

基于课程群的数学与应用数学专业基础课程 改革研究

李 铭, 周潘岳

长沙理工大学数学与统计学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2026年6月4日; 录用日期: 2026年7月4日; 发布日期: 2026年7月13日

摘 要

数学分析、高等代数、解析几何作为数学与应用数学专业的三门核心基础课程, 长期存在孤岛式教学格局, 导致学生认知结构碎片化、知识迁移能力薄弱、学习动机持续衰减。本文以课程群建设理论为统领, 融合布鲁姆教育目标分类学、皮亚杰发生认识论与布鲁纳学科结构理论, 构建三维融合课程群模型, 从纵向认知深度、横向知识广度与智能技术密度三个维度系统推进教学改革。研究提出以桥接概念为支点进行跨课程内容重构, 以认知发展阶段适配为原则设计差异化教学过程, 以人机协同为路径实现AI赋能的精准教学。实践表明, 该模式在提升学生学业成绩、知识迁移能力与数学统一观方面具有显著成效, 为数学专业基础课程群建设提供了可复用的理论框架与实践方案。

关键词

课程群, 数学与应用数学, 知识融合, 人工智能, 布鲁姆分类学

Research on the Reform of Basic Courses of Mathematics and Applied Mathematics Based on Curriculum Group

Ming Li, Panyue Zhou

School of Mathematics and Statistics, Changsha University of Science & Technology, Changsha Hunan

Received: June 4, 2026; accepted: July 4, 2026; published: July 13, 2026

Abstract

As three core foundational courses in the mathematics and applied mathematics major, mathematical analysis, advanced algebra, and analytic geometry have long been taught in isolation, resulting

in fragmented cognitive structures, weak knowledge transfer abilities, and a sustained decline in students' learning motivation. Guided by curriculum cluster theory and informed by Bloom's taxonomy of educational objectives, Piaget's genetic epistemology, and Bruner's theory of the structure of disciplines, this study proposes a three-dimensional integrated curriculum cluster model. The model promotes systematic instructional reform along three dimensions: vertical cognitive depth, horizontal knowledge breadth, and intelligent technology integration. Specifically, it reconstructs cross-course content around bridging concepts, designs differentiated instructional processes according to students' cognitive developmental stages, and implements AI-enabled precision teaching through a human-AI collaborative approach. Empirical practice demonstrates that the proposed model significantly enhances students' academic performance, knowledge transfer abilities, and understanding of the unity of mathematics. The findings provide a reusable theoretical framework and practical implementation pathway for the development of foundational curriculum clusters in mathematics education.

Keywords

Curriculum Cluster, Mathematics and Applied Mathematics, Knowledge Integration, Artificial Intelligence, Bloom's Taxonomy

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 前言

数学分析、高等代数、解析几何作为数学与应用数学专业的三门核心基础课程,共同构成学生数学素养的基本结构。在现行教学体系中,这三门课程通常由不同教师分学期独立开设,各自遵循学科内在逻辑线性推进。它虽然保证了单门课程体系的完整性,但是这种安排造成了课程间的知识壁垒被行政壁垒所固化,形成了孤岛式教学格局。

这一困境在学生认知发展中呈现为三个相互交织的层面:在知识结构层面,认知图式呈现碎片化特征,不同课程中同一数学对象的多重表征无法识别;在能力发展层面,学生习惯于在单一课程框架内寻找解题路径,缺乏迁移意识;在情感态度层面,由于无法体会数学知识的整体性与内在统一性,学习动机随课程推进而持续衰减。既有研究虽在教学内容与方法优化上积累了丰富经验[1]-[3],但对课程组织结构本身的变革关注较少,尤其缺乏在保持各学科内在逻辑完整性的前提下实现跨课程知识融合的具体路径设计。由此引发本研究的核心问题:如何将人工智能技术有机嵌入融合教学全过程,打破三门课程之间的壁垒,构建系统化的知识融合框架?

课程群作为“为完善同一施教对象的认知结构,将本专业或跨专业培养方案中若干门在知识、方法、问题等方面有逻辑联系的课程加以整合而成的课程体系”[4],打破了传统按学科组织课程的方式,强调课程间的关联与整合,为在现行教学体制框架内重构基础课程的关联机制、改善学生认知结构的整体性、提升知识迁移能力与学习体验开辟了实践路径。课程群建设历经三十余年发展,已从早期“课群”概念演进为强调关联性与整合性的课程体系,并在新工科、新文科战略推动下呈现专业导向分化[5]-[10]与数字化深化[11][12]的双重趋势。

本研究聚焦将人工智能有机嵌入融合教学全过程,以打破数学分析、高等代数与解析几何三门课程壁垒,构建系统化的知识融合框架。文章依照理论建构、内容重塑、人工智能赋能的教学过程设计、效果测评的研究脉络,探索搭建依托课程群模式的数应专业基础课程改革体系。

2. 理论框架：课程群建设的学理基础

数学课程群建设并非简单的课程组合，而是根植于多元且坚实的学理基础之上，这些理论共同为其内涵界定、目标设定、内容组织与实施路径提供了科学依据。

2.1. 认知建构视角：从独立图式到整合认知

从认知建构视角看，皮亚杰(Piaget)的发生认识论为理解数学知识融合提供了关键框架。数学分析、高等代数、解析几何在学生认知中最初构成相对独立的图式(schema)，融合教学的核心机制在于借助同化(assimilation)与顺应(accommodation)过程，引导学生逐步建构整合的数学认知图式。它们在深层结构上共享向量、矩阵、极限、线性、度量等核心概念，由布鲁纳(Bruner)的学科结构理论，教师可通过发现学习(discovery learning)促进学生自主建构跨课程的内在关联。在课程设计层面，泰勒(Tyler)围绕“确定目标、选择经验、组织经验和实施评价”提出课程开发的四个基本问题，为融合课程建设提供了清晰而系统的设计框架。此外，终身教育理念强调数学素养的持续发展，为融合教学的长效性提供了价值支撑。

2.2. 目标分层视角：布鲁姆分类学的当代价值

布鲁姆教育目标分类学以知识维度和认知过程维度构成的二维框架为基础，为融合教学中的内容组织、层级设计与学习目标统整提供了重要的分析工具。在大语言模型已能高效完成信息检索、知识整合乃至基础逻辑推理的情境下，该框架的价值已超越传统的教学设计功能，成为划定人机认知分工的分析框架。人工智能的优势集中于低阶认知任务与事实性、程序性知识的处理，而人类不可替代的价值则体现在高阶认知、概念性知识与元认知领域。基于此，教育的核心目标应转向培养能够监控自身思维过程、整合多元认知资源、拆解复杂问题并作出价值判断的学习者，推动教学从知识传授向思维培养转型，从技能训练向元认知能力发展深化。这一理念与课程群建设强调的能力链构建[8]和核心素养导向不谋而合。

2.3. 系统整合视角：关联性与整合性的统一

课程群建设遵循系统论与自组织理论，被视为一个开放的自组织系统。根据耗散结构理论，课程群在外部条件支持下，通过内部交互生成组织性和连贯性。其核心属性是关联性与整合性。关联性指打破课程内容的归属性，强化课程间的亲和性；整合性指对课程进行重新规划、设计，填补空白，删除重复，使整体效益大于部分之和。

2.4. 技术融合视角：AI 赋能的三层级递进

在课程群建设过程中，信息技术的应用逐步从资源支持走向学习支持和教学决策支持。知识图谱技术能够梳理课程内容之间的关联关系，揭示不同课程共享的核心概念，为桥接概念的识别与课程内容整合提供依据；智能导学平台通过学习过程记录与学习行为分析，帮助教师了解学生的认知特点与学习需求，优化学习路径设计，并及时发现知识迁移中的困难与障碍；学习数据分析则有助于识别学生在知识理解和应用过程中的薄弱环节，为教学内容调整和教学策略改进提供参考。基于此，本文构建了三维融合课程群模型。在纵向维度上，依据学生认知发展的规律，推动学习过程由直观理解逐步过渡到结构化认识，并最终形成对数学知识体系的整体把握；在横向维度上，通过概念关联、知识迁移和理论统整三个层次实现课程内容的有机衔接；在技术应用维度上，逐步实现从教学辅助到学习支持再到教学优化的功能拓展。借助在线学习平台、多媒体资源以及智能化教学工具，增强师生互动与学习反馈，为学生提供更加精准和个性化的学习支持。

3. 基于课程群的内容重构：从孤岛到网络

基于布鲁姆教育目标分类学的二维框架, 本研究将三门课程的内容重构划分为三个递进层级, 形成事实性知识整合、程序性方法迁移和元认知能力发展的阶梯式路径, 以划定人机认知分工的边界。

3.1. 记忆与理解层：事实性知识的跨课程整合

以桥接概念为教学支点, 识别同一数学对象在三门课程中的不同表征, 建立“几何直观-代数结构-分析深化”的认知链条。典型整合案例包括: 共享秩决定解空间维数的内核的线性方程组的秩判定(高等代数)、三平面交线形态(解析几何)、隐函数定理线性化前提(数学分析); 二次型的惯性指数(高等代数)、二次曲面分类标签(解析几何)、Hessian 矩阵正定性(数学分析)形成的“主子式→曲面形状→极值类型”的结构化锚点; 特征值问题中, 特征方程求解与特征向量方向(高等代数)直接决定二次曲线主轴旋转角度与半轴长(解析几何), 关联二元函数极值判定(数学分析), 使“特征值”获得“主轴伸缩系数”与“极值类型指示器”的可互译编码。

技术层面, 知识图谱系统自动抽取核心概念及其等价关系, 生成跨课程术语映射表, 并根据学生错误类型个性化推送需强化的概念对, 实现精准的事实性知识融合。

3.2. 应用与分析层：程序性方法的跨课程迁移

识别同一操作程序在不同课程中的功能变体, 建立“算法执行-结构转化-逼近构造”的能力链条。矩阵分解方法的跨课程迁移: LU 分解(代数)、正交变换化标准形(几何)、泰勒展开(分析)共享“复杂对象→标准部件+可控余项”的程序性内核。对角化程序的三重变体: 实对称矩阵正交对角化流程(求特征值→解特征空间→正交单位化→构造正交矩阵)直接迁移至二次曲面主轴变换(确定中心→求主轴方向→计算半轴长→写出标准方程), 而多元函数极值判定的 Hessian 矩阵分析(求临界点→计算二阶偏导矩阵→判定正定性→分类极值类型)遵循同一程序结构, 掌握其一即可通过调整操作对象与终止条件迁移至其余场景。迭代与逼近方法揭示深层程序关联: 矩阵迭代求特征值、逐次细分法构造曲线交点、牛顿迭代法求方程近似根共享“初始猜测→迭代算子→收敛判定→误差控制”的元程序结构, 数学分析中区间套定理与单调有界收敛定理提供的收敛性框架可直接迁移至判断几何逼近序列与代数迭代序列的收敛行为。对偶与伴随操作的程序性对应: 线性映射的转置矩阵与伴随矩阵构造(代数)、法向量与方向向量的对偶关系(几何)、分部积分公式“将困难积分转移至易处理部分”(分析)延续同一操作逻辑, 学生需识别“转移操作至更友好形式”的通用策略, 并根据课程情境选择具体实现。

智能系统动态生成跨课程融合习题, 实时监测方法迁移准确性, 当识别学生以单一课程知识处理融合问题时主动推送关联提示, 并记录关键决策路径, 为教师提供迁移误区案例库。

3.3. 评价与创造层：元认知层面的整合

设计开放性探究项目, 引导学生从多视角审视同一数学主题, 建立“计划-监控-评价-调整”的元认知循环。

1. 证明策略的元认知迁移

构造性证明(基的扩充证维数公式)与 $\varepsilon-\delta$ 语言构造(区间套证明确界存在)共享“将存在性断言转化为可操作构造序列”的元程序, 反证法训练“否定前提的强推论力量”, 目标是让学生自动激活“构造-反证-归纳”的策略库。

2. 问题表征的跨课程转换

面对“判断二次型正定性”任务, 学生能在顺序主子式计算、二次曲面类型预判、Hessian 矩阵极值

关联三重视角间自由切换, 建立表征转换的元认知监控——何时用几何直观辅助代数计算? 何时将几何猜想形式化为可证明的分析语言?

3. 错误诊断的跨课程元认知

收敛与极限运算顺序交换、矩阵乘法交换律误用、向量共线与共面条件混淆, 三类典型错误的元认知根源均为“未明确当前操作所依赖的前提条件”, 有效整合需建立“条件敏感性”的元认知习惯。

4. 问题生成的跨课程拓展

从“给定二次曲线求标准形”逆向生成“给定标准形反求原方程系数”, 从“证明函数项级数一致收敛”正向生成“构造收敛速度可控的函数逼近序列”, 体现问题变式能力——识别已知结果的逆命题、否命题与弱化条件, 将证明题转化为计算题, 将计算题转化为分类题。

三门课程共享简洁性、统一性、可推广性的数学美学标准。通过元认知整合, 学生获得超越具体课程解题技巧, 建立专业判断力。智能系统对学生开放性成果进行跨概念创新性评价, 不仅评估知识点正确性, 更关注跨课程概念数量、关联原创性程度与逻辑链条完整性。基于探究兴趣辅助生成个性化拓展问题, 智能系统从答案提供者转为认知伙伴, 帮助学生成长为创造性解决复杂数学问题的高阶思维者。

4. 基于认知发展规律的教学过程设计

数学融合教学应针对学生领域特异性认知水平与元认知发展层次设计差异化教学策略, 并合理嵌入人工智能技术支持。虽然大学生在一般认知层面均已进入皮亚杰所界定的形式运算阶段, 但在数学专业领域的认知质量、元监控能力与概念网络连通性上存在显著个体差异。因此, 以下分层并非按年龄或年级机械划分, 而是依据学生在数学学习中的认知复杂度水平与最近发展区边界进行动态定位, 借鉴 SOLO 分类法的前结构、单结构、多结构、关联结构、抽象拓展的结构层次, 以及维果茨基(Vygotsky)最近发展区理论中的支架作用原理, 构建弹性化的教学支持系统。

1. 面向处于“单结构-多结构”过渡特征的学生的基础建构层

这一层次的学生能掌握孤立程序但难以建立跨课程联结, 元认知层面呈现程序执行导向。此阶段借助动态可视化工具将抽象概念锚定于几何直观, 人工智能承担认知支架功能, 提供自适应可视化资源与即时反馈。具体策略包括: 利用 GeoGebra 动态展示二次型在坐标变换下的几何形变, 同步关联矩阵对角化与二次曲面分类; 通过 3D 可视化展示多元函数极限的 $\varepsilon-\delta$ 定义, 将分析学的抽象语言转化为空间直观。AI 系统根据学生操作轨迹识别“程序断点”, 如特征值计算后未关联几何意义, 自动推送关联性提示, 实现精准支架支持。

2. 面向处于“多结构-关联结构”过渡阶段的学生的关联整合层

这个层次的学生能在单一课程内整合多步推理, 但跨课程知识整合意识薄弱, 元认知表现为局部监控。此阶段引入知识图谱交互导航, 人工智能发挥交互导学功能, 支持认知诊断与迁移路径推荐。具体策略包括: 构建三门课程的概念知识图谱, 学生通过交互界面探索“特征值→主轴方向→极值判定”等跨课程链条; 设计方法迁移工作坊, 系统展示同一问题在不同课程中的解法对比, 显化“程序内核-功能变体”的迁移机制; 智能导学系统根据作业错误模式推荐针对性跨课程复习路径, 如针对“会计算行列式但不会用于变量替换公式”的迁移障碍, 自动推送关联性训练任务。

3. 面向呈现“关联结构-抽象拓展”特征的学生抽象拓展层

该层次的学生其能识别跨课程的深层结构共性并进行假设-演绎推理, 元认知表现为策略性监控。此阶段构建开放性探究环境, 人工智能作为元认知分析工具, 辅助识别概念网络中的孤立节点与思维盲区。具体策略包括: 开设“数学统一观”研讨班, 学生围绕“正定性”“对角化”“逼近”等核心概念进行跨课程文献综述与自主命题探究; 利用学习分析仪表盘可视化展示个体概念网络连通性, 识别概念孤

岛;设计结构化元认知反思日志,引导学生记录表征转换决策与策略效率评估,培养专业数学判断力。

上述三层并非固定层级划分,而是依托“诊断-适配-再诊断”循环评估系统实现弹性定位。诊断性评价通过跨课程概念映射测试、元认知问卷与认知风格量表识别学生领域认知起点;过程性监测通过作业错误模式分析、知识图谱交互轨迹与学习行为数据实时判断认知层次;差异化推送针对概念理解障碍提供类比案例与可视化阐释,针对结构关联薄弱引导认知图式重构,针对元认知不足给予策略性提示与反思支架;形成性检验设置阶段性跨课程迁移任务,检验认知再平衡效果。评价体系构建诊断性、形成性与终结性相结合的综合框架:诊断性评价聚焦领域认知基础与元认知风格,形成性评价监测概念网络建构进度与元监控策略发展,终结性评价设置跨课程综合试题与开放性探究项目,评估知识迁移与创造性整合能力。

在人机协同范式下,教师角色从“教书匠”转为学习引导者与情感关怀者,核心职责在于设计高质量跨课程融合任务、引导学生元认知反思、在 AI 无法处理的创造性及价值判断性问题上发挥人类独特优势,并利用 AI 学情分析数据进行精准教学决策。此种模式既发挥 AI 在数据处理、个性化推送与即时反馈方面的技术优势,又保留人类教师在情感支持、价值引领与创造性激发方面的不可替代性,实现技术赋能与人文坚守的辩证统一。

5. 效果评价与讨论

基于课程群的数学与应用数学专业基础课程改革,是应对孤岛式教学困境、培养具有整体数学观的高素质人才的关键路径。教学实践表明,数学分析、高等代数与解析几何之间存在可识别的深层结构关联,基于认知工具、交互工具与分析工具三层级 AI 技术支撑与事实性知识、程序性迁移-元认知整合的阶梯式内容重构的融合方案,在提升学生学业成绩、跨课程迁移能力与数学统一观方面具有显著成效。本研究将课程群建设理论与发生认识论、布鲁姆分类学、学科结构理论进行有机整合,构建了“融合内容-智能技术-认知发展”三维联动模型,为“人机协同”教学提供了理论分析框架与可复用的实践路径。

然而,试点周期较短、样本范围有限、AI 工具迭代中的自适应能力不足、多教师协同的组织成本等局限,使得研究结论的外部效度与推广可行性仍需进一步检验。未来拟通过跨校长期追踪深化效果验证,开发集成化自适应学习平台提升技术系统性,将融合理念拓展至实变函数、泛函分析等高阶课程以构建全培养周期课程群体系,并探索大语言模型在苏格拉底式导学中的深度应用。在人工智能深刻重塑教育生态的时代背景下,数学教育不仅是知识的传授,更是思维方式的塑造、认知结构的优化与数学统一观的培育;唯有打破课程壁垒、实现有机融合,方能培养出适应智能时代需求的创新型数学人才。

基金项目

长沙理工大学学位与研究生教学改革研究项目(CLYJSJG25043);湖南省普通本科高校教学改革研究项目(202401000650)。

参考文献

- [1] 马冠忠. 师范院校《数学分析》课程教学存在的问题与对策[J]. 教育理论与实践, 2022, 42(24): 58-61.
- [2] 石树伟. 大道至简: 再议数学教学内容的结构化组织[J]. 数学通报, 2014, 53(1): 18-21.
- [3] 徐登明. 浅谈本科基础数学教学中分析与代数知识的融合[J]. 大学教育, 2015(4): 117-118.
- [4] 李慧仙. 论高校课程群建设[J]. 江苏高教, 2006(6): 73-75.
- [5] 朱婧, 曹丽梅, 张志刚. 数学学科课程群建设优化[J]. 中国冶金教育, 2018(6): 36-38.
- [6] 伏红勇, 李雨洁, 王奎, 等. 新文科指引下政法院校法商融合课程群建设研究[J]. 教育与信息技术, 2024, 3(2):

- 27-35.
- [7] Feng, G.H. and Mi, X.L. (2018) Research on the Construction of Programming Curriculum Group in Independent Colleges. *Proceedings of 2018 4th International Conference on Humanities and Social Science Research*, Hong Kong, 12-14 February 2018, 441-446. <https://doi.org/10.2991/ichssr-18.2018.83>
 - [8] Liu, Y. (2016) Construction on Curriculum Group for British and American Literature. *Proceedings of 2016 2nd International Conference on Economics, Social Science, Arts, Education and Management Engineering*, Hohhot, 30-31 July 2016, 791-795. <https://doi.org/10.2991/essaeme-16.2016.156>
 - [9] 刘杰, 杨慧. 工科数学课程群建设[J]. 西部素质教育, 2020, 6(14): 4-6.
 - [10] 冯滨鲁, 张森, 郭霞. 地方高校师范类数学专业课程群建设的研究与实践[J]. 数学教育学报, 2014, 23(5): 87-90.
 - [11] 杨旭华. 新一代人工智能发展背景下信息与计算科学专业课程群建设[J]. 黄冈师范学院学报, 2022, 42(3): 121-126.
 - [12] 袁书娟, 刘春风, 杨爱民. 大学数学课程群虚拟教研室(华北理工大学)建设的实践研究[J]. 大学数学, 2025, 41(6): 30-35.