

# GeoGebra在高中三角函数图像变换教学中的应用探究

周静玉, 牟丹\*, 郭荐鑫, 孙雨婷

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2026年5月10日; 录用日期: 2026年6月10日; 发布日期: 2026年6月23日

## 摘要

为破解高中三角函数图像变换教学中“抽象难懂、直观性不足、学生难以建立数形结合”的痛点, 本文以GeoGebra动态数学软件为核心工具, 结合高中数学新课标要求与学生认知规律, 探究其在三角函数图像变换教学中的应用路径。通过梳理正弦、余弦、正切函数图像的平移、伸缩、对称变换核心逻辑, 设计“动态演示-自主探究-验证归纳-迁移应用”的教学流程, 重点展示GeoGebra在变换参数可视化、图像同步生成、动态交互操作、错题即时辨析等环节的应用策略。实践表明, 该教学模式能有效降低学生对变换规律的理解难度, 提升学生的数形结合能力与课堂参与度, 为高中三角函数教学提供了可复制的数字化教学方案, 同时也为数学学科核心素养的落地提供了实践参考。

## 关键词

GeoGebra, 高中数学, 三角函数, 图像变换, 教学探究

# Research on the Application of GeoGebra in the Teaching of Trigonometric Function Image Transformation in Senior High School

Jingyu Zhou, Dan Mu\*, Jianxin Guo, Yuting Sun

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: May 10, 2026; accepted: June 10, 2026; published: June 23, 2026

## Abstract

To solve the pain points in the teaching of trigonometric function image transformation in senior

\*通讯作者。

high school, such as abstract comprehension, lack of intuition, and students' difficulty in establishing the combination of number and shape, this paper takes GeoGebra dynamic mathematical software as the core tool. Combined with the requirements of the new senior high school mathematics curriculum standard and students' cognitive rules, it explores its application paths in the teaching of trigonometric function image transformation. By sorting out the core logic of translation, scaling and symmetry transformation of sine, cosine and tangent function images, this paper designs a teaching procedure of "dynamic demonstration-independent exploration-verification and induction-transfer and application". It focuses on demonstrating the application strategies of GeoGebra in parameter visualization, synchronous image generation, dynamic interactive operation and instant error analysis. Practice shows that this teaching mode can effectively reduce students' difficulty in understanding transformation rules, improve students' ability of combining number with shape and classroom participation. It provides a replicable digital teaching scheme for senior high school trigonometric function teaching, and also offers practical reference for the implementation of core literacy in mathematics discipline.

## Keywords

GeoGebra, Senior High School Mathematics, Trigonometric Function, Image Transformation, Teaching Research

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

### 1.1. 研究背景

三角函数是高中数学函数体系的核心内容之一，其图像变换不仅是函数性质研究的重要延伸，更是培养学生数形结合思想、逻辑推理能力与直观想象素养的关键载体。当前国内外学界围绕信息技术赋能高中函数教学已形成丰富研究成果，诸多学者证实动态数学软件可直观化解抽象函数知识，有效优化课堂教学模式。已有研究充分肯定了 GeoGebra 软件在高中数学教学中的实用价值，骆永明梳理了该软件融入高中数学课堂的具体应用路径，为信息化教学落地提供实践思路[1]；严良惠则以三角函数知识为具体案例，探究了软件在该模块教学中的实操方法，证实其能够改善传统授课弊端[2]。但现有研究仍存在一定局限，多数研究仅侧重软件基础应用展示，未能深度结合三角函数图像变换重难点展开精细化教学设计，也未针对学生平移伸缩顺序混淆、参数理解偏差等典型错题成因进行靶向教学优化。反观传统三角函数图像变换教学，多依赖静态 PPT 或黑板手工绘图，存在诸多教学短板：一方面，教师难以精准呈现相位、周期、振幅等参数对图像的动态影响过程，学生只能机械识记“左加右减、上加下减、横缩纵伸”等解题口诀，无法洞悉图像变换内在本质；另一方面，课堂缺少学生自主实操探究空间，学生难以自主验证变换逻辑，极易混淆变换先后次序，频繁出现平移与伸缩顺序颠倒、变量系数处理失误等问题，无法构建完整连贯的三角函数知识体系。

### 1.2. 研究价值

与传统教学相比，使用 GeoGebra 动态教学软件进行演示操作，数学课堂变得更生动直观，学生的好奇心和数学兴趣得到提升，建立对数学图像变换的直观认识。有助于突破新课标对培养学生直观想象素养的难题。通过提供动态交互学习体验、增强空间思维训练、提高概念之间的联想和迁移能力、促进自

主探究和发现学习。

随着新课标对数学数字化教学的推进,动态数学软件逐渐成为突破教学难点的重要工具。其中,GeoGebra 作为集代数、几何、微积分于一体的免费开源动态教学软件,具备操作简洁、动态演示直观、交互性强、多终端兼容等优势,能够实现“代数表达式-几何图形-数值特征”的实时联动与同步生成。近年来,已有部分研究探索数字化工具在三角函数教学中的应用,但多聚焦于软件功能的单一展示,缺乏结合高中教学实际的系统性教学设计与实践验证,尤其针对“图像变换”这一核心难点的专项探究仍不够深入。

基于此,本文立足高中三角函数图像变换的教学目标与学生认知特点,以 GeoGebra 软件为支撑,构建适配高中课堂的教学应用体系。首先,梳理三角函数图像变换的核心知识与传统教学痛点;其次,设计基于 GeoGebra 的分层教学流程,从基础变换演示、自主探究操作、易错点辨析到综合应用拓展,逐步引导学生理解变换的内在逻辑;最后,通过教学实践验证该模式的有效性,为高中三角函数教学提供数字化、可视化的实践参考,助力学生数形结合素养与数学思维能力的提升。

## 2. 理论基础

### 2.1. 可视化教学理论

可视化教学的核心价值在于可以通过图像、动态过程、直观模型,将抽象的数学对象转化为可观察、可感知的视觉表象,帮助学生建立符号与图形之间的联结,降低认知负荷和数学理解门槛。三角函数图像变换的难点在于学生难以理解其“动态性”,参数的变化引起的图像变换使得学生难以在大脑中自动形成动态变换过程,而传统教学只能提供离散的静态截图。皮亚杰的发生认识论指出,青少年的认知发展正处于形式运算阶段,他们已具备抽象思维能力,但具体经验仍是抽象概括的必要支撑。GeoGebra 提供的动态可视化环境,恰好搭建了从具体操作到抽象理解的认知桥梁:学生在滑杆拖动中观察图像随参数变化的连续运动,在视觉经验的基础上归纳出“A 改变振幅、 $\omega$  改变周期、 $\varphi$  改变相位”的抽象规律。

### 2.2. APOS 教学理论

数学作为一门探究性极强的学科,学生作为教学的主体,数学知识并不是被动接受的而是学生在解决数学问题的过程中,通过自我探索反思,逐步构建起属于自己的数学框架。APOS 教学理论由美国数学家杜宾斯基提出,核心是围绕数学概念的建构过程设计教学,将学生的数学学习划分为行动、过程、对象、图式四个递进阶段,强调学生通过主动操作、反思与建构形成数学认知,而非机械记忆结论。

在三角函数图像变换的教学中学生需要在操作体验的基础上抽象出一般规律,并在复合变换中灵活运用。GeoGebra 为学生提供了可操作、可探索的数学实验环境,使操作阶段的教学目标得以真正实现。GeoGebra 不仅是演示工具,更是促进学生认知建构的“认知支架”它支撑学生在操作阶段获得必要经验,为后续的内化、压缩和整合奠定基础。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》强调培养学生“四基”(基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验)和数学核心素养[3]。APOS 理论与 GeoGebra 的整合教学,恰好回应了这一要求。操作阶段和过程阶段重在积累“基本活动经验”和掌握“基础知识”,对象阶段和图式阶段则促进“基本思想”(如数形结合、函数思想)的形成和核心素养(如直观想象、逻辑推理)的发展。基于 APOS 理论设计的动态几何软件教学,能够有效促进学生从具体操作走向抽象理解,在三角函数图像变换等难点内容上取得更好的教学效果。

## 3. GeoGebra 支持下三角函数图像变换可视化教学

### 3.1. 设计思路

以“问题驱动-动态操作-观察对比-归纳结论-迁移应用”为主线,利用 GeoGebra 构建可交互探

究环境，让学生在自主操作中发现规律，实现从直观感知到理性概括的提升。在传统教学中教师手绘函数  $y = \sin(x)$  图像，费时费力且难以呈现动态变化过程，学生仅能静态观察有限几个图像，缺乏对参数连续变化的切身体验；而 GeoGebra 创建连续的滑动条，让学生感受函数图象是如何“变高，变矮，变胖，变瘦以及上下左右移动”的。

### 3.2. “三阶可视化”教学设计

基于对三角函数的图像变换教学特点的分析，本研究设计了“参数可视化 - 过程动态化 - 探究交互化”的三阶教学设计，将抽象的数学设计为可视化的动态图，让学生能够自己感受设计不同参数下的函数图象，其后可根据不同的函数图像特点，总结出数学规律，形成属于学生自己的数学知识框架

#### 3.2.1. 参数可视化

在传统教学中往往将参数  $A$ 、 $\omega$ 、 $\varphi$ 、 $k$  分别割裂开来逐个讲解，学生即使理解不同参数的含义，也无法建立多个参数协同作用时引起的图像变换的整体联动认知。借助 GeoGebra，创建连续的滑动条构建一个协同交互探究界面，让四个参数同时可控，支持学生自主探究。

具体操作为：打开 GeoGebra 页面，显示坐标轴设计  $x$  轴的间距为  $\frac{\pi}{2}$ ， $y$  轴间距为 1；创建四个滑动条分别是： $A=1$ 、 $\omega=1$ 、 $\varphi=\theta$ 、 $k=\theta$ ，并分别设置参数的取值范围，使得每个滑杆可实时拖动，即时更新；创建函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + k$ 。如图 1 所示。

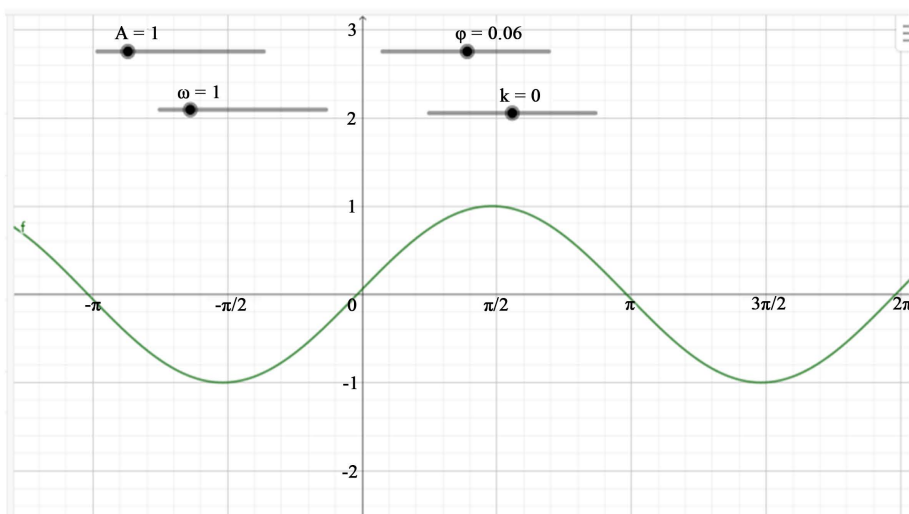


Figure 1. Demonstration of parameter visualization

图 1. 参数可视化演示

这一设计使三角函数图像变换的教学形式发生了根本改变。学生不再是坐在台下观看教师画图的旁观者，而是手握“参数控制权”的探索者。当学生拖动  $A$  滑杆时，图像在纵向上舒展或压缩；拖动  $\omega$  滑杆时，图像在横向上密集或稀疏；拖动  $\varphi$  滑杆时，图像整体向左或向右平移；拖动  $k$  滑杆时，图像沿  $y$  轴上下移动。更关键的是，当同时调整多个参数时，学生能够直观观察复合变换的效果，理解变换顺序对最终图像的影响，这对突破“先平移后伸缩”与“先伸缩后平移”的区别这一教学难点尤为重要。

#### 3.2.2. 过程动态化

可视化技术本身并不必然带来深度理解，关键在于如何设计学生与技术的互动方式。本研究借鉴“猜

想 - 验证 - 总结”的探究模式，将传统的“教师演示 - 学生观察 - 教师总结”转变为“学生猜想 - 自主验证 - 合作归纳”的探究性学习过程。聚焦复合变换的教学难点，先相位变换再周期变换，与先周期变换再相位变换的区别。设计函数  $f(x) = \sin x$  到  $g(x)_1 = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$  的变换过程(先相位后周期)，以及函数  $f(x) = \sin x$  到  $g(x)_2 = \sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$  的变换过程(先周期后相位)，提问：为什么最终图像相同？让学生猜想后用 GeoGebra 分步展示两种路径的图像差异。如图 2 所示：

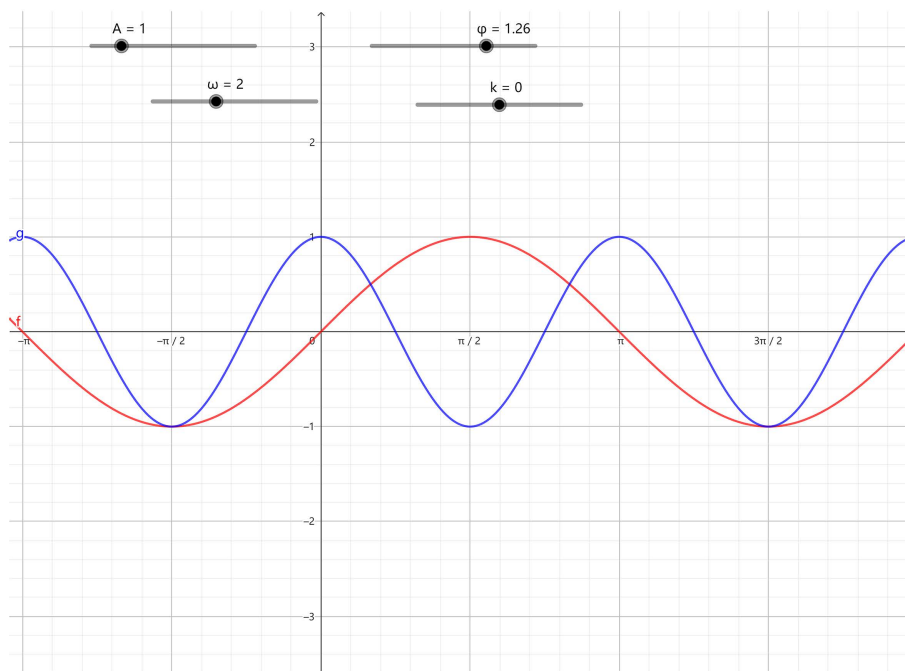


Figure 2. Dynamic demonstration of the process  
图 2. 过程动态化演示

通过动画功能，可以让学生看到图像连续变换的动态过程，这比只呈现平移变换前后的两张静态图更能揭示“变换”的本质。规律由学生自主发现而非教师直接告知，其理解深度和记忆持久性远胜于被动接受。对于  $A$ 、 $\omega$ 、 $\varphi$ 、 $k$  的探究，以及复合变换中变换顺序的影响，均可采用同样的探究模式。学生在一次又一次的“猜想 - 验证”循环中，逐渐建立起对三角函数图像变换的深刻理解，同时也在经历数学发现的基本方法：从特殊到一般、从具体到抽象、从猜想到证实。

### 3.2.3. 探究交互化

三角函数图像变换的教学目标不仅是让学生记住“左加右减、上加下减”的口号，更要理解变换的数学本质，函数的对应关系如何随参数改变。GeoGebra 的动态功能为揭示这一本质提供了独特视角。给定目标图像  $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$ ，请学生设计从  $g(x) = \sin x$  到  $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$  的至少 2 种变换路径，用 GeoGebra 验证。学生拖动参数，尝试不同变换顺序，记录验证过程。如图 3 所示。

对于学生难以理解的  $\omega > 1$  时图像为何反而“压缩”了，可以借助 GeoGebra 设计动态探究，直观揭示“ $\omega$  使周期变为原来的  $\frac{1}{\omega}$ ”的深层原因：自变量  $x$  的系数改变了函数值变化的“速率”。通过 GeoGebra

的动态设计使抽象的函数变换回归到生动的几何直观。

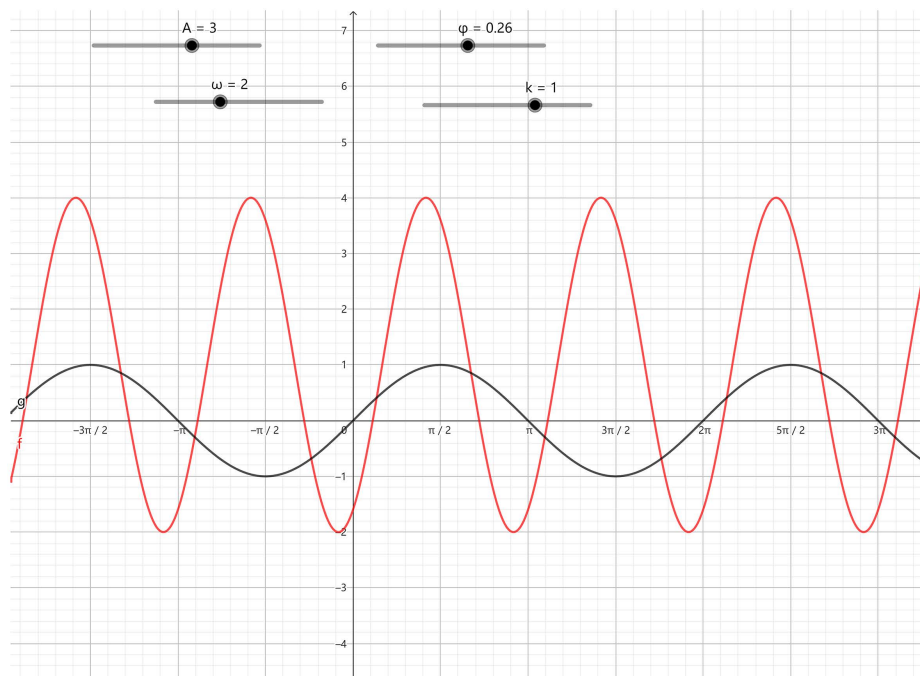


Figure 3. Interactive practice based on GeoGebra  
图 3. GeoGebra 交互式演练

## 4. 创新性分析与教学价值

### 4.1. 从“教变换”到“悟变换”：教学范式的转变

GeoGebra 支持下的三角函数图像变换教学，其根本创新在于实现了教学范式的转变。传统教学中，教师通过“讲”来传授变换规律，学生通过“记”和“练”来巩固，这是一种“教变换”的模式。而在 GeoGebra 环境中，学生通过亲手操作、亲眼观察、亲身体验，自主“悟”出变换规律。这一转变契合建构主义学习理论：知识不是被动接受的，而是由学习者在与环境的互动中主动建构的。

具体而言，这种范式转变体现在三个层面：第一，从结果导向到过程导向。传统教学关注变换后的图像是什么，而动态教学关注图像是怎么变的；第二，从被动接受到主动探究。学生从听众变为操作者，从接受结论变为发现规律；第三，从记忆结论到理解本质。学生不仅记住了“左加右减”，更理解了为什么是左加右减，理解了参数变化如何改变函数的对应关系。

### 4.2. “数形结合”的现代化诠释

“数形结合”是数学思想方法中的瑰宝，华罗庚先生曾言：“数缺形时少直觉，形少数时难入微。”GeoGebra 的应用为这一传统思想注入了新的活力。在三角函数图像变换教学中，“数”是参数  $A$ 、 $\omega$ 、 $\varphi$ 、 $k$  的具体取值，“形”是函数图像的形态与位置。传统教学中，“数”与“形”的结合往往是一次性的，教师画出一个图像对应一组参数，参数变了，图像也就擦掉重画。GeoGebra 实现了“数”与“形”的实时联动：参数连续变化，图像同步连续变化，形成“数变形象”的动态对应关系。

这种动态对应关系的价值在于，它帮助学生建立起“参数空间”与“图像空间”之间的映射直觉。当学生看到  $\omega$  从 1 逐渐增大到 2 时图像连续压缩，他们获得的不仅是对  $\omega = 2$  时图像的认知，更是对整个

函数族  $y = \sin(\omega x)$  随  $\omega$  变化的整体把握。这种整体性认知是传统教学难以达成的。

### 4.3. 技术支持下的数学实验：一种新的教学形态

GeoGebra 的应用使数学课堂具备了“实验”的品格：学生可以在假设驱动下进行探索，通过操作收集数据，从数据中发现规律，再用新的数据验证规律。这种“数学实验”的教学形态，打破了长期以来数学只能“纸上谈兵”的印象。

在三角函数图像变换这一内容中，学生可以设计的“实验”多种多样：探究  $A$  的正负与图像翻转的关系；探究  $\omega$  为分数时周期如何变化；探究先平移后伸缩与先伸缩后平移的差异；探究四个参数同时变化时图像的综合特征。每一次实验都是一次微型的数学发现之旅。学生在实验中不仅掌握了具体知识，更体验了数学研究的基本方法：观察、猜想、验证、归纳、证明。这种过程性目标的达成，与《普通高中数学课程标准》强调的“四基”（基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验）高度契合。

## 5. 结语

GeoGebra 在三角函数图像变换教学中的应用，绝非简单的“技术点缀”或“电子黑板”，而是对传统教学形态的深度重构。它让看不见的变换过程变得可见，让难以理解的抽象规律变得可感，让被动接受的学生成为主动探究的主体。从静态图示到动态想象，从教师演示到学生实验，这一转变折射出信息技术与数学教学深度融合的广阔前景。

需要指出的是，技术本身不是目的，而是达成教学目标的手段。GeoGebra 的应用必须服务于数学本质的理解，避免陷入“为技术而技术”的误区。教师在运用 GeoGebra 进行教学时，应始终聚焦数学核心素养的培养，用技术的力量帮助学生更好地思考数学、理解数学、热爱数学。唯有如此，技术才能真正赋能教学，创新才能真正落地生根。

## 基金项目

中国高等教育学会高等教育科学研究规划课题(25SX0318)。

## 参考文献

- [1] 骆永明. GeoGebra 软件在高中数学课堂教学中的应用路径探讨[J]. 数理天地(高中版), 2026(5): 173-175.
- [2] 严良惠. GeoGebra 软件在高中数学中的应用探讨——以三角函数为例[J]. 数理天地(高中版), 2025(23): 102-104.
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018: 3.