

核心素养导向下数学问题解决教学设计与思考 ——以“一次函数的应用”为例

徐松莹

吉林师范大学数学学院, 吉林 四平

收稿日期: 2026年7月2日; 录用日期: 2026年7月30日; 发布日期: 2026年8月6日

摘 要

核心素养是初中数学教学的核心育人目标, 问题解决教学是落实素养培育、衔接数学知识与生活实际的重要路径。以初中数学“一次函数的应用”为例, 通过创设真实的问题情境, 引导学生经历“发现问题 - 分析问题 - 解决问题 - 反思提升”的完整问题解决过程, 激发学生对数学学习的热情, 感受实际生活中的数学, 全面发展学生的数学核心素养。

关键词

核心素养, 数学问题解决教学, 一次函数的应用, 数学建模, 问题式学习

Design and Reflections on Mathematical Problem-Solving Instruction Guided by Core Competencies

—Taking the “Applications of Linear Functions” as an Exam

Songying Xu

College of Mathematics, Jilin Normal University, Siping Jilin

Received: July 2, 2026; accepted: July 30, 2026; published: August 6, 2026

Abstract

Core competencies are recognized as the central educational objective in junior high school mathematics instruction. Meanwhile, problem-based teaching is widely regarded as a vital approach for fostering these competencies, as well as for bridging the gap between mathematical knowledge and

real-world applications. Taking the application of linear functions in junior high school mathematics as an example, authentic problem contexts are designed to guide students through the complete problem-solving process of “problem discovery, analysis, resolution, and reflective enhancement.” Through this approach, students’ enthusiasm for learning mathematics is stimulated, the practical application of mathematics in daily life is experienced, and their core mathematical competencies are comprehensively developed.

Keywords

Core Competencies, Mathematical Problem-Solving Instruction, Applications of Linear Functions, Mathematical Modeling, Problem-Based Learning

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022 版)》中明确提出, 数学教学应立足核心素养培育, 聚焦学生综合能力的发展, 引导学生运用数学知识解决实际问题, 体会数学与生活的密切联系, 形成“三会”的重要能力。但就目前的课堂教学来看, 仍然存在着教师主导、学生被动学习的教学模式, 这种方式常常会消耗学生对数学的兴趣, 不利于学生的知识掌握和素养发展。课堂应该是师生共同探讨、问题解决的过程[1]。本文以“一次函数的应用”一课为例, 探讨适合学生素养发展的数学问题解决教学。

2. 核心素养与数学问题教学的核心内涵

2.1. 初中数学核心素养的核心内涵

初中数学核心素养是学生在数学学习的过程中逐步形成的, 适应个人终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力, 包括抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念、推理能力、数据观念、模型观念, 强调通过数学视角观察世界、用数学思维思考问题以及用数学语言表达规律的综合素养[2]。数学核心素养的培养对于提升学生的综合素养具有深远意义, 尤其是在信息化时代背景下, 数学核心素养的重要性进一步凸显。

2.2. 数学问题解决教学的核心内涵

初中数学问题解决教学是以问题为载体, 引导学生运用已有的知识和方法, 经历“发现问题 - 分析问题 - 解决问题 - 反思总结”的全过程, 以实现知识的再创造并提升学习能力, 培养学生问题意识、探究能力和创新能力的教学活动。

2.3. 核心素养与数学问题解决教学的内在关联

核心素养与数学问题解决教学是相互依存、相互促进的关系。在一次函数应用的问题解决教学中, 核心素养的培育与问题解决的过程深度融合: 创设真实的问题情境, 逐步引导学生拆解问题, 到深入地探究分析, 得出严谨的问题求解过程, 再到反思总结解决的全过程, 每一步都与核心素养密切相关, 全面发展学生的抽象能力、数据分析、逻辑推理以及建模能力[3]。可以说, 问题解决的过程就是核心素养培育的过程, 核心素养的提升又能促进学生更好地解决数学问题, 形成良性循环。

3. 理论基础

3.1. 数学建模教学

在数学建模教学研究领域,国外欧美、新加坡等教育发达国家已构建起成熟的建模教学体系[4],依托 ICMI 相关育人标准,形成了以真实情境、开放探究、多元评价为核心的教学范式,高度重视数学知识与现实生活的联结。而国内学界在新课改改革背景下,立足本土学情同样开展了大量中小学数学建模教学实践研究,在课堂设计、创新能力培育等方面具备较强实践参考价值[5]。

3.2. 问题式学习(PBL)

问题式学习(PBL)以真实问题驱动,通过自主探究建构、合作研讨、反思复盘提升的一种学习模式,契合探究式教学的本质逻辑,被广泛应用于各学科课堂改革中,现有国内外研究普遍证实,PBL 教学能够有效激活学生问题意识、提升自主探究与问题解决能力,破解传统数学课堂单向灌输、学生被动接受、深度参与不足的教学困境[6]。

3.3. 数学核心素养评价

在数学核心素养评价研究领域,国外依托 PISA 等国际测评体系形成了成熟的数学素养评价框架,注重从问题解决与情境应用等多维度开展综合性素养评估,为数学课堂素养落地评估提供了理论参照[7]。国内学界在新课标全面推行后,高度重视数学核心素养的培育与落地研究,围绕素养内涵界定、素养培育等方面形成了丰富的本土化研究成果,有效推动数学教学从知识本位向素养本位转型。

4. 教学过程设计

环节一:情境创设,激发兴趣

情景呈现:展示生活中的手机套餐广告(如中国移动、中国联通、中国电信的主流套餐),并据此进行提问:“同学们,手机套餐与我们的生活密切相关,回忆一下你们身边的亲人、朋友们都选择了哪种套餐呢,套餐的具体费用是如何来计算的?”引导学生结合自身生活经验,分享自己了解到的手机套餐信息。

数据整理:总结学生分享的手机套餐,选择合适的套餐作为问题背景:

套餐 A: 每月月租 30 元,包含免费通话 100 分钟,超过 100 分钟每分钟 0.2 元;

套餐 B: 每月月租 10 元,包含免费通话 50 分钟,超过 50 分钟每分钟 0.3 元。(注:套餐均不含流量,通话时长不限,不足一分钟按一分钟计算)

将一次函数问题引入学生熟知的生活情境,激发学生的探究欲与学习兴趣,带动学生主动参与到课堂中来,感受数学与生活的紧密联系,并在引导学生分享和整理具体手机资费套餐过程中,培养学生的数据分析能力。

环节二:问题拆解,探究分析

1. 问题拆解:利用问题链,帮助并引导学生分析套餐 A 和套餐 B 的收费规则,使其逐步深入思考:

1) 套餐 A 和套餐 B 都是由哪些部分组成的? 固定费用有哪些? 变动费用有哪些?

2) 如果将每月的通话时长记为 x 分钟,每月的总费用记为 y 元,那么套餐 A 和套餐 B 的总费用 y 与通话时长 x 之间何种关系?

3) 套餐 A 和套餐 B 分别列出的关系式属于我们学过的哪种函数? 写出这两个解析式,表明自变量的取值范围。

4) 当通话时长为 10 分钟、30 分钟、60 分钟时,套餐 A 和套餐 B 的总费用分别是多少? 选择哪种

套餐更为划算？

2. 自主探究 + 合作交流：学生自主思考上述问题，结合一次函数的概念，尝试写出两种套餐的函数解析式；采用小组合作的方式，同学们交流自己的思考过程和计算结果，并讨论以下问题：“当通话时长发生变化时，两种套餐的资费变化有什么规律？什么时候套餐 A 更划算？什么时候套餐 B 更划算？有没有一个通话时长，使得两种套餐的资费相等？”

根据学生汇报，结合教师总结得到最终结果：

$$\text{套餐 A 的函数解析式: } y_1 = \begin{cases} 30, & 0 \leq x \leq 100 \\ 10 + 0.2x, & x > 100 \end{cases};$$

$$\text{套餐 B 的函数解析式: } y_2 = \begin{cases} 10, & 0 \leq x \leq 50 \\ 0.3x - 5, & x > 50 \end{cases};$$

当 $x=150$ 分钟时，两种套餐的资费相等($y_1 = y_2 = 40$ 元)；当 $x < 150$ 分钟时，套餐 B 更划算；当 $x > 150$ 分钟时，套餐 A 更划算。

利用设计的分层问题链，帮助学生逐步拆解所求问题，从所给问题情景中提取所需要的数学信息，抽象出常量和变量，并根据所给的数量关系列出解析式，培养学生的数学抽象能力。同时，通过自主探究和小组合作两种形式，让学生在实践中分析数量关系，计算手机套餐的具体费用，初步感知最优套餐的选择方式，发展学生的推理能力和运算能力，为后续建构模型和拓展应用做好铺垫。

环节三：建构模型，深化理解

1. 建构模型：先带领学生回顾一次函数的图象与性质部分内容，提出问题：“对于本道题目，除了直接计算外，你还能想到利用哪种方式更加直观地感受和分析两种套餐的变化？”引出绘制一次函数的图象，指导学生通过图象比较和分析两种套餐

2. 图象绘制：学生自主绘制套餐 A 和套餐 B 的一次函数图象，先确定合适的单位长度，标注坐标轴、函数解析式，再准确描点、连线，画出图象

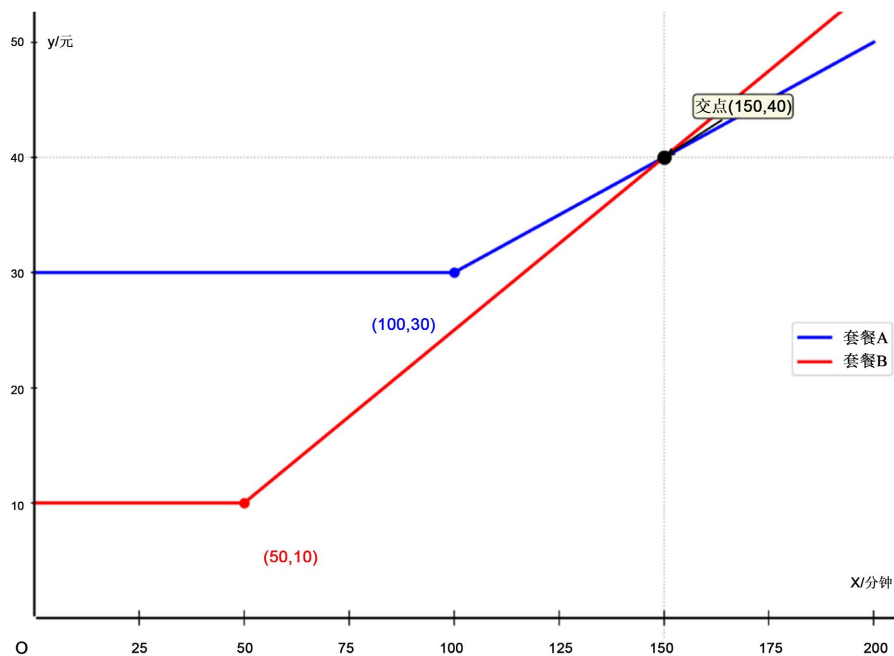


Figure 1. Graph of a linear function

图 1. 一次函数的图象

3. 图象分析：引导学生观察图象(见图 1)，分析和总结函数图象各部分的特征与实际意义，深化学生对函数模型的理解：

1) 两种套餐的函数图象是什么形状？它们的斜率、与 y 轴的交点分别表示什么实际意义？

(套餐 A 的图象是一条与 y 轴交于(0, 30)的折线，30 表示月租费，斜率 0.2 表示每分钟的通话费；套餐 B 的图象是一条与 y 轴交于(0, 10)的折线，10 表示月租费，斜率 0.3 表示每分钟的通话费)

2) 两条直线的交点坐标是什么？这个交点的实际意义是什么？

(交点坐标为(150, 40)，表示当通话时长为 150 分钟时，两种套餐的总资费都是 40 元)

3) 结合图象，如何快速判断不同通话时长下的最优套餐？

(当 $x < 150$ 分钟时，套餐 B 的图象在套餐 A 的下方，说明套餐 B 的资费更低；当 $x > 150$ 分钟时，套餐 A 的图象在套餐 B 的下方，说明套餐 A 的资费更低；当 $x = 150$ 分钟时，两种套餐资费相等)

引导学生将实际问题转化为一次函数模型，并根据函数解析式画出函数图象，通过函数图象直观感受变量之间的变化规律，培养学生的数学建模和直观想象能力。与此同时，学生在分析函数图象的斜率和交点等各部分意义过程中，能深化对一次函数性质的理解与掌握，发展数形结合思想。

环节四：应用拓展，巩固提升

结合学生的生活实际，增加套餐的复杂度，提出新的问题：“现在很多手机套餐都包含流量。现在我们将刚才问题情境中的套餐加上流量，套餐 C：每月的月租费为 35 元，包含 500 分钟通话时长，超出 500 分钟的部分，每分钟通话费 0.2 元，并包含 10 GB 流量，超出 10 GB 的部分，每 GB 流量 10 元。如果用户每月的通话时长为 x 分钟($x \geq 0$)，流量使用量为 y GB ($y \geq 0$)，总资费为 z 元，那么总资费 z 与 x 、 y 之间的函数关系式是什么？”

学生结合分段函数的知识，明确套餐 C 的函数关系式。通过拓展包含流量的套餐，打破单一变量一次函数模型的局限，适当增加问题的复杂度，更加贴合现实生活中的真实计费模式，进一步巩固学生对一次函数应用的掌握，培养学生的综合应用能力和逻辑推理能力，同时体现数学的实用性和价值性，培育学生的理性消费观念。

环节五：反思提升，归纳总结

教师引导学生回顾本节课的学习过程，思考以下问题：

1) 本节课我们学习了什么内容？如何运用一次函数知识解决手机套餐选择的实际问题？

2) 在解决问题的过程中，我们经历了哪些步骤？每个步骤的核心是什么？

3) 我们运用了哪些数学思想和方法？

4) 在学习过程中，你遇到了哪些困难？是如何解决的？还有哪些不足？

在本环节中，学生可以通过自我反思和小组总结，梳理本节课的学习内容，总结学习过程，提炼解题方法和规律，培养学生的逻辑推理能力和思维的严谨性；教师要引导学生反思学习过程中的不足，明确改进方向，提升自主学习能力，并在本节课的结尾进行总结升华，帮助学生构建完整的知识体系，强化核心素养的培育。

环节六：核心素养评价

本节课采用过程性评价与表现性评价相结合的方式，重点关注学生在问题解决过程中核心素养的达成情况。评价设计如下：

1. 评价方式与工具

课堂观察记录表：教师巡视时，记录学生在小组讨论、问题拆解中的表现。

小组互评表：针对合作探究环节，学生对组员的贡献度、沟通能力进行打分。

成果展示评价量规：针对函数解析式的准确性、图象的规范性、方案选择的合理性制定评分标准。

2. 评价实施流程

课中即时反馈：在“问题探究”和“模型构建”环节，教师通过巡视，对学生的初步抽象和建模进行口头点评和指导。

课后展示互评：在“应用拓展”环节，学生展示设计方案时，采用“学生互评 + 教师点评”的方式，依据评价标准进行打分和建议。

反思总结评价：在“反思提升”环节，引导学生进行自我评价，填写简单的“素养达成自评表”

通过课中与课后的针对性素养评价，不局限于知识技能，同步观测学生合作交流与理性思考，将情感态度价值观纳入综合评价，帮助学生清晰感知自身优势和不足，自觉修正学习方式，实现“以评促学、以评育人”，完整落实核心素养课堂培育闭环。

5. 对核心素养导向问题解决教学的深层思考

1) 真实情境的创设是问题解决教学的基础

创设真实的、符合现实生活的问题情境能有效激发学生的学习兴趣，让学生感受数学在生活中的现实意义[4]。但“真实”与“照搬”不同，教师应对现实问题进行适当改造，既保证问题贴近学生的日常生活，又要保证问题真实性和综合性，遵循学生认知发展规律。在本案例中，手机套餐问题虽然来源于生活，但又对手机资费信息进行了适当简化，选择具体的套餐作为题目背景，先探究了通话时长与费用的关系，又在此基础上，增加了流量与费用的关系，由简单到复杂，由浅入深，使得学生便于把握问题的核心。

2) 数学建模是连接数学与现实的关键桥梁

数学建模是落实核心素养、发展问题解决教学的重要内容。本研究通过创设贴近学生生活的现实情境，引导学生在解决实际问题的过程中运用一次函数知识，结合数学建模教学中“情境”与“知识”应服务于“现实问题”的核心理念，使学生在这一过程中掌握程序性知识、过程性知识，形成了对数学建模过程的整体认识，充分发挥数学建模教学对学生核心素养培养的作用[8]。为此，初中函数教学应弱化机械刷题式训练，强化真实情境的创设与运用，以生活化问题驱动学生主动建模、主动思考，帮助学生理解函数“刻画变化规律、解决现实问题”的本质价值，培育学生的模型意识与应用能力。

3) 问题链的设计是问题解决教学的重要支撑

问题链的设计是核心素养导向问题解决教学的核心环节，更是引导学生逐步深化思维、落实素养目标的关键路径。优质的问题链并非简单的问题堆砌，而是应遵循学生的认知规律，围绕教学重难点和核心素养目标，设计具有层次性、关联性和探究性的问题，在层层递进的探究中，从浅层认知走向深层思考，从被动接受走向主动探究[9]。本案例通过设置阶梯式问题探究任务，引导学生逐步完成现实问题向数学问题的转化，契合 ICMI 建模教学强调的情境化、探究式、素养化核心育人理念，进一步验证了 PBL 作为一种以学生为主体的学习活动，在培养学生数学思维方面的独特优势。

4) 素养评价的建构是问题解决教学的育人抓手

完善评价方式，发挥评价导向作用。构建以数学核心素养为核心的多元化评价体系，将教师评价、学生自评、学生互评相结合，全过程追踪学生抽象能力、建模能力、直观想象等素养发展。在本案例课堂中开展即时素养评价，课后完成综合素养评定，针对不同层次学生提供个性化反馈，充分发挥评价的诊断、激励和导向作用，形成“教学 - 素养评价 - 教学优化”闭环。素养导向的数学课堂不应局限于知识掌握与解题结果，更应立足课堂全过程细化素养培育目标、完善过程性评价方式，让每一个教学环节都对应明确的育人价值，真正实现从“知识本位教学”向“素养本位育人”的转型。

6. 结束语

初中数学问题解决教学,是推动数学教学从“知识本位”向“素养立意”转型的关键。它将核心素养培育融入教学全过程,实行以问题为载体、以学生为主体的教学模式,让学生在解决实际问题的过程中,掌握数学知识与技能,提升思维能力与实践能力。教师也要积极地实行问题解决教学,将数学知识转化为具体的生活案例,提高学生认知水平,增强学生应用意识和建模能力,以带动学生数学学科核心素养的全面发展。

参考文献

- [1] 胡云飞. 促进核心素养发展的问题解决教学——以“向量的概念及表示”为例[J]. 数学通报, 2022, 61(3): 18-21.
- [2] 许天枢, 赵心怡, 喻平. “做数学”对初中生数学核心素养表现影响的实验研究[J]. 数学教育学报, 2023, 32(5): 55-61.
- [3] 林泽铃. 数学问题解决教学在初中数学能力培养中的作用探讨[J]. 数理天地(初中版), 2025(16): 152-154.
- [4] 蔡金法, 刘启蒙. 数学建模的评估——基于新加坡《数学建模资源工具包》的评估[J]. 小学数学教师, 2019(4): 4-10.
- [5] 王海华. 在数学建模课堂中评价学生的数学建模能力[J]. 数学建模及其应用, 2022, 11(1): 106-114.
- [6] 袁辉. 基于核心素养背景下 PBL 在初中数学教学中的实践[J]. 数理天地(初中版), 2023(7): 84-86.
- [7] 曹万强. 核心素养视角下初中数学问题情境教学设计的实践策略[J]. 数理天地(初中版), 2024(15): 106-108.
- [8] 武娅. 初中数学教学中数学建模方法的引入与应用研究——以“实际问题与二元一次方程组”为例[J]. 数学学习与研究, 2025(34): 118-121.
- [9] 潘小明. 聚焦数学问题, 让核心素养在数学课堂落地[J]. 教学与管理, 2018(36): 74-77.