

马尔可夫链在大学教学评价中的应用

——以《高等代数与解析几何》课程为例

陈文娟, 张明丽

济南大学数学科学学院, 山东 济南

收稿日期: 2026年6月4日; 录用日期: 2026年7月4日; 发布日期: 2026年7月10日

摘要

本文选取济南大学金融数学专业同一名教师任教的两个班级, 以《高等代数与解析几何》课程的成绩为研究对象, 通过收集分析三次考核数据, 探讨马尔可夫链理论在大学课程教学评价中的应用。首先, 依据实际情况制定统一标准, 合理划分学生成绩等级。其次, 计算转移概率矩阵, 分析状态迁移特征与提升度。最后, 进行教学效果评估。本研究发现, 马尔可夫链理论能有效评价教学效果, 并帮助教师获取针对性的教学反馈。研究结果不仅为大学课程教学评价提供了可操作的数学工具, 也为其他类似课程的教学改进提供了重要的参考依据。

关键词

马尔可夫链, 转移概率矩阵, 提升度, 过程化考核, 教学评价

Application of Markov Chains in Teaching Evaluation in Universities

—A Case Study of the Course “Advanced Algebra and Analytic Geometry”

Wenjuan Chen, Mingli Zhang

School of Mathematical Sciences, University of Jinan, Jinan Shandong

Received: June 4, 2026; accepted: July 4, 2026; published: July 10, 2026

Abstract

This paper selects two classes taught by the same instructor in the Financial Mathematics program at the University of Jinan, and takes the grades of the course “Advanced Algebra and Analytic

Geometry” as the research object. By collecting and analyzing the results of three assessments, it explores the application of Markov chain theory in university course teaching evaluation. First, a unified standard is formulated according to the actual situation to reasonably classify student grade levels. Second, the transition probability matrix is calculated, and the characteristics of state transition and the degree of improvement are analyzed. Finally, the teaching effectiveness is evaluated. The study finds that Markov chain theory can effectively assess teaching outcomes and help instructors obtain targeted teaching feedback. The results not only provide an operable mathematical tool for university course teaching evaluation, but also offer an important reference for improving instruction in other similar courses.

Keywords

Markov Chain, Transition Probability Matrix, Degree of Improvement, Process-Oriented Assessment, Teaching Evaluation

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

当前的教育环境对教学评价提出了更加多元的要求。科学的评价体系不仅能为学生成长提供精准的支持性反馈,也能帮助教师发现教学中的不足,及时优化教学策略。过去,评价教师的教学成果,主要依据期末成绩和学生评教等静态指标。这种模式的评价标准缺乏针对性,评价角度较为单一,反馈不够及时,同时也无法全面反映教学过程的质量,难以科学区分学生原有基础与教师教学贡献之间的交互影响,很难适应新时代对教学评价的多维需求。

为解决上述问题,高校开始采用“过程化考核 + 终结性考核”的复合评价方式,增加过程性考核,不再单纯依赖期末考试,这使得教学评价的维度更加丰富。然而深入分析发现,现行体系仍存在诸多不足:过程考核的数据未得到充分利用,其中蕴含的反馈信息未能被有效挖掘;固定权重的评价方法如同标准化模具,难以准确体现教师对学生发展的促进作用;学生基础差异的干扰严重影响对教师教学效果的衡量。由此可见,这种改良后的评价体系依然缺乏对教学动态过程的敏锐捕捉能力。

因此寻找一种科学有效的评价工具,既能够避开学生学习基础差异的干扰,相对公平地衡量教学效果,又能让过程性考核在教学中发挥作用,是非常必要的。马尔可夫链的核心特性是“无后效性”,即系统未来的状态仅与当前状态有关,而与过去的历史路径无关。这一特性恰好适用于教学评价中的“增量”问题:通过将学生成绩划分为离散等级,并分析其等级间的转移概率,可以回避对初始能力差异的直接测量与消除,转而关注学生在教学过程中的动态变化。基于此,本文将马尔可夫链应用于大学数学课程教学评价领域,利用相关知识优化和改进教学评价,探索其在优化教学评价、推动教育评价改革中的应用潜力,以填补当前教学评价实践中的工具性空白,为过程性评价提供合理有效的工具。

事实上,在教育领域,马尔可夫链已被广泛应用于预测学生学业表现、评估教学干预效果等方面。例如,王礼霞、余新宏[1]运用模糊加权马尔可夫链,建立数学模型量化学生成绩,为教学质量评价提供科学客观的数据支撑;周奇裕[2]利用马尔可夫链为大学生体质水平评价提供了合理方法;范岩、马立平[3]借助马尔可夫链处理学生对教师的评价数据,给出了一种高校教师教学质量的评价方法;曹娟等[4]在档案管理视域下,运用马尔可夫链建立成绩评价模型,对学生历年成绩进行研究分析;陈亚丽等[5]设计和实践混合式学习模式,对试点班级的学习行为进行研究;王学军、高大千[6]运用实验法和马尔可夫链

理论对不同教师教学班的体育课进行评估; 王刚[7]利用马尔可夫链对班级的期末成绩进行分析, 通过一步转移矩阵提取相关信息进行教学评估; 万里亚[8]、沈晋会[9]建立数学模型, 利用马尔可夫链评估法对教学前后的成绩进行分析; 冯年发[10]选取不同教师所教的两个班级前后两次成绩转移状态, 利用进步度评价教学质量; 董建国等[11]通过马尔可夫链分析法研究学生的进步情况, 帮助教师及时反思与调整。当然, 国外也有许多学者将马尔可夫链应用于高校混合式教学质量评价体系、教授评价变化、慕课使用评价等方面, 拓展了马尔可夫链的应用领域。综上, 现有研究在马尔可夫链应用于教学评价方面已取得重要进展, 但仍存在以下可以拓展的空间:

第一, 分析单元上, 多数研究关注单个班级的纵向变化, 或不同教师所教班级之间的横向比较, 而对同一位教师所教的多个平行班级之间的差异关注不足。平行班级共享相同的教学大纲、教材和进度安排, 但班级氛围、学生构成等差异可能导致教学效果出现分化, 这一情境为控制教学变量、考察班级特征对教学效果的调节作用提供了独特的分析窗口。

第二, 评价指标上, 现有研究多采用平均分比较或简单的进步/退步计数, 较少构建能够综合反映班级整体动态变化方向与幅度的量化指标。

第三, 反馈机制上, 多数研究止步于“评价结果”, 较少探讨如何将马尔可夫链的分析结果(如转移概率矩阵、等级分布预测)直接转化为可操作的教学改进建议。

基于此, 本研究的创新与贡献在于: 以同一教师所授的两个平行班级为对象, 构建“转移概率矩阵+提升率”的分析框架, 通过比较两个班级在三次考试区间内的动态差异, 尝试为教师提供班级层面的诊断性反馈, 并探讨如何基于等级分布预测进行分层教学干预。这既是对马尔可夫链应用场景的拓展, 也是对“数据驱动教学改进”这一实践命题的回应。

2. 马尔可夫链的基本思想

随机过程 $\{X^{(n)}, n = 0, 1, 2, \dots\}$ 的取值为一个有限或可数的集合 M , M 中的元素称为随机过程的状态。

假设存在一个独立于时间的固定的概率 P_{ij} 使得

$$P\left(X^{(n+1)} = i \mid X^{(n)} = j, X^{(n-1)} = i_{n-1}, \dots, X^{(0)} = i_0\right) = P_{ij}, n \geq 0,$$

其中 $i, j, i_0, \dots, i_{n-1} \in M$, 则称此随机过程为马尔可夫链[12]。上述定义可以理解为: 给定过去的状态 $X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(n-1)}$ 和当前状态 $X^{(n)}$, 该系统未来状态 $X^{(n+1)}$ 的条件分布与过去状态无关, 只与当前状态有关。

概率 P_{ij} 代表从给定的当前状态 i 转移到状态 j 的概率, 而由概率 P_{ij} 组成的矩阵

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0n} \\ P_{10} & P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n0} & P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix}, \text{ 称为此过程的一步转移概率矩阵, 显然 } P_{ij} \geq 0.$$

如果某随机过程, 从 t 时的 i 状态, 转移到 $t+k$ 时的状态 j 的转移矩阵只与时间间隔 k 有关, 与 t 之前的历史无关, 这个系统就是马尔可夫链。换句话说, 无论过去发生了什么, 系统的未来变化只与当前所处的状态有关。

3. 实例分析

以济南大学金融数学专业的金数 2401 班和金数 2402 班的高等代数与解析几何课程的成绩为对象, 按照统一的标准将成绩分成不同的等级, 分析学生在三次考试的等级变化, 从而确定状态空间, 其次根

据三次成绩的等级变化写出一步转移矩阵进行分析、运算, 最后根据变换后的各种数据进行教学评价。

3.1. 收集数据, 成绩分级

收集金数 2401 班和金数 2402 班的三次成绩后, 剔除个别不属于研究范围或者缺考的学生成绩, 将学生姓名用学号代替, 保证学生隐私信息不泄露。将两个班级的成绩划分等级时, 要注意两点: 第一要依据实际需求确定等级数量; 第二依据统一的标准, 并明确每个等级的分数区间。

基于这些注意事项, 将成绩划分为十个等级, 按照“九十分以上, 八十到八十九, 七十到七十九, ……”, 十到十九, 零到九”这个区间划分成“1, 2, ……”, 10”十个等级。表 1、表 2 分别为 2401 班和 2402 班的三次考试的具体成绩和等级变化。

Table 1. Changes in grade levels from the first to the second attempt

表 1. 第一次到第二次成绩等级变化

2401 班(学号)	第一次	第二次	等级变化	2402 班(学号)	第一次	第二次	等级变化
202430908001	63	58	4~5	202430908002	56	46	5~6
202430908003	72	67	3~4	202430908005	57	70	5~3
202430908004	83	60	2~4	202430908006	73	77	3~3
202430908007	55	25	5~8	202430908010	43	45	6~6
202430908008	46	58	6~5	202430908012	74	72	3~3
202430908009	62	64	4~4	202430908013	67	60	4~4
202430908014	51	50	5~5	202430908015	58	61	5~4
202430908016	52	45	5~6	202430908019	57	72	5~3
202430908017	66	85	4~2	202430908020	73	54	3~5
202430908018	60	63	4~4	202430908021	37	34	7~7
202430908022	48	59	6~5	202430908023	78	56	3~5
202430908024	52	39	5~7	202430908026	67	50	4~5
202430908025	49	47	6~6	202430908027	50	56	5~5
202430908028	48	28	6~8	202430908029	63	57	4~5
202430908031	47	39	6~7	202430908030	72	69	3~4
202430908033	56	74	5~3	202430908032	85	77	2~3
202430908035	55	57	5~5	202430908036	76	85	3~2
202430908037	53	29	5~8	202430908039	70	64	3~4
202430908038	77	81	3~2	202430908040	74	55	3~5
202430908042	68	57	4~5	202430908041	76	80	3~2
202430908043	69	65	4~4	202430908044	92	84	1~2
202430908045	76	69	3~4	202430908047	63	47	4~6
202430908046	69	85	4~2	202430908048	39	48	7~6
202430908049	44	29	6~8	202430908054	67	39	4~7
202430908050	47	58	6~5	202430908056	67	73	4~3
202430908052	70	74	3~3	202430908060	62	48	4~6

续表

202430908053	61	59	4~5	202430908061	58	49	5~6
202430908055	57	91	5~1	202430908062	59	78	5~3
202430908057	26	15	8~9	202430908063	76	70	3~3
202430908059	83	28	2~8	202430908064	48	48	6~6
202430908066	59	72	5~3	202430908065	63	78	4~3
202430908068	76	73	3~3	202430908069	72	58	3~5
				202430908070	78	68	3~4

Table 2. Changes in grade levels from the second to the third attempt**表 2.** 第二次到第三次成绩等级变化

2401 班(学号)	第二次	第三次	等级变化	2402 班(学号)	第二次	第三次	等级变化
202430908001	58	27	5~8	202430908002	46	36	6~7
202430908003	67	72	4~3	202430908005	70	74	3~3
202430908004	60	64	4~4	202430908006	77	51	3~5
202430908007	25	45	8~6	202430908010	45	35	6~7
202430908008	58	28	5~8	202430908012	72	48	3~6
202430908009	64	34	4~7	202430908013	60	66	4~4
202430908014	50	36	5~7	202430908015	61	33	4~7
202430908016	45	55	6~5	202430908019	72	46	3~6
202430908017	85	55	2~5	202430908020	54	39	5~7
202430908018	63	30	4~7	202430908021	34	26	7~8
202430908022	59	55	5~5	202430908023	56	45	5~6
202430908024	39	31	7~7	202430908026	50	45	5~6
202430908025	47	15	6~9	202430908027	56	35	5~7
202430908028	28	45	8~6	202430908029	57	42	5~6
202430908031	39	45	7~6	202430908030	69	54	4~5
202430908033	74	45	3~6	202430908032	77	77	3~3
202430908035	57	69	5~4	202430908036	85	83	2~2
202430908037	29	36	8~7	202430908039	64	64	4~4
202430908038	81	58	2~5	202430908040	55	42	5~6
202430908042	57	50	5~5	202430908041	80	45	2~6
202430908043	65	59	4~5	202430908044	84	82	2~2
202430908045	69	36	4~7	202430908047	47	52	6~5
202430908046	85	68	2~4	202430908048	48	40	6~6
202430908049	29	52	8~5	202430908054	39	22	7~8
202430908050	58	31	5~7	202430908056	73	42	3~6
202430908052	74	49	3~6	202430908060	48	27	6~8
202430908053	59	58	5~5	202430908061	49	45	6~6
202430908055	91	76	1~3	202430908062	78	68	3~4

续表

202430908057	15	14	9~9	202430908063	70	56	3~5
202430908059	28	45	8~6	202430908064	48	14	6~9
202430908066	72	30	3~7	202430908065	78	56	3~5
202430908068	73	48	3~6	202430908069	58	49	5~6
				202430908070	68	77	4~3

3.2. 求转移概率矩阵

利用马尔可夫链可以得到：在相同的教学环境与教学水平下，学生的成绩等级转移到各个等级的比例会相对变得稳定，这与学生本身的情况没有联系，因此只需要用学生可能得到的成绩等级进行对比，就可以知道教师的教学效果如何。表 3、表 4 展示了两个班级的学生三次考试成绩的等级变化人数。

Table 3. Grade level transitions from the first to the second attempt

表 3. 第一次到第二次成绩等级转移

2401 班		第二次成绩										合计
第一次成绩	等级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2
	3	0	1	2	2	0	0	0	0	0	0	5
	4	0	2	0	3	3	0	0	0	0	0	8
	5	1	0	2	0	2	1	1	2	0	0	9
	6	0	0	0	0	3	1	1	2	0	0	7
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2402 班		第二次成绩										合计
第一次成绩	等级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
	3	0	2	3	3	4	0	0	0	0	0	12
	4	0	0	2	1	2	2	1	0	0	0	8
	5	0	0	3	1	1	2	0	0	0	0	7
	6	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2
	7	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table 4. Grade level transitions from the second to the third attempt
表 4. 第二次到第三次成绩等级转移

2401 班		第三次成绩										合计
第二次成绩	等级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
	2	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	3
	3	0	0	0	0	0	3	1	0	0	0	4
	4	0	0	1	1	1	0	3	0	0	0	6
	5	0	0	0	1	3	0	2	2	0	0	8
	6	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
	7	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2
	8	0	0	0	0	1	3	1	0	0	0	5
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2402 班		第三次成绩										合计
第二次成绩	等级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	3
	3	0	0	2	1	3	3	0	0	0	0	9
	4	0	0	1	2	1	0	1	0	0	0	5
	5	0	0	0	0	0	5	2	0	0	0	7
	6	0	0	0	0	1	2	2	1	1	0	7
	7	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

根据上述要求对表 3、4 的内容进行分析, 分别写出两个班级的一步转移概率矩阵。

第一次到第二次:

$$P' = \begin{bmatrix} \frac{n'_{ij}}{n'_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P'' = \begin{bmatrix} \frac{n''_{ij}}{n''_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

第二次到第三次:

$$P' = \begin{bmatrix} n'_{11} \\ n'_{12} \\ n'_{13} \\ n'_{14} \\ n'_{15} \\ n'_{16} \\ n'_{17} \\ n'_{18} \\ n'_{19} \\ n'_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, P'' = \begin{bmatrix} n''_{11} \\ n''_{12} \\ n''_{13} \\ n''_{14} \\ n''_{15} \\ n''_{16} \\ n''_{17} \\ n''_{18} \\ n''_{19} \\ n''_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{7} & \frac{2}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

注意在第一次考试到第二次考试中, n'_i 表示 2401 班第一次考试成绩等级为 i 的学生数量; n''_i 表示 2402 班第一次考试成绩等级为 i 的学生数量; n'_{ij} 表示 2401 班第一次考试成绩等级为 i , 第二次考试成绩为 j 的学生数量; n''_{ij} 表示 2402 班第一次考试成绩等级为 i , 第二次考试成绩为 j 的学生数量。例如 2401 班第一次考试等级为 1 的有 n'_1 人, 而该班第一次考试等级为 1, 第二次考试成绩等级为 1 的有 n'_{11} 人。第二次到第三次考试类似定义。

3.3. 构建提升度

利用提升度可以将学生的进步或退步的具体情况量化成更准确的数据, 可以体现一个班级内学生的成绩是提升情况多于落后情况, 还是落后情况多于提升情况, 从整体层面看待班级的成绩。设提升度公式为

$$s_{ij} = (i - j)^k p_{ij} = \frac{(i - j)^k n_{ij}}{n_i} (i, j = 1, 2, 3, \dots)$$

注意 $(i - j)^k$ 是 p_{ij} 的权重, $i - j$ 的值的大小和正负能够表明学生的进步或后退的幅度, 而指数 “ k ” 可以调节正负和权重。

例如第一次考试的成绩等级为 2 的学生第二次考试等级为 1, 表明提升, 若第一次考试的成绩等级为 3 的学生第二次考试等级为 4, 表明落后。根据提升度可以排除学生本身基础或者其他因素, 从而体现出教师的教学效果的优劣。

为检验提升度指数选择的稳健性, 我们分别计算了 $k = 1$ (线性差)、 $k = 2$ (平方差) 和 $k = 3$ (立方) 情形下的提升度效率。

根据提升度公式 $k = 1$ 分别写出两个班从第一次到第二次的提升度矩阵:

$$S'_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & -1 & -2 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, S''_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -3 & -8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -2 & -4 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

根据提升度公式 $k = 2$ 分别写出两个班从第一次到第二次的提升度矩阵:

$$S'_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 36 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 16 & 0 & 0 & 1 & 4 & 36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 1 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S''_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

根据提升度公式 $k=3$ 分别写出两个班从第一次到第二次的提升度矩阵:

$$S'_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & -108 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{2}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{64}{9} & 0 & \frac{16}{9} & 0 & 0 & -\frac{1}{9} & -\frac{8}{9} & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{7} & 0 & -\frac{1}{7} & -\frac{16}{7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S''_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} & -2 & -\frac{27}{8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{24}{7} & \frac{1}{7} & 0 & -\frac{2}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

根据提升度公式 $k=1$ 分别写出两个班从第二次到第三次的提升度矩阵:

$$S'_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S''_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -6 & -9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

根据提升度公式 $k=2$ 分别写出两个班从第二次到第三次的提升度矩阵:

$$S'_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 12 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S''_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 12 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 4 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

根据提升度公式 $k=3$ 分别写出两个班从第二次到第三次的提升度矩阵:

$$S'_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{8}{3} & -18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{81}{4} & -16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{27}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 & 0 & -2 & -\frac{27}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{27}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{27}{5} & \frac{24}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S''_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{64}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{9} & -\frac{8}{3} & -9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & 0 & -\frac{27}{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{16}{7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & 0 & -\frac{2}{7} & -\frac{8}{7} & -\frac{27}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

结果显示当 $k=1$ 与 $k=3$ 的合计值符号完全一致(均为负), 且两个班级的相对退步程度排序相同, 表明“2401 班退步比 2402 班更明显”这一核心结论不依赖于指数选择。然而, $k=3$ 会极大地放大极端等级差, 使得少数极端转移的权重过高, 降低了指标的稳健性。 $k=2$ 则因平方运算丢失方向信息, 无法反映进步与退步的区别。因此, 从教育测量的可解释性出发, 研究采用线性差($k=1$)。

3.4. 计算提升度的效率

利用提升度效率公式来计算两个班各自的提升度的效率。设提升度效率公式:

$$E_m = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m s_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (i-j)^1 \frac{n_{ij}}{n_i}$$

则第一次到第二次: $E_m^- \approx -5.4718$, $E_m^- \approx -2.4107$; 第二次到第三次: $E_m^- \approx -9.0417$, $E_m^- \approx -6.8539$ 。

Table 5. Efficiency of improvement

表 5. 提升度效率

2401 班 成绩等级	第一次到第二次	第二次到第三次	2402 班 成绩等级	第一次到第二次	第二次到第三次
1	0.0000	-2.00	1	-1.0000	0.0000
2	-4.0000	-2.6667	2	-1.0000	-1.3333
3	-0.2000	-3.2500	3	-0.7500	-1.7778
4	0.1250	-1.5000	4	-0.8750	-0.6000
5	-0.1111	-1.1250	5	0.7143	-1.2857
6	-0.2857	-1.0000	6	0.0000	-0.8571
7	0.0000	0.5000	7	0.5000	-1.0000
8	-1.0000	2.0000	8	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	9	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	10	0.0000	0.0000
合计	-5.4718	-9.0417	合计	-2.4107	-6.8539

从表 5 中可以看出各等级学生的进步或退步的状况, 例如在第一次到第二次考试的 2401 班十个等级的提升度效率分别为 0, -4, -0.2, 0.125, -0.1111, -20.2857, 0, -1, 0, 0, 总提升度的效率为-5.4718。等级 1、7、9、10 维持不变, 等级 2 退步程度最大, 等级 4 的进步程度最大, 教师可以根据不同等级的提升度效率对不同层次的学生进行针对性改进。

根据提升度指标($k=1$)的计算结果, 在第一次到第二次考试中, 两个班级的提升度效率均为负值(2401 班合计-5.47, 2402 班合计-2.41), 但数值存在明显差距。两个班级均出现成绩下滑趋势, 其中 2401 班的提升度效率绝对值较大, 远离零值, 表明该班学生成绩下降更为显著; 而 2402 班的数值更接近零, 说明其成绩保持相对稳定, 未出现大幅波动。在第二次到第三次考试阶段, 两个班级的提升度效率仍为负值(2401 班-9.04, 2402 班-6.85), 且 2401 班的下降幅度约为 2402 班的 1.3 倍。上述数据显示, 在两个时间段内, 两个班级的学生成绩整体均呈现持续下滑趋势, 提示该阶段的教学可能需要进一步审视与优化。当然, 这也不能直接将成绩下滑归因于“教学方法不适合”, 但该数据确实为教学诊断提供了一个需要关注的信号: 教师有必要结合具体教学情境, 进一步审视教学策略的有效性。

3.5. 预测下次考试成绩人数分布

以第三次考试成绩为初始状态向量, 则

$$\begin{aligned}
 A'_0 &= \left[\frac{n'_1}{n'} \quad \frac{n'_2}{n'} \quad \frac{n'_3}{n'} \quad \frac{n'_4}{n'} \quad \frac{n'_5}{n'} \quad \frac{n'_6}{n'} \quad \frac{n'_7}{n'} \quad \frac{n'_8}{n'} \quad \frac{n'_9}{n'} \quad \frac{n'_{10}}{n'} \right] \\
 &= [0 \quad 0 \quad 1.56\% \quad 4.69\% \quad 23.13\% \quad 20.94\% \quad 26.25\% \quad 6.25\% \quad 17.19\% \quad 0] \\
 A''_0 &= \left[\frac{n''_1}{n''} \quad \frac{n''_2}{n''} \quad \frac{n''_3}{n''} \quad \frac{n''_4}{n''} \quad \frac{n''_5}{n''} \quad \frac{n''_6}{n''} \quad \frac{n''_7}{n''} \quad \frac{n''_8}{n''} \quad \frac{n''_9}{n''} \quad \frac{n''_{10}}{n''} \right]
 \end{aligned}$$

$$=[0 \quad 4.03\% \quad 3.85\% \quad 4.64\% \quad 9.61\% \quad 25.39\% \quad 15.67\% \quad 29.00\% \quad 7.79\% \quad 0]。$$

下一次考试的状态向量：2401 班 $A'_1 = A'_0 P'$ ，2402 班 $A''_1 = A''_0 P''$ 。

计算结果是

$$A'_1 = [0 \quad 0 \quad 0.0156 \quad 0.0469 \quad 0.2313 \quad 0.2094 \quad 0.2625 \quad 0.0625 \quad 0.1719 \quad 0]，$$

$$A''_1 = [0 \quad 0.0403 \quad 0.0385 \quad 0.0464 \quad 0.0961 \quad 0.2539 \quad 0.1567 \quad 0.2900 \quad 0.0779 \quad 0]。$$

预测 2401 班下一次考试的成绩人数主要均匀分布在等级 5, 6, 7, 9, 2402 班的人数主要分布在等级 4, 5, 6, 7。

4. 数据分析

在两个班级的第一次考试的具体成绩中可以看出学生的成绩参差不齐，成绩分布不均衡。在成绩划分体系中，两个班级成绩等级为 1 的学生屈指可数，而学生成绩主要集中于等级 4、5，这一现象表明两个班级在知识掌握与能力发展方面存在短板。2401 班有一半的学生成绩在等级 5、6，说明这部分学生基础知识薄弱，学习方法存在不足；等级 3、4 的学生占比次之，说明他们本身的学习基础不错，还有待加强。相比之下，2402 班成绩分布相对复杂，有三分之一的学生的成绩处于等级 3，说明该部分学生知识掌握较为稳定，但缺乏突破瓶颈的动力；有三分之一的学生处于等级 5、6，说明这些学生学习基础和能力的存在一些不足。任课教师要掌握各个成绩等级的学生组成，根据不同班级的不同生源情况制定科学、客观的教学计划，让不及格的学生减少，同时保证其他优秀学生稳步提升。

在传统评价体系里，平均分这个指标常被视作核心依据。那么，它真的能精准衡量教学成效吗？2401 班第一次考试的平均分为 60.70，第二次考试的平均分为 55.67；2402 班第一次考试的平均分为 65.15，第二次考试的平均分为 61.45。尽管两班的平均值都出现下滑，但这种表层数据的对比没办法反应教学实质效果，也无法展现班级内学生的具体变化轨迹。由两个班级的提升度效率可知，在第一次到第二次考试中两个班级的成绩都在退步，但是 2401 班退步较为严重，2402 班的退步程度较低，若是只看平均分的话，两个班级都在退步，这并不合理，从提升度来看是 2401 班在退步，而 2402 班只有细微的退步，可以看作没有进步也没有退步。在第二次到第三次考试中两个班级提升度均为负值，2401 班的退步情况比 2402 班更为严重。

在第一次到第二次考试中 2401 班提升度效率出现明显的负向变化，虽然等级 4、5 的学生提升度效率为正值，但其它的等级都是负值，这说明班级整体成绩呈现明显下滑趋势。从转移矩阵进一步分析发现，等级 2 的学生数量极少且成绩全部下降，等级 3、6 的学生下滑程度大于进步程度，反映出班级教学在知识巩固与能力提升方面存在不足。2402 班的提升度效率较低，说明班级成绩整体细微下滑。等级 1、2 的学生同样很少，这反映出拔尖人才培养机制需要被改进。等级 3、4 的学生中，维持原等级和成绩下滑的占比较多，说明中等生群体遇到了发展瓶颈。而等级 5、7 的学生呈上升趋势，预示着后进生转化工作刻不容缓。

在第二次考试到第三次考试中，2401 班等级 1 到 6 的提升度效率均为负值，等级 7、8 的提升度效率为正值，等级 3 的学生全部后退，等级 4、5 的学生退步情况大于进步情况。教师应该着重注意等级 1 到 6 的学生，确保成绩不再后退。2402 班等级 2 到 7 的提升度效率均为负值，其中等级 2 的学生维持原状的学生多于下降的，等级 4、6 的学生退步情况多于进步情况，班级整体成绩下降。

5. 总结

根据提升度效率可知，该教师在这段时间的教学策略可以根据实际情况进行调整和优化。针对 2401

班与 2402 班的不同情况, 教师可以实施不同教学策略。2401 班整体基础薄弱, 宜强化系统性知识讲解, 为基础差的学生设计专门补习内容。课堂氛围也很关键, 教师可以多鼓励、多互动, 让学生保持学习信心并主动学习。2402 班需要在维持现有水平基础上为中等生设计拓展练习, 对基础差的学生进行一对一的辅导或者组建学习小组, 这些早期干预措施能阻止成绩下滑。两班都需要重点关注基础中等的学生潜能开发, 尽量避免不及格的学生群体扩大。

教学成效与学生动态能通过提升度效率来体现, 成绩等级转移概率的量化分析能展现不同班级各阶段成绩变化特征与潜在问题, 教师可根据这个数据制定差异化教学策略和动态追踪教学质量。当提升度效率为负时, 教师可以及时调整教学策略。例如 2401 班初期成绩下滑比较明显, 教师可采用案例讲解抽象概念这种更直观的教学方式。而 2402 班虽然成绩变化程度小, 但是学生内部有很大差异, 教师可以灵活分组, 将中等生分为巩固组与提升组并布置不同难度任务。这样既能夯实基础, 又能挑战潜力。因此教师应当在提升度效率为负数时, 进行教学反思, 调整和优化教学策略, 去满足学生的需求让学生稳步提升。

另外, 学院可依托数据分析优化资源配置, 针对两班尖子生少的情况开设高阶课程, 为基础不好的学生编写适配练习材料。教学需突破经验依赖, 利用数据去发现问题与调整策略。教师可以通过分层教学、个性化辅导等方式帮助每个学生稳步提升, 提高整体教学质量。系统化、精细化教学实践可将马尔可夫链与提升度分析转化为具体教学行动, 实现数据驱动教学决策、精准指导促进学生成长及教学质量全面提升的目标。

最后需要说明本研究存在以下局限, 在解读结论时需予以注意:

(1) 样本量有限: 本研究仅涉及两个班级共 60 余名学生, 样本规模较小, 可能影响转移概率矩阵的稳定性。等级 4~5 以外的状态频数过低(如等级 1、9、10), 据此计算的提升度效率可靠性不足, 未来需要更大样本的验证。

(2) 潜在混杂变量未控制: 成绩变化受多种因素影响, 包括但不限于: 三次考试命题的难度差异、评分标准的松紧变化、课程内容本身的认知难度梯度、学生的学习投入时间变化、同期其他课程的负担等。本研究未能控制这些变量, 因此观察到的成绩下滑不能直接归因为教学策略。

(3) 外部效度限制: 本研究以一门数学专业核心课程为对象, 结论推广至其他学科或课程类型(如实验课、研讨课)需谨慎。

(4) 等级划分的敏感性: 本研究将成绩等距划分为 10 个等级, 改变等级数量或边界(如改用四分位法)可能影响转移矩阵结构, 后续研究可进行稳健性检验。

基金项目

本论文受到济南大学教学改革研究项目重点项目(项目编号: JZ2202)的资助。

参考文献

- [1] 王礼霞, 余新宏. 模糊加权马尔可夫链在教学质量评价中的应用[J]. 黑河学院学报, 2021, 12(12): 104-107.
- [2] 周奇裕. 基于马尔可夫链的当代大学生体质水平评价方法研究[J]. 广东职业技术教育与研究, 2023(4): 101-104+110.
- [3] 范岩, 马立平. 利用马尔可夫链的高校教师教学质量模糊综合评价方法[J]. 数学的实践与认识, 2017, 47(4): 77-82.
- [4] 曹娟, 八托航帆, 陈杰. 档案管理视域下基于马尔可夫链的学生成绩评价模型[J]. 海南热带海洋学院学报, 2025, 32(5): 91-98.
- [5] 陈亚丽, 谭琳, 杨润涵. 基于马尔可夫链的过程性评价量化研究[J]. 科学技术创新, 2020(1): 60-61.

- [6] 王学军, 高大千. 应用马尔可夫链进行体育教学评价方法初探[J]. 当代体育科技, 2014, 4(22): 68+70.
- [7] 王刚. 马尔可夫(Markov)链在教学评价中的应用[J]. 文山师范高等专科学校学报, 2006, 19(1): 84-86.
- [8] 万里亚. 马尔可夫链在教学质量评价中的应用[J]. 南通职业大学学报, 2011, 25(2): 67-69.
- [9] 沈晋会. 马尔可夫链法在教学质量评估中的应用[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2013, 26(6): 10-13.
- [10] 冯年发. 马尔可夫链模型在教学定量评价中的应用[J]. 考试周刊, 2017(28): 59-61.
- [11] 董建国, 惠淑荣, 陈忠维. 数学教育评价的马尔科夫链模型应用[J]. 沈阳农业大学学报(社会科学版), 2010, 12(4): 468-471.
- [12] Zhang, H. (2022) Models and Methods for Management Science. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-19-1614-4>