从单纯的“解题得分”升华为“解决工程痛点”，最

终指向“优化算法、创新方案”的社会价值。

三者互为支撑：知识是载体，能力是手段，价值是归宿。通过三链的深度融合，构建起符合新工科人才培养要求的教学新范式。

### 2.1.3. 实施路径：反向设计与正向培养

为确保理念落地，本改革采用反向设计思路：

需求导向：聚焦工业场景(如电磁场建模、力学接触分析)对积分方程求解的真实诉求，以此反向设计教学内容与环节。

产教融合：联动行业企业共建教学资源，引入真实工程案例与技术标准，将工程问题解决流程融入教学全过程，实现课堂与产业的无缝衔接。

能力为重：突出对学生数学推导、数值工具应用、工程问题转化等核心能力的梯度培养，规避重理论轻实践的弊端。

如图 1 所示，教学实施以积分方程求解为载体，串联起从特殊核解析解法到通用核数值解法、再到工程实际建模的知识体系；同步对应数学推导能力到数值工具应用能力、再到工程问题转化能力的提升路径；最终落脚于从理解数学原理到解决工程实际问题、再到创新优化方案的价值升华，助力学生成长为兼具扎实理论基础、较强实践能力与创新意识的高素质工程技术人才。

## 2.2. “三链融合”框架的普适性与实施路径

本“三链融合”框架具有良好的可迁移性，可推广至数值分析其他模块(如微分方程数值解、优化算法)乃至其他数学类课程。其通用实施步骤如下：

锚定价值起点：分析该模块在新工科领域的一个核心应用场景(如“机器学习中的梯度下降”对应优化模块)，确立价值目标。

重构知识链条：将原有线性知识拆分为“基础理论 - 数值算法 - 工程案例”三个子模块，并明确各模块的衔接点。

设计能力阶梯：为每个子模块设计对应的实践任务，如基础模块侧重手工推导验证，进阶模块侧重代码实现，综合模块侧重建模创新。

实施闭环评价：采用“过程(实操)+ 终结(应用)+ 创新(拓展)”的三维评价，确保能力与价值的达成。

## 2.3. 教学目标

本教学模块以第二类弗雷德霍姆积分方程的求解为主线，围绕新工科人才所需的知识、能力与素养三维目标展开设计，力求达成以下具体目标：在知识层面，帮助学生掌握可分离变量核的解析解法与配置法等数值解法，并理解二者的适用场景差异；在能力层面，培养学生运用 Matlab、Python 等工具实现数值求解与验证的技能，并能将简单工程问题(如热传导、信号滤波)转化为积分方程模型；在素养层面，引导学生形成“理论联系实际”的工程思维，系统提升“发现问题 - 分析问题 - 解决问题”的创新素养。

## 3. “积分方程求解”模块教学改革实施路径

### 3.1. 重构教学内容：从理论导向到应用导向

为顺应新工科建设对强基础、重实践、育创新的人才培养要求，打破传统数学课程中定义、定理、推导的单向灌输式内容架构，摒弃重理论推演、轻工程应用的教学弊端，我们对“积分方程求解”模块进行系统性教学重构，将其拆解为 3 个层层递进、环环相扣的教学单元。各单元以工程问题驱动为核心逻辑，以知识落地应用为最终目标，实现数学知识与工程实践、创新能力培养的深度融合，具体内容框

架如图 2 所示。首先，重构后的模块不再局限于抽象的数学理论讲解，而是以工程场景为切入点，让学生在解决实际问题的过程中理解数学概念；其次，3 个教学单元遵循基础夯实、能力提升、创新落地的认知规律，从解析解法的物理内涵到数值解法的工程适配，再到综合建模与优化，形成完整的能力培养链条；最后，每个单元均明确对接新工科人才的核心素养需求，既保障数学基础的扎实性，又强化工程实践能力与创新思维的培育，真正实现数学工具向工程能力的转化，为学生后续学习专业核心课程、解决复杂工程技术问题奠定坚实基础。

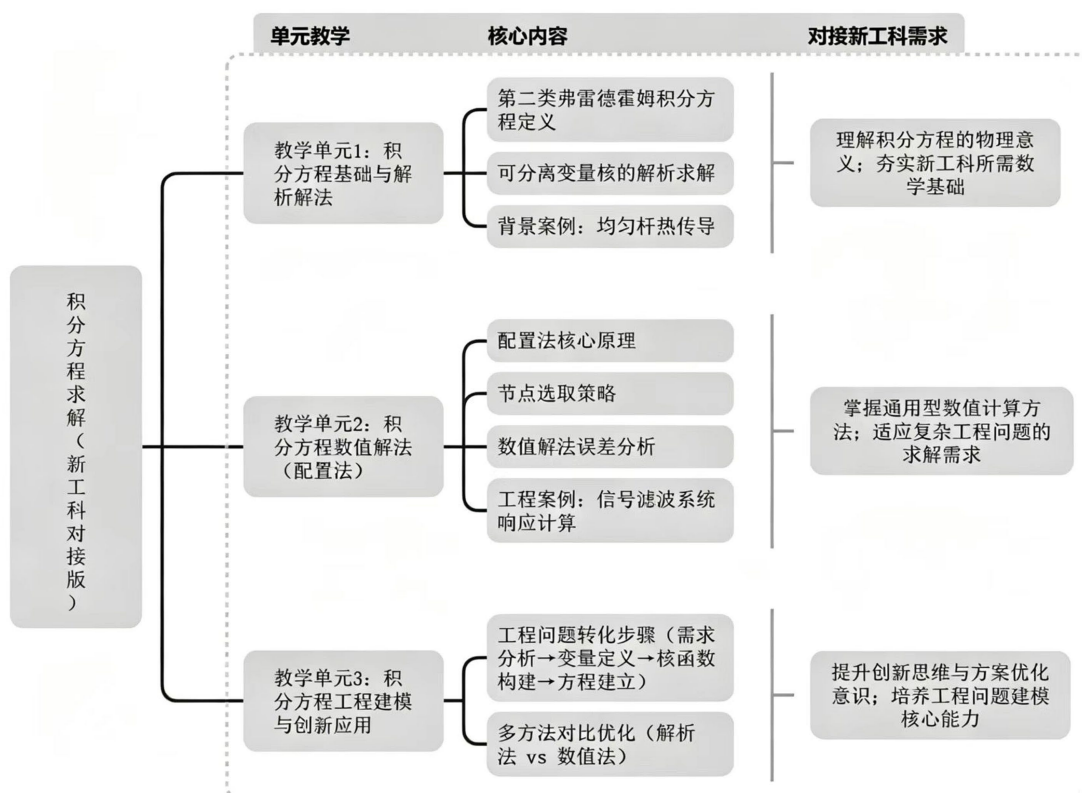


Figure 2. Integral equation solution in deep alignment with emerging engineering education needs

图 2. 积分方程求解与新工科需求深度对接图

### 3.2. 创新教学方法：从单向灌输到多维互动

本文将阐述一种以学生为中心的四步教学法，该方法融合“情境导入、问题驱动、协同探究、实践验证”四个环节，构成一个循序渐进、学用结合的教学闭环。为清晰说明其操作流程与教学效果，本文将选取“均匀杆热传导”这一经典物理问题作为具体案例，详细展示各阶段的设计思路与实施步骤。

#### 3.2.1. 情境导入：激发兴趣，关联工程

课堂开篇，引入一个典型的新工科背景案例：某精密机械加工车间需对一根长度为 1 米的均匀金属杆进行温度场分析与控制。已知该杆的初始温度分布为  $f(x) = x$  (单位:  $^{\circ}\text{C}$ )，在加工过程中，杆表面与环境的换热效应不可忽略，其对应参数  $\lambda = 2$ 。根据传热学原理，杆上任意一点  $x$  处的稳态温度  $y(x)$  满足积分方程  $y(x) = x + 2 \int_0^1 xty(t)dt$ 。教师由此提出驱动性问题：“如何求解该积分方程，从而精确得到

杆上任意位置的温度分布？”，将抽象的数学方程嵌入真实的工程调控场景，引导学生从“温度控制关乎加工精度”的实际需求出发，体会数学工具的工程意义，从而有效激发其学习动机与探究兴趣。

### 3.2.2. 问题驱动：拆解任务，分层探究

在问题驱动环节，教师围绕“求解杆体温度分布”这一核心任务，设计了由浅入深、层层递进的三个问题，引导学生沿“分析-转化-拓展”的路径展开探究。

第一个问题聚焦于“辨识方程类型与结构特征”。学生通过小组讨论，识别出该方程为第二类弗雷德霍姆积分方程，并指出其核函数  $K(x,t)=xt$  具有“可分离变量”（乘积形式）的显著特征。教师随即通过提问与反馈，强化学生这一关键认知，为后续的方程简化与求解奠定基础。

第二个问题引导学生“探索代数化转化与解析求解”。教师启发学生利用核函数的可分离性简化方程，并关键性地引入常数设定  $C = \int_0^1 ty(t)dt$ ，阐释其物理意义（温度函数的一种加权平均）与数学合理性。

师生随后共同完成推导：将其代入方程得  $y(x) = x + 2xC$ ，再结合的定义式解出  $C = 1$ ，最终得到解析解  $y(x) = 3x$ 。此过程清晰展示了如何通过“代数化”思路求解该类方程，体现了化归与转化的数学思想。

第三个问题力求“突破局限，引发新思考”。通过改变工程条件（如杆长或初始温度分布），学生意识到原方法在核函数不可分离时将失效，从而引发认知冲突。教师顺势引出处理一般性积分方程的常用数值方法（如配置法），简述其核心思想：将连续方程离散化为线性方程组求解。此环节不仅回应了条件扩展带来的挑战，也为后续数值学习做好了铺垫，实现了从特殊到一般、从解析到数值的知识自然过渡。

通过这三个环环相扣的问题，学生经历了从概念识别、技巧性求解到方法论拓展的完整思维训练，实现了知识建构与探究能力的同步提升。

### 3.2.3. 协同探究：理论推导，工具实践

“协同探究”环节采用了“理论推导”与“数值实践”双线并行的学习模式。学生分为理论小组与实践小组，分别从解析与计算两种路径对同一问题进行探究，最终通过结果比对与交叉研讨，形成一个完整的“猜想-验证-拓展”科学探究闭环。

理论小组的核心任务是通过严谨的数学推导完成解析求解，以锤炼逻辑演绎能力。针对形如  $y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$  的方程，推导分为四步：

步骤 1（识别与简化）：观察到核函数  $K(x,t)=xt$  具有“可分离变量”特征，将积分项拆为  $x \int_0^1 ty(t)dt$ ，

并引入关键常数  $C = \int_0^1 ty(t)dt$ ，其物理意义为温度函数关于位置  $t$  的加权平均；

步骤 2（代回得结构）：将  $C$  代入方程，得  $y(x) = x(1+2C)$ ；

步骤 3（构建代数方程）：基于  $C$  的定义得  $C = (1+2C) \int_0^1 t^2 dt = \frac{1+2C}{3}$ ，解得  $C = 1$ ；

步骤 4（得解析解）：代回得  $y(x) = 3x$ ，并可验证其满足原方程。整个过程完整呈现了“代数化”方法处理可分离核积分方程的核心思想。

实践小组的核心任务是借助计算工具（如 Matlab）对理论结果进行验证与拓展，以培养计算思维与探究能力。具体而言，其任务包括：首先进行复现验证，即依据解析解  $y(x) = 3x$  计算积分值  $C$ ，验证其是否为 1，并模拟理论推导过程，通过数值方法求解对应代数方程，验证  $C$  的一致性；在此基础上，进一步开展参数探究，通过改变方程中的参数  $\lambda$ （例如将系数 2 改为 3），直接求解变形后的方程，利用参数

扫描观察解的变化规律,同时引导学生思考 $\lambda$ 的物理意义(如反映热交换强度)及其对温度分布的影响,从而在数值实践中融入工程直观。

两组完成后,通过汇报与交叉研讨展开深度对话:先比对解析解与数值解,确认结果一致,增强对模型的信心;再分享方法——理论小组阐释“设 $C$ 为常数”的数学巧思,实践小组展示参数扫描获得的直观规律(如“ $\lambda$ 越大,稳态温度越高”);最后教师引导学生总结,解析法精准优美但依赖特殊结构,数值法灵活普适但仅提供离散近似,二者结合方构成应对复杂工程与科学问题的完整方法体系。

这一协同模式不仅让学生得到答案,更使其亲历从数学抽象、手工推导,到计算机验证与主动探索的完整研究流程。

### 3.2.4. 实践验证: 工程建模, 创新应用

在拓展任务中,学生需在信号滤波的工程背景下,以输入信号 $f(x)=\sin x$ 、系统响应函数 $K(x,t)=e^{-(x-t)^2}$ 、参数 $\lambda=0.5$ 及区间 $[0,\pi]$ 为条件,分组完成以下工作:首先建立积分方程模型 $y(x)=\sin x+0.5\int_0^{\pi}e^{-(x-t)^2}y(t)dt$ ;接着选取配置法作为数值方法,并确定5个等距节点(如 $t_0=0,t_1=\frac{\pi}{4},t_2=\frac{\pi}{2},t_3=\frac{3\pi}{4},t_4=\pi$ );随后利用Matlab编写相应代码,求得节点处数值解 $y(x)$ ;最后分析数值解的误差(可与Matlab内置函数结果比较),并提出优化方案——例如采用Chebyshev节点重新分布以降低误差,体现对数值方法选择的批判性思考与创新改进意识。

### 3.3. 优化评价体系: 从结果考核到过程评价

本课程构建三维多元评价体系,全面考核学生的理论掌握、实践技能与创新能力。过程性评价占60%,包括课堂表现(20%)与实践作业(40%);课堂表现注重小组讨论贡献、问题回答准确性与软件操作熟练度;实践作业分为基础作业(手工求解与软件验证,20%)和建模作业(工程问题转化与数值优化,20%),需提交求解报告、代码及结果分析。终结性评价占40%,采用开卷与实操结合方式,涵盖理论部分(20%,考查积分方程解法逻辑)与实践部分(20%,要求限时完成工程案例建模与数值求解)。此外,设立不超过10%的创新加分,鼓励学生对数值方法提出优化方案或拓展工程案例新应用场景,以激发创新思维与实践能力。

## 4. 教学改革实践效果

为评估本文所提教改方案的效果,选取本校数学与应用数学专业22级的两个班级进行对比。其中,实验班(45人)采用本教改方案,对照班(43人)沿用传统教学方案。课程结束后,通过能力测试与问卷调查发现,实验班学生在多项指标上均表现出明显优势:在能力测试中,实验班在工程建模题上的得分率达到82.3%,数值优化题得分率为76.5%,显著优于对照班(分别为58.1%和49.2%)。同时,问卷调查结果显示,实验班89.1%的学生认为“能理解积分方程的工程意义”,82.6%的学生表示会运用数值软件解决实际积分方程问题,两项比例较对照班(分别为43.5%和32.6%)均有大幅提升。以上结果表明,本文提出的教改方案在提升学生综合应用能力与学习认同感方面具有积极效果。

## 5. 实施反思与未来展望

### 5.1. 实施过程中的挑战与对策

在为期一学期的教学改革实践中,我们遇到了一些预期之外的挑战,并采取了相应措施:

1) 学生基础差异大:部分学生数学推导能力强但编程基础薄弱,反之亦然。对此,我们实施了“强

弱结对”的分组策略，强制要求组内互教互学，并在评价中增加“团队协作贡献度”指标。

2) 教学时间紧张：工程案例研讨与软件实操耗时较长，导致原定课时捉襟见肘。我们采用了“翻转课堂”模式，利用现有优质在线开放课程资源，引导学生课前自主完成基础理论推导的学习，课堂时间集中用于解决疑难问题和开展项目实践。

3) 工程案例的真实性：初期案例因过于理想化而缺乏工程实感。后期在迭代优化中，重点强化了数据与产业现状的吻合度，通过去伪存真的筛选与修正，确保了案例设定的工程合理性与现实针对性。

## 5.2. 研究局限性分析

本研究虽取得一定成效，但仍存在以下局限性：

1) 样本局限性：研究对象仅局限于本校数学与应用数学专业的两个班级，样本量较小，且未涵盖工科专业学生，结论的普适性有待进一步验证。

2) 评价工具单一：虽然构建了多元评价体系，但创新能力的量化评价仍显主观，缺乏标准化的量表工具，难以精确剥离出“教学干预”与“学生天赋”对创新能力提升的不同贡献。

3) 长期效果未知：本研究仅关注了短期的学习成效，缺乏对学生后续专业课程学习(如数字信号处理、有限元分析)中应用能力的追踪数据。

## 5.3. 未来研究方向

基于上述反思与局限，未来工作将聚焦于：

1) 深化产教融合：联合智能制造企业，开发基于真实产线数据的“高保真”积分方案案例库，引入工业软件(如 COMSOL)进行联合仿真教学。

2) 拓展跨学科应用：将教学改革推广至计算机、机械等工科专业，探索针对不同专业背景的差异化教学方案。

3) 引入智能化辅助：结合 AI 技术，开发智能化的数值计算助教系统，实现对学生代码的自动评测与个性化辅导，解决师资不足与个性化指导难以兼顾的矛盾。

## 6. 结语

新工科背景下，数值分析课程的改革需紧扣应用与创新两大核心。本文以积分方程求解教学模块为例，通过重构教学内容体系、创新教学方法与优化评价机制，推动数学理论、数值方法与工程实践深度融合，切实提升了学生的应用能力与创新素养。未来，将持续克服实施中的困难，弥补研究局限，推动数值分析课程向工程化、创新化转型，为新工科人才培养提供更有力的支撑。

## 基金项目

衡阳师范学院校级教学改革研究项目(JYKT202518)；湖南省教育厅教学改革研究项目(HNJG-20230889)。

## 参考文献

- [1] 钟登华. 新工科建设的内涵与行动[J]. 高等工程教育研究, 2017(3): 1-6.
- [2] 徐晓飞, 丁效华. 面向可持续竞争力的新工科人才培养模式改革探索[J]. 中国大学教学, 2017(6): 6-10.
- [3] 任泽民, 李庆玉, 黎彬. 新工科背景下数值分析课程改革的几点思考[J]. 教育教学论坛, 2020(18): 284-285.
- [4] 赵振宇, 由雷. 新工科背景下对数值分析课程改革的思考[J]. 科教文汇(下旬刊), 2020(36): 74-75.
- [5] 唐玲艳, 文军. 新工科背景下高等数值分析课程教学改革的思考[J]. 高教学刊, 2022, 8(24): 144-147.

- [6] 张建华, 赵静. 新工科背景下研究生数值分析课程教学改革探索[J]. 高教学刊, 2023, 9(18): 146-149.
- [7] 晏日安, 熊佩英, 陈暑波. 新工科背景下数学专业数值分析课程的教学改革[J]. 学园, 2024, 17(17): 24-26.
- [8] 刘波, 罗庆斌. 新工科背景下数值分析课程教学的实践与创新[J]. 学园, 2024, 17(29): 33-35.
- [9] 沈海龙, 邵新慧, 宋叔尼. 数值分析课程教学改革的探索与实践[J]. 大学数学, 2013, 29(5): 1-3.