

基于《数学分析》课程的人机协同混合教学模式探索与实践

张 杰, 李惠颖*, 沈 洁

辽宁师范大学数学学院, 辽宁 大连

收稿日期: 2026年6月23日; 录用日期: 2026年7月21日; 发布日期: 2026年7月28日

摘 要

《数学分析》作为数学类专业的核心基础课程, 长期面临教学方法单一、“上课听懂、下课不会做”的困境, 而生成式AI技术的快速发展为人机协同教学提供了新的可能。本文在“师-机-生”三元教学模式基础上, 构建了“教师主导设计-AI智能体多维辅助-学生个体深度建构-小老师反转教学”的协同课堂生态。并结合导数概念的课程教学内容, 设计了“课前智能诊断-课中协同建构-课后精准巩固”的三阶段教学闭环, 阐述了AI智能体的创设与使用、动态几何演示、实时测试干预、小组探究展示等教学环节的具体实施方法。同时, 本文探讨了该模式对师范生的工具应用能力、协同设计能力以及创新引领能力的提升作用, 并对过度依赖、算法偏见和公平性三大潜在风险提出了针对性的规避策略。该模式为人机协同在高等数学教育中的深度融合提供了可操作的实践范式, 也为培养具备AI素养的未来数学教师创造了“做中学”的真实场域。

关键词

人机协同混合教学模式, AI智能体, 《数学分析》

Exploration and Practice of a Human-Computer Collaborative Blended Teaching Model Based on the “Mathematical Analysis” Course

Jie Zhang, Huiying Li*, Jie Shen

School of Mathematics, Liaoning Normal University, Dalian Liaoning

Received: June 23, 2026; accepted: July 21, 2026; published: July 28, 2026

*通讯作者。

文章引用: 张杰, 李惠颖, 沈洁. 基于《数学分析》课程的人机协同混合教学模式的探索与实践[J]. 教育进展, 2026, 16(7): 1778-1792. DOI: 10.12677/ae.2026.1671559

Abstract

Mathematical Analysis, as a core foundational course for mathematics majors, has long faced the problems of monotonous teaching methods and the common dilemma of “understanding in class but being unable to solve problems after class”. The rapid development of generative AI technology offers new possibilities for human-computer collaborative teaching. Based on the “teacher-AI-student” triadic teaching model, this paper constructs a collaborative classroom ecosystem characterized by “teacher-led design, multi-dimensional AI agent assistance, students’ individual deep construction, and ‘little teacher’ flipped teaching”. Taking the teaching of the derivative concept as an example, we design a three-stage teaching loop of “pre-class intelligent diagnosis, in-class collaborative construction, and post-class precise consolidation”. The paper elaborates on the specific implementation methods of AI agent creation and use, dynamic geometric demonstration, real-time test intervention, and group inquiry presentation. Furthermore, this paper discusses the model’s role in enhancing normal university students’ abilities in tool application, collaborative design, and innovative leadership. It also proposes targeted strategies to mitigate three potential risks: over-reliance, algorithmic bias, and fairness. This model provides an actionable practical paradigm for the deep integration of human-computer collaboration in higher mathematics education and creates an authentic “learning by doing” environment for cultivating future mathematics teachers equipped with AI literacy.

Keywords

Human-Computer Collaborative Blended Teaching Model, AI Agent, Mathematical Analysis

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《数学分析》是数学类专业的核心基础课程，其内容具有高度的抽象性和严密的逻辑性。而目前的数学分析课堂普遍存在教学方法单一、教学内容偏重理论和计算、课堂活跃度较低、缺少实际应用以及教师对学生课后学习指导不足的问题[1]。课堂往往采用“讲授式”教学方法，传统单向灌输模式极易导致学生陷入“上课听懂了、下课不会做”的困境。课堂教学环节中对于信息化教学手段的使用有限，缺乏动态课件、互动平台等辅助工具的使用，难以直观呈现数学分析课程内容中的抽象概念，枯燥的数学理论证明过程使得学生专注度与学习兴趣低下[2]。同时，教师面对大班额教学无法精准掌握每一位学生的真实学习状态，教学内容与教学方法调整不及时，容易导致“尖子生吃不饱、后进生跟不上”的矛盾。而在课后，由于学生群体基数大、教师分身乏术，难以提供及时、个性化的引导与答疑，学生无法即时消化课堂知识，问题反复积累，极其容易消磨学生的学习热情，形成恶性循环，从而影响教学和学习的质量。

2025 年 1 月中共中央 国务院印发《教育强国建设规划纲要（2024—2035 年）》明确提出“探索数字赋能大规模因材施教、创新性教学的有效途径”[3]。2025 年 12 月 30 日教育部科学技术与信息化司司长在关于“十四五”期间教育数字化进展成效的新闻发布会上提出“我们欣喜地看到，一批学校有组织地推动人工智能在课堂主战场的规模应用，如构建‘师-机-生’三元教学的新模式。”[4]。以 DeepSeek、ChatGPT 为代表的生成式 AI 技术正在重塑教育生态，但当前对于技术的应用多停留在“浅表化”层面，尚缺乏成熟范式。

因此,在“师-机-生”三元教学模式的基础上,本文引入“小老师”作为新的能动主体,构建“教师主导设计-AI智能体多维辅助-学生个体深度建构-小老师反转教学”的协同课堂生态,有助于丰富人机协同教学在高等数学教育领域的理论内涵。“小老师”并非第四方主体,而是对“学生主体”角色的深度激活与职能扩展,使其从被动接受者转变为主动讲授者。作为培养未来数学教师的主阵地,如何进一步培养师范生核心素养、优化课程内容、教学方式也成为了师范院校构建《数学分析》课程的新的挑战[5]。而本教学模式还能够为师范生AI素养培养提供“做中学”的实践场地,让师范生亲身体验并学习如何将AI融入未来教学,实现“师范性”与“学科性”的有机统一。

2. 理论支撑及国内外研究述评

人机协同教学并非凭空而生的教育理念,而是植根于学习科学、教育技术学与教师教育研究的深厚土壤之中。

2.1. 理论基础

2.1.1. 认知负荷理论与数学概念教学

认知负荷理论由 Sweller 于 20 世纪 80 年代提出,其核心观点认为工作记忆容量有限,教学设计应致力于优化内在认知负荷、降低外在认知负荷、增加相关认知负荷,从而促进长时记忆中图式的建构[6]。本文设计的AI智能体生成动态几何演示、提供生活化比喻与苏格拉底式引导,正是基于认知负荷理论的干预策略,通过可视化降低抽象概念的认知门槛,通过交互式对话引导学生在适度的认知努力中完成深度建构。在课前阶段通过“预习包”中的引导式PPT和慕课视频片段进行预习,旨在降低学生在正式课堂上面临的内在认知负荷;课中阶段引入AI生成的几何动态演示,将抽象符号转化为直观图形,本质上是通过知识可视化策略削减外在认知负荷。国内已有研究验证了认知负荷理论在数学概念教学中的应用价值,认为基于合适的理论设计的教学能有效调控学生认知负荷并促进学习[7]。

2.1.2. TPACK 框架与教师技术整合素养

TPACK 框架强调有效教学需要技术知识(TK)、教学法知识(PK)与学科内容知识(CK)三者的深度融合与交互,该框架为理解教师如何将技术恰切地融入教学提供了分析工具。近年研究指出,中学数学教师的TPACK总体处于中等水平,与技术相关的维度得分显著偏低,亟需在教师教育中有意识地培养技术整合能力[8]。本文所设计的人机协同教学模式,本质上是为师范生创设了一个TPACK发展的实践场域。在“小老师反转教学”环节中,师范生需审阅AI生成内容(技术知识)、设计教学引导路径(教学法知识)、判断数学推理的严谨性(学科内容知识),三者在这一过程中实现整合。本文所论述的工具应用能力、协同设计能力与创新引领能力,可视为TPACK框架在AI时代的新拓展,师范生不仅需要整合传统意义上的三类知识,还需要将“与AI协同工作的知识”纳入自身知识结构,循序渐进锤炼教师AI-TPACK综合能力[9]。

2.1.3. 人机协同学习:从工具辅助到认知共生

人机协同学习是智能时代学习方式变革的核心命题,其概念演进根植于教育发展与技术升级的交互迭代,遵循机械化、数字化、智能化的发展脉络,可划分为“人做机助-人机交互-人机协同-人智协同”四个阶段。而当前“人智协同”阶段则以“知情融合”为标志,借助智能体的情境理解与动态推理能力,实现认知发展与情感培育的协同增效[10]。本文所设计的教学模式,正是对“人智协同”理论在数学分析教学中的具体化与操作化,AI不再是响应式工具,而是具备引导功能、评价功能和个性化适配功能的“智能体”。研究进一步指出,人机协同学习须以学习者个体的智慧增长为核心,通过人与机器的有

机协同促进个体的认知发展、思维进阶和意义建构[11]。这与本文设计“课前智能诊断－课中协同建构－课后精准巩固”的三阶段教学闭环，强调学生思维深度建构而非技术替代的基本立场一致。

2.2. 国内外前沿研究述评

2.2.1. 国际研究

国际学界对 AI 赋能数学教育的研究已进入加速期。最新系统综述表明，2025~2026 学年 AI 驱动的数学教学工具已从实验性辅助手段演进为现代数学教学的重要支撑工具，以 Khanmigo、Mathos AI、Tutor CoPilot 为代表的苏格拉底式 AI 导学系统正推动人机混合教学成为主流实践，并且 AI 辅助的人机协同辅导可能会提升学生对数学的掌握[12]。在师范生 TPACK 发展方面，国际研究的最新趋势是将协作备课视为培养职前教师技术整合能力的关键路径。一项发表在 Nature 旗下期刊的研究表明，职前教师在协作备课过程中 TPACK 水平能够得到显著提升，特别是在技术知识(TK)与技术教学知识(TPK)维度[13]。这一发现启发我们技术整合能力的培养不宜局限于孤立的“技术课程”中，而应注重真实的教学设计实践。

2.2.2. 国内研究

在国家教育数字化战略行动的推动下，我国人机协同教学研究已形成“技术赋能－教学重构－制度调适”的三维格局[14]。针对数学学科，国内研究已开始关注 AI 赋能教师备课的实践路径，并提出了基于 TPACK 框架的“AI-TPACK”三阶能力重构模型。在具体教学场景中，学者们已开始在协作学习、个性化教学、智能评估等领域开展探索性实践。例如，有研究系统综述了 AI 在协作学习中通过“诱发与消解社会认知冲突”促进学习者高阶思维发展的作用机制[15]；另有研究提出了人机协同从“工具辅助”到“认知共生”的发展路径，并归纳出智能技术驱动、虚实场景融合等实践路径[16]。

2.3. 本研究模式的理论定位

本模式将认知负荷理论、TPACK 框架与人智协同学习理论整合运用于数学分析课程教学，为高等数学教育的人机协同研究提供了跨理论框架的应用范例。尤其是将 AI 动态可视化作为降低内在认知负荷的策略、将“小老师反转教学”作为 TPACK 整合实践场域的设计，具有理论创新意义。本文构建的三阶段教学闭环，以“教师赋权 AI→AI 支撑学生→学生互教互学→教师基于数据再决策”为运行逻辑，为抽象理论课程的人机协同教学提供了可迁移的实践路径。将师范生素养提升纳入人机协同教学的有机组成，这不仅回应了教育数字化对“未来教师”的能力期待，更通过“做中学”的真实场域，实现了“师范性”与“学科性”在 AI 时代的有机统一。

3. “人机协同”教学模式

本文所设计的“人机协同”教学模式，依据“教师赋权 AI→AI 支撑学生→学生互教互学→教师基于数据再决策”思路进行展开，它搭建起了一个“课前智能诊断－课中协同建构－课后精准巩固”的三阶段教学闭环，让各阶段产生的数据能够顺畅流转，从而形成一个智慧教学闭环。教师依据闭环反馈的数据，借助 AI 和各大智慧平台，持续改进自己的教学方式，进而设计出一套以数据为纽带、可以不断优化的教学流程，使得课前、课中、课后每个环节都紧密衔接、相互支撑，最终推动教学进入一个螺旋上升的迭代循环。

教师在课堂教学中扮演“教学设计者”“思维引导者”和“情感激励者”的主导角色。而 AI 智能体需要按照教师下达的指令和预先设定的规则，去执行标准化的信息处理与资源生成任务，AI 的角色则被定位为“个性化资源生成器”“学情数据分析师”以及“即时反馈提供者”，从而达成人机之间的优势互补。学生作为“教学活动的主体”，基于师范生需要具备的综合素养，该模式专门设置了“小老师反转教

学”这一环节，目的就是突破以往仅靠小组合作学习的单一形式，为学生提供一个能够锻炼自身教学能力的平台，同时也为优化评价体系带来了新的依据。

3.1. 教学内容分析

导数概念在数学分析中具有“分水岭”式的地位，对其掌握的程度直接影响了对微分学的掌握[17]。在多元函数微积分中，偏导数、方向导数、梯度等概念均是一元函数导数思想的自然推广。因此，对于导数概念的学习必须放慢节奏，从几何、代数等多个角度反复强化极限思想，并设置自主学习与合作探究等多种学习方式，帮助学生建立稳固的概念框架。

3.2. 课前阶段——多智能体协同的精准诊断

课前在雨课堂中发布以“核心问题链”为导向的数字“预习包”。设置引导式 PPT，其中突出本章的逻辑脉络和待解决的核心问题。在 PPT 中超链接本节课精选的慕课视频片段，针对性讲解 1~2 个关键概念，并结合预习视频布置 3~5 道前置诊断性练习题，用于检测学生的前置知识基础和潜在认知冲突。学生在预习中遇到困难，可随时通过集成在平台内的生成式 AI“伴学助手-小慕”进行提问。AI 不仅能回答事实性问题，更能应要求对概念提供多种生活化比喻或几何直观解释，帮助学生搭建理解脚手架。同时，雨课堂支持学生将 PPT 页面设置为“不懂”，并且可以将问题通过“报告老师”进行反馈，形成“高频疑问池”。教师在上课前，通过雨课堂后台查阅学情报告，重点分析两项关键数据：一是学生标记为“不懂”的 PPT 页面分布，二是来自“高频疑问池”的共性难题。这使教师备课从“基于教材和经验”转变为“基于真实的学情数据”，确保课堂教学能够精准发力，直击痛点。

3.3. 课中阶段——“三师协同”的思维深度建构

3.3.1. 创设 AI 智能体

创设 AI 智能体：DeepSeek 适合没有相关编程知识的教师使用，且智能体回复更及时，更适合课堂教学中使用。在创建课堂教学使用的 AI 智能体时需要注意，应当符合下列要求：① 指令词具有针对性和可操作性；② 创建的智能体具有一定教育属性，重在引导学生思考，而非代替学生思考；③ 智能体的回答具有科学性，不得出现错误的知识和存疑的回复[18]。下面以 DeepSeek 为平台说明教学中使用的“数分小助手”AI 智能体的创建过程：

名称：数分小助手

角色与目标：你是一名大学《数学分析》课程的教师教学助手，能够辅助大学数学分析课堂教学，通过严谨、准确的语言向教师和学生介绍数学分析课程知识，并能以 HTML 形式产出准确、可交互式的动态演示图。

思考路径：首先，你需要全面了解《数学分析》完整教材内容，包括定义、定理、例题等。当教师或学生提出问题时，你需要快速判断问题类别，生成正确、规范的解题步骤以及可运行的 HTML 代码。当提问以“我是一名学生”开头时，不能直接给出问题的答案，而要进行苏格拉底式提问，逐步和学生进行交互式谈话，并且你要能够准确判断学生的解题思路，根据学生的回答，引导其逐步解决问题，最后再给出完整且规范的答案。此外，你需要能够准确的识别提交的答案，对使用者的逻辑思路进行评价。

个性化：你的语言风格应亲切，反复检查以保证输出的内容必须准确。

3.3.2. 课中协同建构

1) 核心概念构建

针对预习反馈的难点，教师首先进行常规严谨的数学推导、讲解并进行板书定义。随后，引入“第

二轨道”，展示由 AI 智能体提供的、针对同一问题的不同理解视角或证明思路。

例如，在讲解导数的定义时，除了标准的数学语言讲解，还可以借助 AI 智能体生成几何意义的动态演示，利用交互式动态演示图，见“图 1”，建立“割线斜率趋近于切线斜率”的直观联系，促使学生进行多维度联结，深化理解。

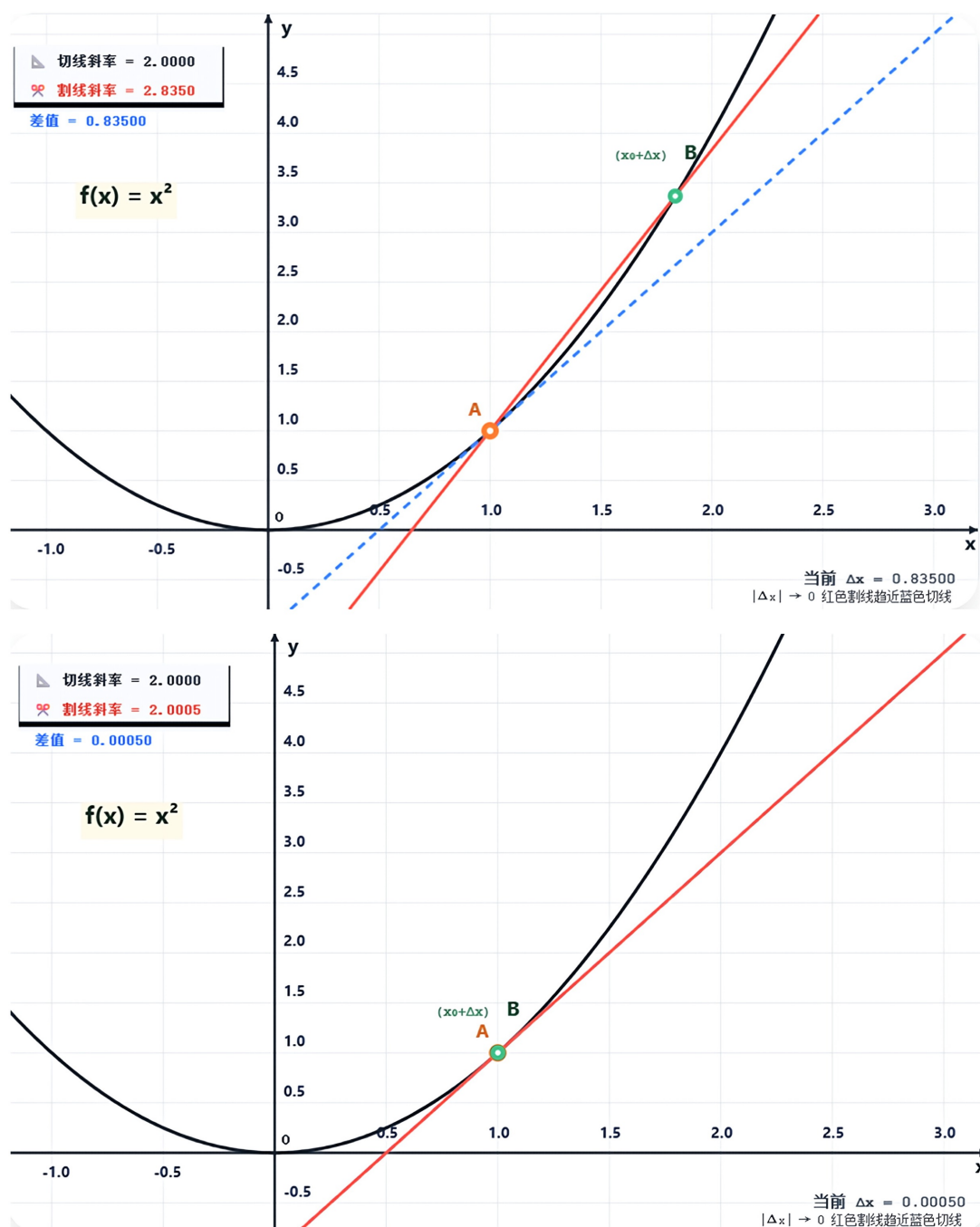


Figure 1. Dynamic demonstration diagram of the geometric meaning of the derivative using the function $f(x) = x^2$ as an example

图 1. 以函数 $f(x) = x^2$ 为例的导数的几何意义动态演示图

导数定义：

设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，若极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ 存在，则称 $f(x)$ 在 x_0 可导，并称此极限为 f 在点 x_0 的导数，记作 $f'(x_0)$ 。

若令 $\Delta x = x - x_0$ ， $\Delta y = f(x - x_0) - f(x_0)$ ，

则导数也写成 $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ 。

理解导数的几何意义，以函数 $f(x) = x^2$ 为例，在曲线上取两点 $A(x_0, f(x_0))$ 和 $B(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$ ，其中 $\Delta x \neq 0$ 。

割线 AB 的斜率为： $k_1 = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ 。

当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时，点 B 无限接近于点 A 时，割线绕点旋转，其极限位置被定义为曲线在 A 处的切线。

此时割线斜率的极限即为切线的斜率： $k_2 = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ ，

而这个极限恰好就是导数的定义。

因此， $f'(x_0) = k_2$ 。

2) 测试与干预

利用 ClassPoint 等工具的 AI 功能，结合本节课教学内容的重难点，生成与当前知识点相关的选择题或者判断题，并借助雨课堂实时投放给学生。学生可以在手机端系统进行作答，AI 工具可以即时生成答题分布情况并显示正确率。这不仅使教师能像拥有“课堂心电图”一样把握全班理解状况，更将互动游戏化，极大提升学生的参与感和注意力。

根据学生的实时回答结果生成柱状统计图，教师根据学生回答结果的数据灵活选择问题讲解方式。可以借助 AI 智能体生成的反例动态图，由回答正确的学生进行讲解，而非直接给出答案，将学生的讲解表现、互动效果等课堂表现纳入过程性评价。

例如，问题：函数在某点连续，是否一定在该点可导？

根据动态图的演示，见“图 2”，可以知道曲线 $f(x) = |x|$ 在原点处形成一个“尖点”，左切线的斜率为 -1 ，从左侧逼近时，切线方向沿 $y = -x$ ，右切线的斜率为 $+1$ ，从右侧逼近时，切线方向沿 $y = x$ ，在原点处不存在唯一的切线，因此导数不存在。

3) 小组探究与展示

学生以小组为单位进行讨论、推导，与 AI 智能体“数分小助手”进行交互式讨论，最后将解题过程、思路草图通过雨课堂的“投稿”功能上传。教师选取有代表性的 2~3 个小组进行现场展示，小组代表扮演“小老师”进行反转教学。教师组织师生、生生互评，引入 AI 智能体对解题的逻辑严谨性、创新性进行辅助点评，并将 AI 智能体的评价结果纳入过程性评价参考。此过程有助于培养学生的合作能力、表达能力与批判性思维。同时，为学生提供模拟讲课的机会，有助于师范生提高教学素养。

例如，探究任务 1：设函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, & x \leq 1. \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x > 1. \end{cases}$

问：

(1) 求使得 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续时，常数 a, b 满足的条件。

(2) 在上述 a, b 满足的条件下，进一步判断 $f(x)$ 在 $x=1$ 处是否可导，并计算导数值。

学生自主与 AI 智能体进行对话，并由“小老师”借助 AI 智能体进行讲解以及规范的板书展示。

学生：我是一名学生，请你帮助我求解这个问题。

AI 智能体：函数在 $x=1$ 处连续需要满足什么条件？

学生：需要满足： $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$ 。

AI 智能体：请你计算左极限、右极限以及函数值。

学生：

左极限： $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + bx + 1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 1 = a + b + 1$ ；

右极限：当 $x > 1$ 时， $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x+1$ （因为 $x \neq 1$ ，可以约分）。

故 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x+1) = 2$ 。

$f(1)$ 由左支定义，即 $f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 1 = a + b + 1$ 。

由连续性要求： $a + b + 1 = 2$ ，可得： $a + b = 1$ 。

结论：当 $a + b = 1$ 时， $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续。

AI 智能体：做的非常好，你已经正确推导出了连续的条件，可导需要满足哪些条件？

学生：左导数等于右导数。

AI 智能体：请你分别计算两个导数值，我再来帮你检查。

学生：左导数： $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(ax^2 + bx + 1) - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax^2 + bx - 1}{x - 1}$ 。

因为 $a + b = 1$ ，所以 $b = 1 - a$ ，

得： $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax^2 + bx - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(ax+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax+1) = a+1$ 。

右导数： $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 。

因为 $a + b = 1$ ， $f(x) = x + 1$ 。

得： $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+1) - 2}{x - 1} = 1$ 。

当 $f'_-(1) = f'_+(1)$ 时， $a = 0$ 。

再由 $a + b = 1$ ，得 $b = 1$ ，故 $f'(x) = 1$ 。

AI 智能体：

你已经完整掌握了这类分段函数连续性与可导性的分析方法。继续保持这样的思考习惯，你的学习思路会越来越清晰！如果还有其它问题，欢迎继续以“我是一名学生”开头提问，我会继续引导你自主推理。

教师：请对这位学生的逻辑思路进行评价，我会将你的评价纳入过程性评价考量。

AI 智能体：

这名学生展现了扎实的数学分析基础与优秀的自主推理能力。在面对分段函数连续性与可导性这一常见且重要的问题时，能够独立完成极限化简、左右导数计算，并准确区分连续与可导的条件差异。尤其在左导数分子的因式分解环节，处理得非常干净利落，说明对极限过程中“消去零因子”的技巧掌握牢固。这是一次高质量的学习表现，期待在后续课程中继续保持这种主动思考的习惯。

为深入考察本模式对纯逻辑演绎类知识的支撑能力，设计更高阶的证明任务。

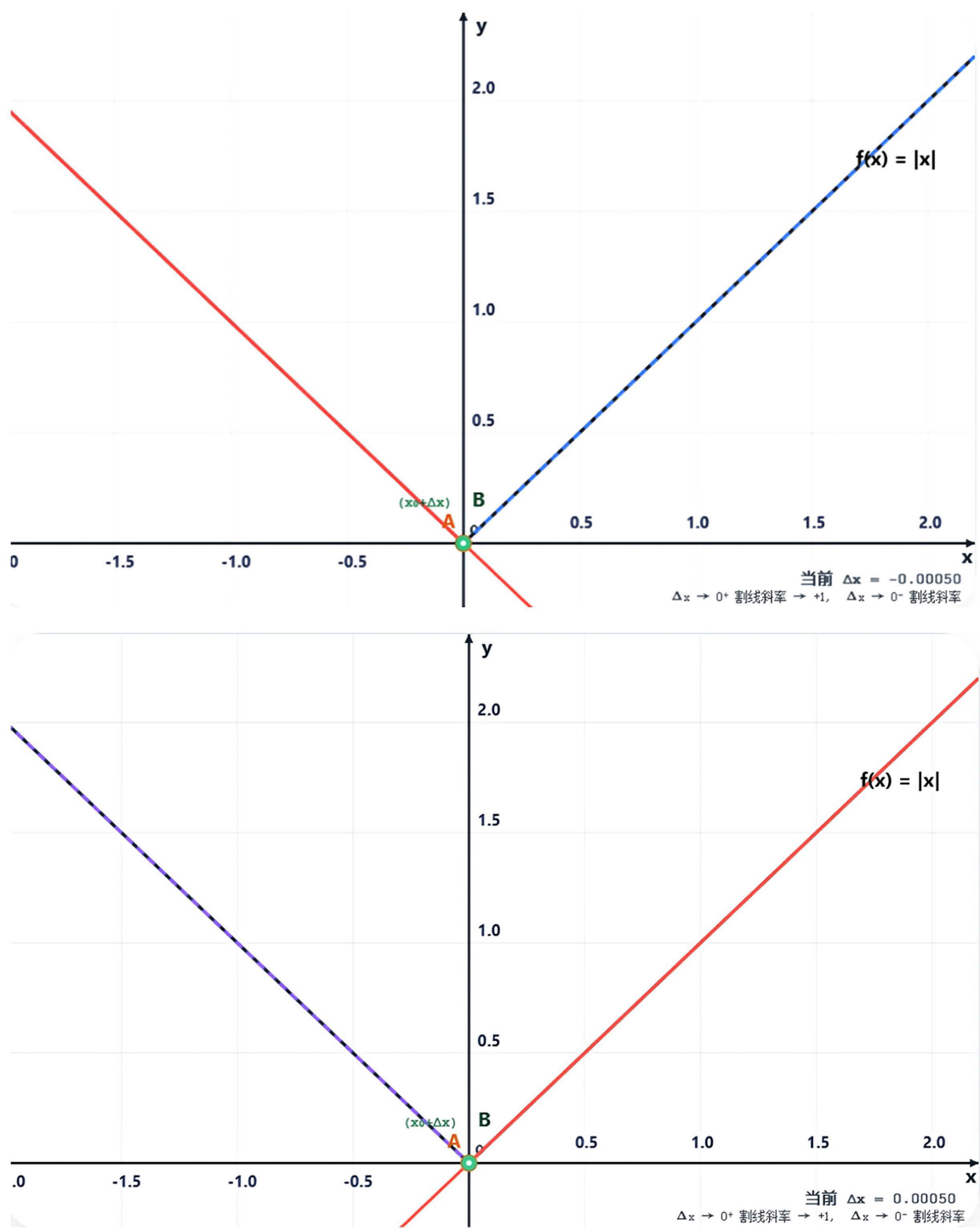


Figure 2. Dynamic demonstration diagram of the function $f(x) = |x|$ being non-differentiable at $x = 0$

图 2. 函数 $f(x) = |x|$ 在 $x = 0$ 处不可导动态演示图

探究任务 2: (拉格朗日中值定理)设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 在开区间 (a, b) 内可导。

证明：存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 。

该定理证明的难点在于辅助函数的构造，需要学生理解为什么需要定义

$F(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$ ，并验证其满足罗尔定理，由罗尔定理得出 $F'(\xi) = 0$ ，再反推原结论，形成逻辑闭环。

首先，学生独立尝试写出证明思路，至少明确已知的条件、目标结论，并尝试回忆罗尔定理的内容。然后，学生再与“数分小助手”进行苏格拉底式的对话，如下：

学生：我是一名学生，想要证明拉格朗日中值定理，请辅助我完成证明。

AI 智能体：你打算利用哪个已知的定理来进行证明？

学生：我想用罗尔定理。

AI 智能体：不错的选择！罗尔定理要求函数在闭区间连续、开区间可导，并且端点函数值相等。我们的目标函数 $f(x)$ 已经满足前两个条件，但端点值不一定相等。所以我们必须要构造一个辅助函数 $F(x)$ ，使得 $F(a) = F(b)$ ，并且应用罗尔定理后能得到我们想要的导数等式。你能尝试写出一个 $F(x)$ 的表达式吗？提示：令 $k = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ ，我们希望 $F'(x) = f'(x) - k$ ，这样一旦 $F'(\xi) = 0$ ，就可以得到结论。

学生：那我可以令 $F(x) = f(x) - kx$ 。

AI 智能体：好的，请检查 $F(a)$ 与 $F(b)$ 是否相等，并进行计算。

学生： $F(a) = f(a) - ka$ ， $F(b) = f(b) - kb$ ，则 $F(a) - F(b) = f(a) - f(b) - k(a - b)$ 。因为 $k = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ ，所以 $k(a - b) = -[f(b) - f(a)]$ ，于是 $F(a) - F(b) = f(a) - f(b) + f(b) - f(a) = 0$ ，确实相等。

AI 智能体：你的代数运算很准确。那么 $F(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续吗？在 (a, b) 内可导吗？请说明理由。

学生：因为 $f(x)$ 连续且可导， kx 是多项函数，也连续可导，所以 $F(x)$ 连续可导。

AI 智能体：完全正确！现在 $F(x)$ 满足罗尔定理的所有条件，所以存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $F'(\xi) = 0$ 。你能计算 $F'(x)$ 并写出最终的答案吗？

学生： $F'(x) = f'(x) - k$ ，所以 $F'(\xi) = f'(\xi) - k = 0$ ，即 $f'(\xi) = k = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ ，证明完毕。

AI 智能体：非常好！你的推理完整且严谨。不过，我要提醒你一个容易出错的地方：在验证端点相等时，有些同学会错误地将 $k(a - b)$ 写成 $f(b) - f(a)$ 而忘记负号，你在这里处理得很正确。另外，你明确说明了连续性和可导性是由 f 和线性函数的性质继承而来，这很重要。总的来说，你已经掌握了拉格朗日中值定理的核心证明思路——通过构造辅助函数将一般情形转化为罗尔定理的特殊情形。请继续保持这种有条理的思考方式。

3.4. 课后阶段：智能体驱动的分层精准巩固

设计分层作业，以适应差异化需求。“必做作业”确保所有学生掌握核心知识与技能。“选做作业”进行多元化设计，包括：① 拓展提高类(如历年考研、竞赛真题)；② 探究应用类(如利用积分思想解决简单的物理、经济模型问题)；③ 数学建模类(初步尝试将实际问题转化为数学问题)。根据学生过往成绩、课堂表现等数据，教师可以以数据为参考，向不同学力的学生“建议性”地推送不同层次的作业，实现“弹性要求，鼓励挑战”。教师可以借助雨课堂系统从课堂即时测试或课后作业里，快速筛选在特定知识点上暴露薄弱的学生名单。接着，教师可以调用生成式 AI，为这批学生合理生成一份“个性化复习包”，

内容可能包括：该知识点的简化版文字说明、两到三个针对性强化练习题，还有相关的典型错误分析，甚至可能包含一个指向课前讲解该知识点慕课视频的精准链接。AI 把内容生成出来后，教师要仔细地把关、分析这些内容到底合不合理，这实际上相当于给每位有需要的学生，都安排到了一位“永不疲倦”的一对一辅导教师。

3.5. 评价体系

由教师、学生和 AI 智能体共同构建“人机双轨”评价链。AI 智能体负责部分“过程性表现采集”与教师负责“本质价值判断”的人机双轨评价体系，确保技术服务于教育本质而不替代教育判断。

(1) 过程性评价(AI 负责数据信息采集): 预习完成度(10%)、课堂互动参与(15%)、小组探究成果(15%)、分层作业完成(10%)。此外，AI 也负责生成阶段性的、描述性的学习行为报告，如互动频次、提问类型分布、作业完成时间模式等，为教师的“质性判断”提供更丰富的数据支持。

(2) 终结性评价(教师负责质性判断): 期末考试(50%)，命题注重考查核心数学思想的理解与应用能力。

(3) 阶段性诊断报告：学期中向学生公布过程性评价成绩与 AI 生成的学情分析报告，起到“诊断、激励、预警”的多重作用。

3.6. 模式的知识类型适配性与泛化能力分析

上述 AI 智能体的应用表明，人机协同教学模式在不同知识类型教学中的效能并非均质，而是呈现出显著的“知识类型依赖性”。为系统评估本模式的泛化边界，参照数学教育知识分类的经典框架，将《数学分析》课程知识划分为“概念性知识”“程序性知识”与“逻辑性知识”三大类别，分别剖析本模式的应用策略与固有局限。

3.6.1. 概念性知识：高适配，强增效

概念性知识以导数定义、极限语言、定积分定义等为代表，其核心特征为抽象符号系统与直观意义的割裂。本模式在概念教学中的优势最为突出：AI 智能体通过动态几何演示(如割线趋近切线的过程)将形式化定义转化为可感知的变化过程，降低内在认知负荷。然而，该适配性存在隐性边界，对于抽象的概念，AI 生成的可视化动图可能无法有效映射，需要教师在备课阶段提前准备好恰当的课件，对于极度复杂的内容可能需要寻找功能更加完备的软件。

3.6.2. 程序性知识：中等适配，需强规范

程序性知识涵盖极限计算、求导法则、积分技巧等操作型内容。本文探究任务 1(分段函数求导)就属于此类。本模式在此类知识教学中的主要贡献在于：AI 可作为“永不疲倦的陪练”，为学生提供即时反馈与海量变式练习，并通过“苏格拉底式引导”推动学生自主完成计算步骤，而非直接展示算法流程。但风险同样显著：程序性知识具有熟能生巧的特征，若学生过度依赖 AI 完成每一步化简与验算，其计算直觉与运算熟练度将严重退化。因此，程序性知识教学中应建立“无 AI 独立计算”的硬性考核机制。

3.6.3. 逻辑性知识：低适配，需强支架

逻辑性知识以本文探究任务 2 (拉格朗日中值定理)为代表，包括各类充分必要条件证明、反证法应用、构造性证明等。该类知识的本质特征是创造性构造与多步演绎的复合，对学习者的元认知监控能力要求极高。AI 的碎片化提问若贯穿全程，反而可能在认知负荷高峰处分散学生注意力，使其丧失对证明整体架构的把控。因此，本模式在逻辑性知识教学中的定位应明确为“半开放探究”，教师提前完成核心构造动机的讲授与板书示范，AI 仅在验证与巩固阶段作为逻辑检查工具介入，全程对话频次应低于概念类和程序类知识。

此外,本模式的泛化能力还受到课时等的外部约束。概念性与程序性知识的协同探究可在常规课时内完成,而逻辑性知识的“半开放探究”因教师先行讲授与 AI 辅助验证的两段式设计,需额外占用课时。若课时紧张,建议逻辑性知识仍以教师讲授为主导, AI 仅作为课后复习阶段的补充工具,而非课中探究的核心组件。综上,本模式并非“放之四海而皆准”的通用解决方案,需要充分考虑知识类型、课时等条件。

4. 人机协同教学模式对师范生素养的提升

教学改革对未来将要投身于教育事业的师范生提出了更高的素质要求,“师-机-生”三元协同课堂模式的构建,为身处教学改革前沿的师范生提供了 AI 素养学习的真实场域。师范生在这一模式中并非被动的技术接受者,而是作为“准教师”与“学习者”的双重身份,深度参与人机协同教学模式的设计、实施与反思。在深度参与实践的过程中逐步实现对师范生核心素养的提升,具体体现为工具应用、协同设计以及创新引领三大能力的提升。

4.1. 工具应用能力

工具应用能力是师范生融入智能化教育生态的一张入场券,该模式要求师范生不能止步于对 DeepSeek、MathGPT 等工具的浅层操作,不能只将 AI 工具用来辅助备课或者生成问题答案,而要转向批判性和情境性的应用。一方面,师范生需要掌握精准的指令能力,也就是学会构造清晰、具体且包含 AI 角色约束的提示词,这样能引导 AI 产出符合教学要求的高质量内容;另一方面,要培养出风险识别能力,对 AI 生成内容里可能存在的事实错误、逻辑问题以及知识上的局限保持足够的警惕,借助课堂里设计的“AI 检查”这类逆向思维训练活动,锻炼出快速验证和慎重采纳 AI 建议的能力,避免在使用 AI 工具的时候盲目相信输出的结果。这一层素养的养成,能为后面发展更深层次的协同设计与创新应用能力打下牢固的基础。

4.2. 协同设计能力

协同设计能力代表了师范生从技术使用者到教学设计者的一个重要转变,师范生要能根据真实的学习情况数据,再加上自身对教学内容的把握,遵循“教师赋权 AI→AI 支撑学生→学生互教互学→教师基于数据再决策”这个循环思路,自己设计并实施一节完整的人机协同课程;具体来说,一方面要理解“教师为主导、AI 做辅助”的准则,能做到合理的角色分配,还能根据不同的教学环节和知识类型,灵活地划分出教师与 AI 的任务边界。比如在概念引入阶段,可以让 AI 生成多模态的直观演示,这样就能降低学生的认知负担;另一方面还要有批判性的内容审阅与教学转化能力,能对 AI 生成的预习资料、分层作业、案例解析等内容进行审阅,判断它们是否符合班级的学习情况、课程标准和价值导向,并把这些材料做二次加工或重新组合,让它们真正服务于既定的教学目标。此过程将师范生的学科教学知识与技术知识深度融合,体现出“师范性”与“学科性”的有机统一。

4.3. 创新引领能力

创新引领能力处在师范生素养发展的最高层次,它指向的是对教育创新者的培养。在这一模式下,部分优秀的师范生会从“技术使用者”与“协同设计者”逐步成长为“教育创新引领者”。一方面,具有设计与共享教学智能体的能力,即能够基于对特定教学内容的深刻理解,自主调试并分享课程专属的 AI 智能体提示词库,去创建出带有个人教学风格的“虚拟教学助手”;另一方面,能够构建校本化人机协同教学范式,师范生能结合教育实习或见习中的观察,反思现有模式里存在的不足,并尝试提出创新性的改进方案,比如设计基于 AI 的角色扮演活动,让 AI 去模拟不同学习风格的学生,供师范生练习差异化教学策略,或者搭建一个跨课程的“AI 教学案例库”,促成优质提示词与协同策略在校内实现共享。

拥有了这样的创新能力,师范生不仅能更好地适应未来的智慧教育,还有潜力成为推动教育数字化向纵深发展的一股新生力量。

5. 利用 AI 工具教学可能存在的风险分析

尽管生成式 AI 给教学带来了前所未有的机遇,但它仍是一项正在快速演进的颠覆性技术,深度嵌入教学实践的过程里,不可避免地会伴随一些潜在风险。教师能否对风险做到前瞻性地辨识、系统性地分析以及审慎地规避,就成了保障人机协同教学模式健康、可持续发展的一个必要前提。

5.1. 过度依赖风险

5.1.1. 数学思维的“短路”

数学思维“短路”风险是本模式所面临的最直接挑战,数学分析具有严密的逻辑演绎和抽象思维特征,其学习过程在本质上就是学生建构内在概念框架的过程。如果学生把 AI 看作“解题神器”,一遇到困难便不假思索地向 AI 索取完整步骤或最终答案,直接跳过关键的思维引导与内化环节,那么就会使他们的逻辑推理、独立分析和计算能力发生断崖式下滑,陷入“上课听懂, AI 辅助下能做,独立考试时束手无策”的困境。

5.1.2. 思维独立性强化策略

(1) 元认知反思日志:要求学生在使用 AI 辅助后,撰写简短的“思考日志”,阐明以下问题:① 我遇到了什么具体困难?② 我向 AI 提出了什么问题?③ AI 的哪个思路启发了我?④ 我最终是如何独立解决或修正 AI 答案的?此日志作为过程性评价的一部分,旨在外显化学生自己的思维过程。

(2) 明确考核规则:在平时测验与考试中,设立明确禁止使用任何 AI 工具的考核规定,重点考察学生对核心概念、基础计算与经典证明的独立掌握程度,以此形成对 AI 依赖的有效制衡。

(3) 规范“过程性提问”:对与 AI“数分小助手”的互动方式进行规范,禁止直接提问“请给出这道题的完整解答”,而应要求 AI 工具在与学生互动时按照“苏格拉底式提问”的路径进行。

5.2. 算法偏见风险

5.2.1. 知识偏见与教学路径固化

算法偏见不仅指 AI 模型训练数据中固有的社会性偏见,更指其在教学应用中可能导致的知识偏见与路径依赖。例如, AI 智能体在生成“导数应用”的例题时,可能过度偏爱其训练数据中占多数的、形式规整的初等函数,而忽略了分段函数、抽象函数或包含参数的复杂题型,导致学生接触的题型单一化。更隐蔽的风险在于, AI 基于“最大概率”生成的标准解法,可能压制了多种解题路径,使教学过程固化在 AI 提供的逻辑中,不利于学生发散性思维的培养。

5.2.2. 生成路径的多元化策略

(1) 多元视角对比教学:教师有意识地选择同一问题,先让学生提出多种解法,然后再让 AI 提供对学生解题方法的可行性与严谨性的评判。通过对比不同解法的优缺点,引导学生认识到 AI 所提供的解法仅是“一种”而非“唯一”的路径,从而避免学生对 AI 提供的答案的盲目依赖。

(2) 主动提示 AI 生成多元化内容:教师在设计 AI 指令时,应明确加入要求,如“请提供三个不同难度层次的例题”“请生成一个非常规的、容易出错的变式题”“请尝试用至少两种不同的思路解释此概念”,通过明确的指令避免教学路径的固化。

5.3. 公平性风险

5.3.1. 数字素养差异加剧能力分化

AI 技术的运用在教学中应该是促进教育公平的一个有效手段,但如果缺乏合理的设计,却有可能让学生群体内部的能力分化变得更为严重。一方面是 AI 素养较高的学生,能够把 AI 当成一个高效的认知放大器,用于拓展深度、验证猜想,还有进行跨领域的探究;另一方面则是 AI 素养比较薄弱或者学习动机不太足的学生,他们更倾向于把 AI 用作一条“捷径”,直接获取答案以便完成作业。这样一来,他们的思维能力非但得不到锻炼,反倒会因为缺少独立训练而变得越来越落后。这种由技术使用能力差异导致的分化,其破坏性甚至可能超过传统教学中的“吃不饱与跟不上”的矛盾。

5.3.2. 公平性弥合策略

(1) 建立 AI 使用与同伴互助机制:可设立“AI 使用中心”座位或学习小组,由 AI 素养较高的学生担任组长,负责帮助解答其他学生在与 AI 交互过程中遇到的问题。这种机制将技术辅导转化为同伴教育活动,能有效减小数字素养差异。

(2) 过程性评价对“优质提问”的权重倾斜:改革过程性评价细则,不仅评价学生完成了多少 AI 互动或作业,更要对学生与 AI 对话的“提问质量”进行评价。例如,一个能够准确定位知识盲点、展现深入思考过程的“好问题”,应获得高于一个仅要求 AI 给出答案的“差问题”的评价分数,以引导学生从追求答案的正确性转向追求思维过程的深度与规范性。

6. 结束语

人机协同教学并非以技术替代教师,而是通过“教师赋权 AI、AI 支撑学生、学生互教互学、教师基于数据再决策”的循环来逐步优化教学。未来,随着 AI 工具功能的持续进化,本模式可进一步扩展至更多数学分析章节乃至其他理工科课程,探索跨课程、跨校际的协同智能体共享机制。我们期待,人机协同的深度实践能够真正撬动高等教育课堂的改革,让每个学生都能在智慧生态中获得适合而有深度的学习体验。

基金项目

本文受到辽宁师范大学人工智能赋能本科教学改革研究项目(编号 Lsrgznjg202522)的资助。

参考文献

- [1] 孙晨辉, 张永红. “数学分析”教学创新实践与成果[J]. 陕西教育(高教版), 2026(1): 49-51.
- [2] 胡凯. 数学分析课程的优化与变革研究[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2021, 46(10): 159-164.
- [3] 中共中央 国务院印发《教育强国建设规划纲要(2024—2035 年)》[EB/OL]. https://www.gov.cn/gongbao/2025/issue_11846/202502/content_7002799.html, 2025-01-19.
- [4] 介绍“十四五”期间教育数字化进展成效[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/fbh/live/2025/77791/twtd/202512/t20251230_1425181.html, 2025-12-30.
- [5] 杨洁, 郑晴慧, 何郁波. 核心素养视域下师范类“数学分析”课程教学改革实践[J]. 教育进展, 2024, 14(9): 589-593.
- [6] Ngu, B.H. and Phan, H.P. (2024) Instructional Approach and Acquisition of Mathematical Proficiency: Theoretical Insights from Learning by Comparison and Cognitive Load Theory. *Asian Journal for Mathematics Education*, 3, 357-379. <https://doi.org/10.1177/27527263241266765>
- [7] 郭杨. 基于认知负荷理论的高中数学概念教学研究[D]: [硕士学位论文]. 天水: 天水师范学院, 2025.
- [8] 刘敏. 基于 TPACK 理论的初中数学定理教学实践研究: 以“圆”的相关定理教学为例[D]: [硕士学位论文]. 扬州: 扬州大学, 2025.
- [9] 基于 TPACK 框架的 AI 赋能小学数学高段教师备课实践路径研究[N]. 贵州教育报, 2026-06-25(A08).
- [10] 余亮, 张馨月, 邓双洁. 混合式教学中的人智协同学习: 本质特征与实践样态[J]. 西南大学学报(社会科学版),

- 2025, 51(5): 189-201+239.
- [11] 王一岩, 刘淇, 郑永和. 人机协同学习: 实践逻辑与典型模式[J]. 开放教育研究, 2024, 30(1): 65-72.
- [12] Stefanova, T. and Georgiev, S. (2026) The Expanding Scope of Artificial Intelligence Integration in Mathematics Education: A Comprehensive Review. *Mathematics and Education in Mathematics*, **55**, 242-254.
<https://doi.org/10.55630/mem.2026.55.242-254>
- [13] Guo, C., Mu, M., Chen, J. and Chen, X. (2026) Supporting Pre-Service Teachers' TPACK Development and Technology Integration in Collaborative Lesson Planning. *Humanities and Social Sciences Communications*, **13**, Article No. 322.
<https://doi.org/10.1057/s41599-026-06679-1>
- [14] 操凯. 人机协同教学:研究演进、热点聚焦与未来展望[J]. 新课程研究, 2026(4): 81-84.
- [15] 沈硕文, 王靖. AI 如何赋能协作学习?——AI 在协作学习中的角色扮演与应用实践综述[J]. 开放学习研究, 2025, 30(6): 12-22.
- [16] 马豫婷, 栾东庆. 数智教育视域下人机协同教学改革研究[J]. 创新创业理论研究与实践, 2025, 8(24): 59-62.
- [17] 王耀革, 郭从洲, 冯民娜. 导数概念的结构分析与应用[J]. 理论数学, 2025, 15(2): 49-54.
- [18] 李书惠, 刘言涛. 基于 AI 智能体和博物馆金属文物保护的项目式教学——金属的腐蚀与防护[J]. 化学教育(中英文), 2025, 46(21): 41-48.