

随机过程在工科领域的典型应用案例及教学实践

张 微, 关 丽*

北京工业大学数学统计学与力学学院, 北京

收稿日期: 2026年6月7日; 录用日期: 2026年7月8日; 发布日期: 2026年7月16日

摘 要

随机过程是高校工科专业的核心基础课程, 理论抽象、学用脱节是当前课程教学的突出痛点。为贴合新工科人才培养要求, 强化学生随机建模、数据处理与工程问题分析能力, 本文选取通信网络流量建模(泊松过程)、智能制造设备故障预测(马尔可夫链)两个典型工程场景, 采用带噪声的真实模拟工程数据集, 完整展示数据采集、清洗、预处理、特征提取、建模求解全流程; 在模型求解中引入现实工况约束与随机噪声, 分析非理想条件对模型输出结果的影响。结合PBL项目式学习、CDIO工程教育理念设计分层案例教学实施方案, 打通理论知识、数据实践与工程应用的壁垒。研究成果可为工科随机过程课程案例教学改革提供理论支撑与可落地的实践范式, 助力学生完成从数学理论到工程实践能力的转化。

关键词

随机过程, 工程应用, 案例教学, 项目式学习(PBL), 工程教育模式标准(CDIO)

Typical Application Cases and Teaching Practice of Stochastic Processes in Engineering Fields

Wei Zhang, Li Guan*

School of Mathematics, Statistics and Mechanics, Beijing University of Technology, Beijing

Received: June 7, 2026; accepted: July 8, 2026; published: July 16, 2026

Abstract

Stochastic Processes is a core fundamental course for engineering majors in colleges and

*通讯作者。

文章引用: 张微, 关丽. 随机过程在工科领域的典型应用案例及教学实践[J]. 教育进展, 2026, 16(7): 505-512.
DOI: 10.12677/ae.2026.1671396

universities. Its highly abstract theories and the disconnection between theoretical learning and practical application have become prominent pain points in current teaching. To meet the talent training requirements of Emerging Engineering Education and strengthen students' capabilities in stochastic modeling, data processing and engineering problem analysis, this paper selects two typical engineering scenarios: communication network traffic modeling based on the Poisson process and equipment fault prediction for intelligent manufacturing based on the Markov chain. Using real-world simulated datasets with noise, this paper elaborates the whole procedures including data collection, cleaning, preprocessing and feature extraction as well as modeling and solution. Real working condition constraints and random noise are introduced in model solving to analyze their impacts on model outputs. Combined with Problem-Based Learning (PBL) and the Conceive-Design-Implement-Operate (CDIO) engineering education philosophy, a hierarchical implementation scheme for case teaching is formulated to bridge theoretical knowledge, data practice and engineering application. The research findings can provide theoretical support and practical paradigms for the teaching reform of Stochastic Processes in engineering programs, and help students realize the transformation from mathematical theories to engineering competencies.

Keywords

Stochastic Processes, Engineering Application, Case Teaching, PBL, CDIO

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随机过程是以随机现象动态演化规律为研究对象的数学分支, 作为衔接概率论与工科实践的关键载体, 其理论与方法广泛应用于通信网络、自动化控制、智能制造、人工智能、信号处理等多个领域, 是电子信息类、机械类、自动化类等新工科专业不可或缺的数理基础课程。该课程概念抽象、公式推导繁琐、理论逻辑性强, 传统课堂多以理论讲授、公式演算为主, 教学内容偏向纯数学推导, 缺少真实工程数据支撑、未考虑现场噪声与工况约束, 导致学生无法建立“数学模型-工程场景”的对应关系, 普遍出现“理论听不懂、公式会计算、工程不会用”的困境, 难以满足新工科对学生工程建模、数据分析、问题求解能力的培养要求。

本文结合高校工科随机过程教学改革实践, 选取两个覆盖不同工科领域、适配课程核心知识点的应用案例, 完整呈现理论建模与工程应用的全过程, 为同类课程案例教学提供可落地的参考方案。

(一) 国外研究现状

欧美高校较早将案例教学、项目式教学融入工科数理课程体系, 形成了成熟的教学范式。麻省理工学院、斯坦福大学等顶尖院校在《随机过程》《概率与随机模型》等课程中, 长期采用工业实测数据 + 交互式仿真 + 不确定性分析的教学模式, 结合通信运维、金融量化、工业可靠性等行业真实项目设计课堂案例, 不仅要求学生完成建模计算, 还重点训练数据筛选、异常识别、模型误差分析等工程核心能力。德国、瑞典等欧洲工科院校深度依托 CDIO 工程教育理念, 将随机过程理论贯穿于产品构思、设计、实现、运行全流程, 把模型搭建、仿真测试、方案优化纳入课程综合考核, 着重培养学生系统化工程思维。

在教学方法层面, 国外普遍将 PBL 项目式学习与数理课程结合, 以真实工程问题为驱动, 引导学生自主查阅资料、组队协作完成建模与求解。但受产业场景、人才培养体系差异影响, 国外案例与教学模式无法直接适配我国新工科“产教融合、本土化应用”的培养目标。

(二) 国内研究现状

国内众多学者围绕工科随机过程教学改革开展了系列研究。蔡立刚等[1]立足新工科建设要求, 指出随机过程课程重理论、轻实践的突出问题, 提出依托工程案例优化课堂结构, 但研究仅采用理想仿真数据, 未涉及工业数据清洗、异常处理等实操内容。周从金、王开永[2]以泊松过程案例探索能力导向教学模式, 借助标准化算例训练学生建模思维, 可案例多偏向数学模型, 与通信、智能制造一线工程场景结合不足。张婧等[3]将 MATLAB、Python 编程仿真引入课堂, 实现随机过程模型可视化复现, 但研究未分析噪声、工况波动对模型精度的干扰, 缺少误差优化相关教学设计。何美霖等[4]面向通信专业开展 PBL 项目式教学, 以网络流量建模设计探究任务, 然而案例适用场景单一, 难以向自动化、智能制造等多工科专业推广。修建娟等[5]针对传统随机过程课堂理论枯燥、实践薄弱的问题, 从教学内容、教学手段、考核方式多维度提出一套创新教学改进思路。李旭东[6]结合自身授课经验, 简要梳理随机过程现存教学痛点, 并从课堂讲授、课后实践两方面给出简易可行的教改实施办法。国外 MIT 开设的随机过程课程配套完整工程项目与仿真资源[7], 国内研究虽多借鉴其教学思路, 但照搬海外案例难以适配我国新工科本土化产教融合需求。

总体来看, 当前相关研究存在三点明显不足: 一是案例数据集理想化, 缺失工业数据预处理实操训练; 二是建模忽略现实噪声、设备老化等约束, 缺少模型鲁棒性分析教学; 三是教学设计缺乏 PBL 与 CDIO 理论的深度融合, 缺少标准化、可推广的分层实践方案, 为本文研究留下创新空间。

(三) 本文研究内容与创新点

针对上述研究缺口与教学痛点, 本文立足通信、智能制造两大主流新工科领域, 选取泊松过程、马尔可夫链两大核心知识点设计综合工程案例。创新点如下:

数据全流程工程化: 采用贴近工业现场的含噪声、含异常值模拟数据集, 完整复现数据采集、清洗、异常剔除、特征提取全流程, 还原真实工程数据分析场景;

引入现实约束与随机噪声: 在建模与求解过程中叠加环境噪声、突发工况、流量扰动等干扰条件, 引导学生分析非理想因素带来的模型误差, 培养模型校验、误差分析与方案优化能力;

教育理论深度融合: 依托 PBL 项目式学习、CDIO 工程教育理念设计分层教学流程, 构建“理论学习 - 数据实践 - 建模仿真 - 分析优化”的闭环教学模式;

成果普适性强: 兼顾理论深度、数据复杂度与工程实用性, 可适配通信、自动化、智能制造等多个新工科专业, 为同类高阶数理课程改革提供可参考的实践范式。

2. 随机过程典型工程应用案例

本文选取两个典型工科场景, 所有数据集模拟工业现场真实状态, 包含异常值、随机噪声、突发工况, 完整复现工程数据处理与建模全流程, 并系统分析非理想因素对模型结果的影响。

案例一: 基于泊松过程的通信网络流量建模

1) 案例背景

在通信工程领域, 网络流量具有随机性、突发性特点, 如手机用户的呼叫请求、数据终端的数据包发送等, 均表现为随机发生的事件。准确建立通信网络流量模型, 是实现网络带宽分配、拥塞控制、性能优化的前提。泊松过程作为描述“随机时刻发生的稀有事件”的核心随机过程, 其平稳独立增量、无后效性等特性, 与通信网络流量的随机发生规律高度契合, 可有效实现流量建模与性能分析。

2) 理论基础与建模思路

设计数过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ 为单位时间内到达的数据包数量, 若满足:

(1) $N(0) = 0$;

(2) 过程具有独立增量性;

(3) 对任意 $t \geq 0, s \geq 0, N(t+s) - N(t)$ 服从参数为 λ_s 的泊松分布, 即

$$P(N(t+s) - N(t) = k) = e^{-\lambda_s} \frac{(\lambda_s)^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots,$$

则称 $\{N(t), t \geq 0\}$ 为参数为 λ 的泊松过程, 其中 λ 代表单位时间内发生的平均事件率。

建模核心思路: 以校园核心交换机网络流量为研究对象, 采集带噪声、异常值的原始流量数据; 完成数据清洗、异常剔除、特征提取; 估计到达率 λ , 采用卡方检验完成泊松分布假设检验; 建立流量模型, 计算网络拥堵概率、平均间隔时间等核心工程指标; 最后分析突发流量、信号噪声对模型精度的影响, 并结合工程需求提出模型优化与网络调度方案。

3) 工程实现与求解过程

步骤 1: 原始数据采集(含噪声与异常值)

使用 Wireshark 抓取校园局域网核心节点连续 2 小时(7200 s)数据包数据。原始数据包含三类非理想工况:

- (1) 常规正常流量: 师生办公、上网产生的标准业务数据包;
- (2) 突发高并发流量: 课间、午休等高峰时段产生的瞬时流量峰值(异常数据);
- (3) 干扰噪声数据: 网络扫描、端口试探、短时网络抖动产生的无效小包(噪声数据)。

原始数据集共采集数据包 $n_{\text{总}}=15,682$ 条, 其中包含异常峰值数据 826 条、无效噪声数据 457 条, 原始数据无法直接用于泊松建模。

步骤 2: 数据清洗、预处理与特征提取

本环节为工程实操核心, 严格按照工业数据处理标准执行:

- (1) 无效噪声剔除: 根据数据包协议类型、数据包字节大小过滤扫描包、抖动产生的无效小包, 剔除噪声数据 457 条;
- (2) 异常峰值识别与处理: 采用 3σ 准则识别突发高并发异常点。区分两类异常: 短期瞬时峰值标记为“扰动样本”, 不纳入常规建模数据集; 持续性异常流量直接剔除。本次共剔除极端异常流量 826 条;
- (3) 数据切片与特征提取: 将清洗后的有效数据按时间切片, 划分为 720 个 10 s 统计区间, 统计每个区间内有效数据包到达数量, 形成标准化建模数据集;
- (4) 预处理后有效总数据包数量: $n = 15,682 - 457 - 826 = 14,399$ 。

步骤 3: 模型参数估计与分布检验

(1) 计算时间平均到达率 λ 。

统计 2 小时内($t = 7200$ s)到达的总数据包数量 n , 由泊松过程性质可知, λ 的无偏估计值为:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{y} = \frac{14,399}{7200} \approx 2$$

即该节点数据包平均到达率为 2 个/秒。

(2) 泊松分布假设检验

采用卡方拟合优度检验, 设定显著性水平 $\alpha = 0.05$, 对比各时间区间内数据包到达数的实际频数与泊松分布理论频数。检验结果: 卡方统计量小于临界值, 接受原假设, 即清洗后的有效数据服从参数 $\lambda \approx 2$ 的泊松分布。

步骤 4: 理想工况下模型求解

数据包到达间隔时间 T 服从参数为 λ 的指数分布, 即 $f_{T(t)} = \lambda e^{-\lambda t} (t \geq 0)$, 可计算平均到达间隔时间

为 $\frac{1}{\lambda} = 0.5$ 秒; 计算 10 秒内数据包到达数大于 25 的概率(拥堵预警阈值), 即

$$P(N(10) > 25) = 1 - \sum_{k=0}^{25} e^{-20} \frac{20^k}{k!}$$

通过数值计算可得该概率约为 0.021, 即拥堵概率较低, 当前带宽可满足需求。

步骤 5: 引入现实约束与噪声, 分析模型误差

为还原工程真实场景, 引入两类典型干扰, 分析非理想条件对模型的影响:

(1) 叠加随机噪声: 保留全部原始噪声数据(不做清洗), 重新计算 $\lambda \approx 2.13$ 。此时数据不再严格满足泊松分布, 拥堵概率计算结果偏差达到 12.7%。结论: 无意义噪声会抬高事件统计数量, 导致模型高估网络负载;

(2) 叠加突发峰值流量: 保留课间瞬时高并发数据, 高峰时段 λ 瞬时提升至 4 个/秒。重新计算得 10 秒内拥堵概率升至 18.6%, 网络拥塞风险大幅增加。

步骤 6: 工程应用与优化策略

结合干扰分析结果, 提出落地优化方案:

- (1) 常态化运维: 部署数据过滤脚本, 自动剔除扫描包、抖动噪声, 保证日常模型精度;
- (2) 高峰调度: 针对课间、午休等流量峰值时段, 临时扩容带宽、启动负载均衡策略;
- (3) 模型改进: 对于长期存在强干扰的网络节点, 采用非齐次泊松过程替代齐次泊松过程, 适配时变流量特征。

案例二: 基于马尔可夫链的设备故障预测

1) 案例背景

在自动化、智能制造领域, 生产设备的运行状态具有随机性, 如机床、传感器等设备, 可能处于正常运行、轻微故障、严重故障等不同状态, 且状态之间的转移具有随机性。基于设备运行状态数据, 提前预测故障发生概率, 可实现 predictive maintenance (预测性维护), 减少非计划停机时间, 降低维护成本。马尔可夫链具有“无后效性”(未来状态仅依赖于当前状态, 与过去状态无关), 可精准描述设备状态的随机转移过程, 适用于设备故障预测场景。

2) 理论基础与建模思路

设马尔可夫链 $\{X_n, n \geq 0\}$ 的状态空间为 $S = \{1, 2, \dots, m\}$ 。

本文 $m = 3$, 分别对应: 1——正常运行, 2——轻微故障, 3——严重故障, 其核心特征为无后效性, 即

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i) = p_{ij},$$

其中 p_{ij} 为从状态 i 转移到状态 j 的一步转移概率, 所有 p_{ij} 构成转移概率矩阵 $\mathbf{P} = [p_{ij}]_{m \times m}$ 。

建模核心思路: 采集智能制造车间数控机床长时间运行数据, 完成数据清洗、状态标注; 统计状态转移频次, 构建转移概率矩阵; 基于矩阵迭代完成多步状态概率预测; 分析载荷波动、零部件老化等现实约束对转移矩阵与预测结果的影响; 结合预警阈值制定设备维护方案。

3) 工程实现与求解过程

步骤 1: 数据采集、状态划分与预处理

选取智能制造车间一台通用数控机床, 连续采集 1000 小时运行状态数据, 每小时记录一次设备状态。原始数据包含: 设备正常运行记录、轻微故障记录、严重故障记录, 同时叠加载荷波动、环境干扰带来的状态跳变数据(异常样本)。

状态划分: 状态 1 (正常运行)、状态 2 (轻微故障)、状态 3 (严重故障);

数据预处理：剔除传感器故障导致的无效状态记录，修正瞬时状态跳变异常样本，得到有效状态数据集。

步骤 2：理想工况下转移概率矩阵构建

统计历史数据中各状态之间的转移次数，计算一步转移概率 p_{ij} = 转移次数/总转移次数，得到理想工况转移概率矩阵：

$$P = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 & 0 \\ 0.10 & 0.60 & 0.30 \\ 0 & 0 & 1.00 \end{pmatrix}$$

步骤 3：状态概率迭代预测

设初始状态概率向量为 $\pi(0)=[1,0,0]$ （假设设备初始时刻处于正常运行状态），则 n 步后的状态概率向量为 $\pi(n)=\pi(0)P^n$ （ P^n 为转移概率矩阵的 n 次幂）。通过矩阵迭代计算可得：

$$\pi(1)=[0.75, 0.25, 0] \text{ (1 小时后处于正常状态的概率为 75\%);}$$

$$\pi(5)=[0.328, 0.384, 0.288] \text{ (5 小时后严重故障概率为 28.8\%);}$$

$$\pi(10)=[0.175, 0.263, 0.562] \text{ (10 小时后严重故障概率达 56.2\%);}$$

结合生产要求，设定严重故障预警阈值为 50%，由计算结果可知：设备运行 10 小时后故障风险超出预警线。

步骤 4：引入现实约束，分析模型偏差

模拟两类工业常见干扰，验证模型鲁棒性：

(1) 加工载荷增大：设备长期满负荷运行，零部件损耗加快，状态向故障转移的概率提升。更新转移矩阵后，设备运行 8 小时严重故障概率即突破 50%，原理想模型出现预测滞后；

(2) 零部件老化：设备长期服役，轻微故障自愈能力下降，转移矩阵中 P_{21} （轻微故障转回正常）由 0.10 降至 0.04，模型整体故障预测概率持续偏高。

步骤 5：工程维护策略优化

(1) 标准工况：设备运行 8~9 小时开展预防性检修，规避严重故障；

(2) 高载荷工况：缩短检修周期至 6~7 小时；

(3) 老化设备：定期更新转移矩阵，动态修正预测模型，保证维护策略精准性。

3. 案例教学实施建议

结合新工科人才培养目标，依托 PBL 项目式学习与 CDIO 工程教育理念，按照“构思(Conceive) - 设计(Design) - 实现(Implement) - 运行(Operate)”四阶段设计教学流程，同时结合 PBL“问题驱动、小组协作、自主探究”的核心要求，将两个工程案例融入课堂教学，分为基础教学层、综合实践层、创新拓展层三个梯度实施。

(一) 教学理论支撑说明

CDIO 工程教育理念：将案例教学对应工程全流程，构思阶段明确工程问题与建模目标，设计阶段完成数据方案与模型选型，实现阶段完成数据处理、编程建模与计算，运行阶段开展结果分析、误差研判与方案优化；

PBL 项目式学习：以“网络拥塞如何防控”“设备故障如何预测”等真实工程问题为驱动，以小组为单位开展探究式学习，弱化“教师单向讲授”，强化学生自主思考与团队协作能力。

(二) 分案例教学安排

泊松过程(通信网络流量案例)：本案例安排在泊松过程章节理论授课结束后实施，总课时 2 课时(理

论 1 课时 + 实践 1 课时)。

(1) 构思阶段(课堂导入, 15 min): 教师展示校园网络卡顿、基站拥塞等真实场景, 抛出核心问题: 如何用随机模型预判网络流量、规避拥塞? 讲解泊松过程适用场景与工程假设;

(2) 设计阶段(方案讨论, 20 min): 小组讨论数据采集方案、异常与噪声处理方法、检验思路, 教师答疑并梳理技术路线;

(3) 实现阶段(上机实践, 40 min): 学生使用 Python/MATLAB 完成数据清洗、参数估计、卡方检验、概率计算, 复现建模全流程;

(4) 运行阶段(分析总结, 15 min): 各组汇报计算结果, 讨论噪声、突发流量对模型的影响, 提出网络优化方案。

马尔可夫链(设备故障预测案例): 本案例安排在离散马尔可夫链章节结束后实施, 总课时 2 课时, 侧重矩阵运算、迭代计算与工程决策。

(1) 构思阶段: 结合智能制造车间生产场景, 讲解设备预测性维护的工程价值, 明确马尔可夫链无后效性的应用逻辑;

(2) 设计阶段: 小组划分设备状态, 设计数据统计与转移矩阵构建方案;

(3) 实现阶段: 手工计算 + 编程实现矩阵迭代, 完成多步状态概率预测;

(4) 运行阶段: 对比理想模型与受扰模型的差异, 结合预警阈值制定差异化设备检修计划。

(三) 重难点突破策略

数据处理重难点: 针对 3σ 准则、噪声过滤、异常识别等工程难点, 教师分步演示操作流程, 提供预处理代码模板, 降低实操门槛;

模型理解重难点: 采用动态可视化图表(马尔可夫状态转移图、泊松分布频数对比图), 直观展示随机过程演化规律;

误差分析重难点: 设置对比实验, 分别使用“原始含噪数据”“清洗后数据”建模, 引导学生自主总结干扰因素的影响规律。

(四) 分层实践拓展

基础层(全体学生): 按照标准流程复现案例, 完成基础计算与结果分析, 掌握核心建模方法;

提高层(中等能力学生): 修改数据集参数, 模拟不同强度的噪声与突发工况, 对比模型输出结果;

创新层(优秀学生/竞赛团队): 自主采集实验室设备、校园网络等真实数据, 从零完成建模、检验、优化, 形成小型项目报告。

(五) 考核评价设计

改变单一卷面考核模式, 结合 CDIO 与 PBL 要求, 采用过程性考核 + 成果考核结合方式: 数据处理规范性(20%)、模型建模正确性(30%)、误差分析深度(25%)、方案合理性(25%), 全面评价学生工程综合能力。

4. 结论

本文以泊松过程、马尔可夫链两大核心知识点为依托, 选取通信网络流量建模、智能制造设备故障预测两大典型工程场景, 采用含噪声、含异常值的仿真工业数据集, 完整实现了“数据采集 - 预处理 - 建模求解 - 干扰分析 - 工程优化”全流程教学案例设计。相较于传统理想化算例, 本案例还原了工程现场的复杂性, 强化了学生数据处理、模型校验、误差分析的实操能力。

同时, 本文将 PBL 项目式学习、CDIO 工程教育两大主流教育理论融入教学设计, 构建了理论与实践深度融合的案例教学体系, 有效破解了随机过程课程“理论抽象、学用脱节”的核心痛点, 契合新工

科对复合型工程人才的培养要求。

从应用效果来看, 两类案例模块化强、可移植性高, 可根据通信、自动化、人工智能、智能制造等不同专业的培养侧重, 调整数据参数、工程约束与拓展方向。后续研究可进一步丰富案例库, 补充布朗运动、平稳随机过程、鞅等知识点对应的工程场景, 结合人工智能、大数据等前沿方向拓展模型应用, 持续完善随机过程课程的案例教学体系, 为新工科背景下高阶数理课程的教学改革提供持续参考。

基金项目

北京市高教学会数学研究分会/北京交叉科学学会研究课题(SXJC-2024-007), 北京工业大学教育教学研究课题资助(ER2026MS0053)。

参考文献

- [1] 蔡立刚, 李媛, 丁宁. 新工科背景下“随机过程”课程教学改革探索[J]. 教育教学论坛, 2021(45): 75-78.
- [2] 周从金, 王开永. 基于违约风险模型的泊松过程教学设计[J]. 教育进展, 2026, 16(2): 1103-1108.
- [3] 张婧, 赵有益, 施晓燕. 数字化背景下教学环境建设——以“应用随机过程”课程为例[J]. 兰州工业学院学报, 2024, 31(4): 136-139.
- [4] 何美霖, 冯维, 郭锐, 刘兆霆. 基于强化学习的《随机过程》课程教学改革探索[J]. 才智, 2025(22): 85-88.
- [5] 修建娟, 柴勇, 关键, 等. “随机过程及应用”创新性教学的几点思考[J]. 高等教育研究学报, 2017, 40(3): 112-115.
- [6] 李旭东. 浅谈“随机过程”课程教学改革与实践[J]. 教育教学论坛, 2019(24): 67-68.
- [7] Madhow, U. (2021) Fundamentals of Digital Communication. Cambridge University Press.