

从“看得见”到“想得深”

——可视化教具在中学数学深度思维培养中的实践与反思

王婉晴, 吴雨乐*, 张悦, 方圆, 姚慧子

宿州学院数学与统计学院, 安徽 宿州

收稿日期: 2026年7月5日; 录用日期: 2026年8月6日; 发布日期: 2026年8月12日

摘要

教具在中学数学教学中常沦为知识的直观注脚, 止步于“看得见”的浅层演示, 未能有效触及“想得深”的思维内核。本文提出, 教具应用的真正价值在于架设从直观感知到抽象思维的桥梁, 并提炼出“验证演示-探究发现-解释建模”三重递进的应用境界。通过勾股定理、函数图像与几何截面等案例, 详细阐述如何借助教具驱动学生经历数学抽象、逻辑推理与模型建构等深度思维过程, 同时剖析了实践中“热闹而无深度”的异化现象, 并提出相应改进策略。反思指出, 教具效能的发挥最终取决于教师能否以深刻的问题链引导思维爬坡, 实现“用具”到“用理”的跃迁。

关键词

中学数学, 可视化教具, 深度思维, 数学抽象, 教学策略

From “Seeing” to “Deep Thinking”

—Practice and Reflection on Visual Teaching Aids for Fostering Deep Mathematical Thinking in Middle School

Wanqing Wang, Yule Wu*, Yue Zhang, Yuan Fang, Huizi Yao

School of Mathematics and Statistics, Suzhou University, Suzhou Anhui

Received: July 5, 2026; accepted: August 6, 2026; published: August 12, 2026

Abstract

Teaching aids in middle school mathematics instruction often serve merely as intuitive footnotes to knowledge, stopping at superficial demonstrations of “seeing” without effectively reaching the core of “deep thinking” in mathematical cognition. This paper argues that the true value of using teaching

*通讯作者。

aids lies in building a bridge from perceptual intuition to abstract thinking, and proposes three progressive levels of application: verification-demonstration, inquiry-discovery, and explanatory modeling. Through case studies including the Pythagorean theorem, function graphs, and geometric cross-sections, the paper elaborates on how teaching aids can drive students through deep thinking processes such as mathematical abstraction, logical reasoning, and model construction. Meanwhile, it analyzes the alienation phenomenon of 'lively but shallow' practice and suggests corresponding improvement strategies. The reflection indicates that the effectiveness of teaching aids ultimately depends on whether teachers can guide students to ascend in thinking through profound chains of questioning, achieving a transition from "using tools" to "using principles".

Keywords

Middle School Mathematics, Visual Teaching Aids, Deep Thinking, Mathematical Abstraction, Teaching Strategies

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

直观教具在数学教育中历史悠久,从古代的算筹到现代的几何画板、3D 打印模型,其形态不断演变。然而,一种普遍的误解是,教具的价值仅在于其“直观性”,即帮助学生“看清”抽象的数学概念。这导致实践中教具常被异化为知识的“直观注脚”:教师快速演示,学生被动观看,教学止步于“看到了”的浅层体验。教师应意识到,在空间思维、逻辑思维与创新思维三大核心素养的培育中,自制教具凭借其低成本、强互动、深体验的特性,能引导学生经历完整思维训练闭环,使数学思维在动手实践中自然生发[1]。

这种浅层应用,忽略了教具更根本的“发展性”价值——作为学生思维发展的“脚手架”。真正的教育价值,不在于“展示”知识,而在于“驱动”学生的思维。它应成为一座桥梁,一端连接着具体可感的数学现象,另一端则通向抽象深邃的数学思维。随着新课程改革的不断深入,已有的教育技术和教具已不能满足现实的需要,新教具的生产配备又需要一定的周期。而自制教具学具的出现,不仅解决了教育资源匮乏的问题,还为教师和学生提供了一个创新教学和学习的平台[2]。本文主张,通过将抽象数学概念转化为可操作、可感知的具体活动,以帮助学生建立数概念,提升解决实际生活问题的能力[3] [4]。数学教具的应用应完成从“演示工具”到“思维工具”的范式转换,其核心目标是促进学生经历数学抽象、逻辑推理和数学建模等深度思维过程,实现从“看得见”到“想得深”的跃迁。

建构主义学习理论强调,知识由个体在与社会环境互动中主动建构。杜威的“做中学”与弗赖登塔[5]的“数学化”思想均主张通过操作与反思,让学生经历从现实情境到数学结构再回到现实应用的完整过程。这一过程恰是深度思维发生之地。

教具研究领域,早期侧重教具类型与制作,后来转向认知功能。有研究发现,使用虚拟教具进行探究学习,学生在程序性知识上表现更佳,但在概念性理解上有时尚存争议。国内学者提出“学具的三重功能”,但多局限于演示与验证。虽然教具对高阶思维的发展有一定的影响,但系统实证证据匮乏,尤其缺乏将教具应用与可测量的思维层级直接挂钩的研究。本研究旨在填补这一空白,通过实验验证“三重境界”教具教学对深度思维的促进作用。

2. 问题提出

2.1. 教具应用的现实困境

直观教具从实物模型到动态几何软件,已被广泛用于几何、函数等内容的教学。然而,大量课堂观察表明,教具时常沦为“直观注脚”:教师快速演示,学生被动观看,思维活动止于“看到了”的浅层体验。这种“演示主义”取向忽略了教具作为思维发展中介的潜能,造成“动手”与“动脑”的分离。

2.2. 核心概念界定:“深度思维”的操作性定义

深度思维并非一个不言自明的日常概念,在学术研究中,若缺乏明确的操作性界定,则难以进行有效的测量与评价。当前教学实践中,教师常凭经验判断学生“思考是否深入”,但这种模糊的直觉无法支撑严谨的实证研究。因此,本研究必须为“深度思维”确立清晰的理论边界和可观测的行为指标。

在教育心理学领域,布鲁姆认知目标分类学及其修订版[6]是界定思维层次的经典框架。安德森和克拉斯沃尔将认知过程由低到高分记忆、理解、应用、分析、评价、创造六个层次,其中分析、评价、创造被视为高阶思维的核心成分,代表了超越简单回忆与机械套用的深层认知加工。这一划分与数学学科的内在要求高度契合:数学学习不满足于记住公式和定理,而要求学生能够剖析数学结构、评判推理路径、构建新的数学模型。基于此,本研究将“深度思维”操作化为以下三个递进层级:

- 分析层:指将数学对象分解为构成要素,辨别各要素之间的关系及组织原理。在数学学科中,分析不仅表现为分解几何图形或函数表达式,更体现为从具体情境中识别出隐藏的数学结构。例如,学生从拼图操作中观察面积关系,区分哪些特征是本质的(边长对应关系)、哪些是偶然的(颜色、材质),进而用符号语言将这种关系表述为代数等式。分析层级的思维活动,是数学抽象素养发生的基础。
- 评价层:指基于一定的准则和标准对数学对象作出判断。这里的准则既包括数学内部的逻辑准则(如严谨性、一致性、简洁性),也包括数学外部的实践准则(如模型的拟合度、适用性)。当学生比较勾股定理的多种证明方法并指出孰优孰劣时,或当学生质疑同伴的推理链是否存在漏洞时,他们进行的正是评价层级的思维活动。这一层级直接对应于逻辑推理素养中“论证与评价”的能力要求。
- 创造层:指将分散的要素重新组织,形成新的、连贯的模式或结构。在数学学习中,创造的典型表现是提出有价值的数学猜想、设计验证方案,以及针对现实问题建构新的数学模型。例如,学生通过摆弄几何体发现截面形状变化的规律,提出“所有截面都是多边形”的猜想并设法用教具验证;又如,面对一个非标准的优化问题,学生自行建立函数模型并利用动态几何软件模拟求解。这些活动不仅调用分析能力,更要求综合运用抽象、推理与建模,是数学核心素养的最高体现。

3. 研究设计

3.1. 研究方法与对象

选取安徽省宿州市某中学八年级两个平行班,随机指定一班为实验班,一班为对照班。实验前两班最近一次大考数学平均分无显著差异,任课教师教学经验相当。

3.2. 研究工具

课堂观察量表:记录学生操作教具时的思维外显行为,如“主动提出解释”“质疑他人方案”“独立构造模型”等。

学生访谈提纲:在实验后随机选取6名学生进行半结构化访谈,了解其思维过程变化。

干预持续 10 周。对照班采用传统教具教学：教师演示→学生观察→模仿练习。实验班则严格实施“三重境界”教具教学(详见图 1)。两班教学进度、练习量保持一致，均由同一教师执教以控制变量。

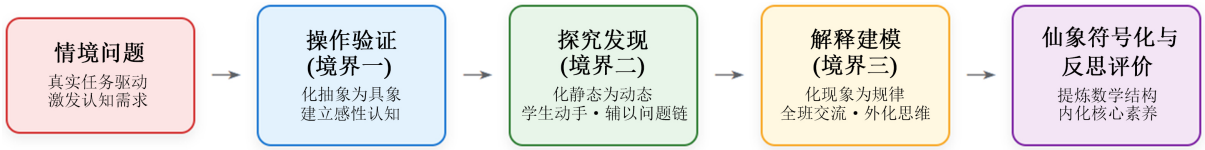


Figure 1. Teaching process of the experimental class “Three Levels of Understanding”

图 1. 实验班“三重境界”教学流程

4. 干预设计：指向深度思维的“三重境界”教学框架

4.1. 境界一：验证演示——化抽象为具象

学生通过实物或动态软件初步感知概念，如利用圆柱模型认识截面形状。本境界目标在于激活感性认知，为深度思维提供素材，本身不直接引发高阶思维。

4.2. 境界二：探究发现——化静态为动态

学生利用可操作的教具主动探索规律。以勾股定理为例，每人发放一套磁力正方形拼片，任务为：“请用两个小正方形拼片铺满大正方形，并用量角器检验直角三角形。”学生在拼凑中发现面积关系，此时教师嵌入问题链：“你发现了什么规律？你能用字母表达吗？”此阶段驱动分析与归纳思维。

4.3. 境界三：解释建模——化现象为规律

学生运用教具解释现象、构建模型并外化思维。以二次函数建模为例：设定“篱笆围花圃”问题，学生用动态几何软件建立变量间的关系模型，追踪面积随边长变化的轨迹。学生需解释为什么顶点处面积最大，并结合实际问题评价模型的适用性(定义域限制)。此阶段指向评价与创造思维，以及数学建模素养。

5. 研究结果与分析

5.1. 课堂观察分析

课堂观察显示，实验班“主动解释”(每课时平均 7.2 次)、“质疑评价”(3.5 次)和“构造模型”(2.8 次)的频率显著高于对照班(分别为 2.1 次、0.8 次、0.3 次)。进一步分析课堂录像发现，实验班在“解释建模”环节出现了复杂的思维互动。以“三视图”探究任务为例，一组学生先用立方体块搭出满足给定三视图的几何体，随后自发提出了“最少需要多少个小立方块”的猜想。他们不再满足于简单搭建，而是激烈争论、反复尝试减少方块数量，并用教具即时验证想法。过程中频繁出现“如果移动这个块，左视图会变吗”“这样是不是最少的”等讨论，最终小组自行总结出寻找最少方块的优化策略。这一行为同时涉及对空间关系的分析、对不同方案的比较评价，以及提出猜想并验证的创造过程，与深度思维的操作性指标高度吻合。而对照班在完成相同内容时，操作仅限于按教师演示拼搭，全程未出现此类自主探究行为。

5.2. 访谈质性分析

访谈结果进一步印证了上述变化。实验班学生普遍表示：“以前觉得就是看模型，现在要用它来说理，脑子要转好几个弯”“做了模型后，我更能理解为什么公式是这样”。另有学生谈到对证明方法的转变：“我现在会想几种证明方法，比较哪个更简洁，而不是只记一种。”一位平时成绩中等的学生反

馈：“同学说他的方法更快，但我发现他忽略了定义域，我给他指出来了。”这表明学生已开始形成基于数学准则的评价意识。还有学生提到：“虽然我有时做错，但我现在会先想想为什么错，再摆弄一下模型，好像就明白了。”对照班学生则多反应“看着挺清楚，但自己一做题又不会了”，缺少对思维过程的主动反思。

6. 讨论与反思

6.1. 教具促进深度思维的机制

研究证实，三重境界教学不是单纯增加操作时间，而是通过“情境任务－问题链－外化解释”的结构，强制将思维卷入分析、评价与创造。境界二探究发现激活了归纳与分析，境界三解释建模则要求评价与创造。教具在此充当了“认知抓痕器”，使内隐的思维过程得以外显、讨论和修正。

6.2. 防止“浅层化”陷阱的实践反思

实验过程中，也曾出现“操作有余、思维不足”的偏向。个别课时学生忙于摆弄教具，但忽略对规律的深入探讨。经教研调整，在问题链中加入“你如何证明你的发现？”“还有其他可能吗？”等评优式追问，明显提升了思维深度。此外，虚拟教具过多会削弱学生的空间想象力，因此我们在初始阶段坚持先实物操作后软件模拟，先静态想象后动态验证。这些经验与数据相互印证，成为可推广的实践策略。

6.3. 研究局限与展望

本研究样本量偏小，未开展长周期延迟后测，无法评估长期效果。未来可拓展至不同年级与内容领域，并结合眼动追踪等工具进一步揭示思维过程的微观机制。

7. 结束语

数学教具，如同一面镜子，其反射的深度，取决于我们如何安置它。若仅用于反射知识的外观，教学便流于肤浅；若能将其变为一面“透视镜”，让学生透过现象，窥见知识背后深邃的思维结构与思想方法，那么教具便焕发出发展性的光芒。从“看得见”的动手，到“想得深”的动脑，这中间的桥梁，正是教师精心设计的深刻问题与活动。唯有如此，我们才能真正帮助学生实现从“用具”到“用理”的飞跃，让数学的核心素养在课堂上落地生根。

基金项目

宿州学院校级课程思政建设研究项目(szxy2024ksjy12)、宿州学院“AI＋教育”课程项目(szxy2025aijy06)、安徽省高等学校省级质量工程项目(互联网＋时代高等数学线上教学建设研究与实践)(2023jyxm0770)、(受)高等学校大学数学教学研究与发展中心项目(CMC20240630)资助成果、大中小课程思政一体化示范课程(szxy2025kcsz01)。

参考文献

- [1] 赵蓓蓓. 自制教具, 培养数学思维[J]. 聪明快车, 2026(1): 34-35.
- [2] 孙桂君, 赵彪. 自制教具学具撬动数学课堂的实践策略[J]. 安徽教育科研, 2024(32): 60-62.
- [3] 林萃连. 培智生活数学“数与量”教具应用策略[J]. 当代家庭教育, 2026(2): 80-82.
- [4] 李倩. 数学教具学具运用缺失原因与改变路径研讨[J]. 天津教育, 2025(25): 112-114.
- [5] 弗赖登塔尔. 作为教育任务的数学[M]. 上海: 上海教育出版社, 1995.
- [6] 安德森等. 布卢姆教育目标分类学修订版[M]. 北京: 外语教学与研究出版社, 2009.