

GeoGebra赋能高中数学可视化教学研究

——以函数的概念和性质为例

陈丽宇, 潘 晨

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2026年7月2日; 录用日期: 2026年7月31日; 发布日期: 2026年8月7日

摘 要

函数是高中数学的核心内容, 但其概念的抽象性与性质的逻辑复杂性, 使得传统“静态描绘”的教学方式难以帮助学生实现深度理解。GeoGebra作为动态数学软件, 为函数教学提供了“动态建构”的新路径。研究基于可视化学习理论, 构建了“直观感知 - 实验探究 - 意义建构 - 迁移应用”四阶段教学框架, 并以函数的概念和性质为例, 阐述了GeoGebra在揭示对应关系本质、动态呈现性质变化中的具体应用策略。研究表明, GeoGebra赋能的可视化教学能够帮助学生完成从“看图表”到“懂函数”的认知跃升, 促进直观想象与逻辑推理素养的融合发展。

关键词

GeoGebra软件, 可视化教学, 高中数学, 函数教学

Research on GeoGebra-Enabled Visual Teaching of High School Mathematics

—Taking the Concept and Properties of Functions as an Example

Liyu Chen, Chen Pan

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal College, Huanggang Hubei

Received: July 2, 2026; accepted: July 31, 2026; published: August 7, 2026

Abstract

Functions are the core content of high school mathematics, but the abstract nature of their concepts and the logical complexity of their properties make it difficult for traditional “static depiction” teaching methods to help students achieve deep understanding. GeoGebra, as a dynamic mathematical

software, provides a new path of “dynamic construction” for function teaching. Based on the theory of visual learning, this study constructs a four-stage teaching framework of “intuitive perception-experimental exploration-meaning construction-transfer application”, and takes the concept and properties of functions as an example to elaborate on the specific application strategies of GeoGebra in revealing the essence of correspondence and dynamically presenting property changes. The research shows that visual teaching empowered by GeoGebra can help students make a cognitive leap from “looking at charts” to “understanding functions”, promoting the integrated development of intuitive imagination and logical reasoning skills.

Keywords

GeoGebra Software, Visual Teaching, High School Mathematics, Function Teaching

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型, 贯穿高中数学课程始终。《义务教育数学课程标准(2022 年版)》强调, 函数教学应引导学生理解函数的本质, 掌握研究函数性质的基本方法[1]。然而, 函数概念高度抽象, 其学习过程涉及对对应关系的深层理解、变化规律的精准把握以及性质的严谨逻辑推导。这一特性极易导致学生陷入“重代数、轻直观”的认知误区, 表现为仅关注符号化的解析式, 却忽视了函数图形所承载的几何直观与本质内涵。

传统函数教学主要依赖黑板绘图或静态 PPT 演示, 存在三重局限: 一是静态图像难以呈现参数连续变化对函数图像的影响, 学生只能看到“结果”而看不到“过程”; 二是数形结合停留在教师口头阐释层面, 学生缺乏亲身体验“以形助数”的机会; 三是复杂函数的图像绘制耗时低效, 课堂探究时间被挤占[2]。这些问题制约着学生对函数本质的理解, 亟须引入新型技术工具加以突破。

2. GeoGebra 可视化教学的理论基础

GeoGebra 集几何、代数、绘图功能于一体, 凭借动态可视化、数形联动、探究支持三大特性, 为函数教学提供技术支撑[1]。现有研究提出其三环节教学路径, 证实其能推动学生离散思维向连续思维转化[3]。但如何将其系统性融入函数教学全过程, 仍需深入探索, 本研究便基于相关理论搭建教学框架。

2.1. 可视化学习理论

可视化学习理论指出, 抽象概念转化为直观形象能降低认知负荷、助力意义建构。数学教育中, 可视化既是观察工具, 也是思维媒介, 可激发直觉、深化推理[5]。函数的对应关系与变化规律较抽象, GeoGebra 的动态可视化可直观展现内容, 帮学生积累感性认知、加深理解。

2.2. 建构主义学习观

建构主义强调, 知识是学习者在与环境的互动中主动构建的产物。GeoGebra 创设的“可操作数学世界”支持学生通过拖动滑块、追踪轨迹、对比图像等方式, 自主发现函数性质[3], 实现从直观感知到逻辑推理的过渡, 体现了数形联动与探究支持的价值。

2.3. 技术整合的 TPACK 框架

TPACK 框架由 Mishra 和 Koehler 于 2006 年提出，源于舒尔曼 PCK 理论，核心是教师需融合技术、教学法、学科三类知识，其交叉形成的综合能力，为信息技术与学科融合提供理论支撑[8]。GeoGebra 的有效应用正是这种知识融合的体现，本研究基于该框架设计教学策略，平衡函数内容、探究教学与技术工具，实现三者有机融合(见图 1)。

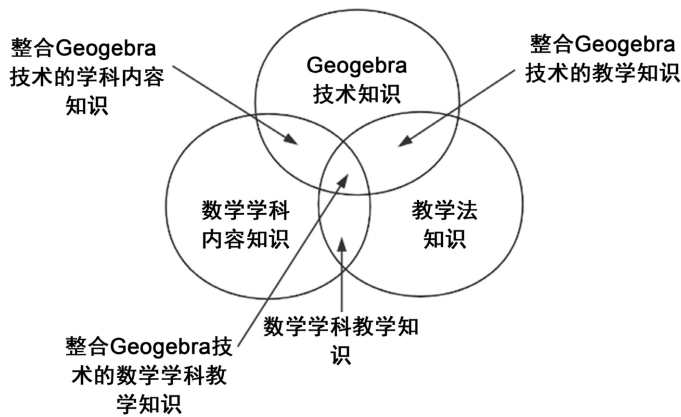


Figure 1. TPACK knowledge structure of mathematics teachers based on GeoGebra
图 1. 基于 GeoGebra 的数学教师 TPACK 知识结构

3. 基于 GeoGebra 的函数可视化教学策略

基于上述理论分析，本研究梳理了已有 GeoGebra 辅助函数教学的相关框架，发现 APOS 理论框架侧重认知阶段划分但落地性不足，PBL 融合模式对技术角色的定位较为笼统。在此基础上，本研究构建“四阶段”GeoGebra 可视化教学框架(见表 1)，其创新之处在于：整合可视化学习理论、建构主义学习观与 TPACK 框架，使每一阶段均有明确的理论依据；同时针对每一阶段明确 GeoGebra 的具体支持方式，实现技术工具与教学目标的精准对接。

Table 1. Four-stage framework for teaching functions empowered by GeoGebra
表 1. GeoGebra 赋能函数教学的四阶段框架

教学阶段	核心任务	GeoGebra 支持方式	认知目标
直观感知	创设问题情境，激活已有经验	动态演示函数现象，引发认知冲突	激发兴趣，产生疑问
实验探究	引导学生操作，发现规律	参数动态调节，多案例对比，轨迹追踪	形成猜想，归纳性质
意义建构	抽象数学本质，形成概念	数形联动呈现，关键要素凸显	理解本质，建构意义
迁移应用	解决变式问题，拓展深化	复杂情境建模，多函数对比	应用迁移，创新思维

3.1. 直观感知阶段：动态情境激发探究动机

函数概念的引入往往面临“为什么要学这个函数”的困境。GeoGebra 可以将抽象的函数关系还原到其产生的现实背景中，创设真实的问题情境。

教学策略: 选取蕴含函数关系的现实现象, 利用 GeoGebra 的动态演示功能, 让学生在观察变化趋势的过程中, 自然产生“如何描述这种变化”“如何预测未来趋势”等驱动性问题。

案例说明: 在引入“函数的概念”时, 教师可借助 GeoGebra 模拟自由下落运动。动态展示距离 s 随时间 t 变化的点 (t, s) 轨迹, 让学生直观观察“每个 t 对应唯一 s ”的确定关系, 由此建立函数对应思想的感性认知, 为抽象定义做好铺垫。

3.2. 实验探究阶段: 参数调控揭示函数规律

函数性质的教学难点在于, 学生难以理解参数变化与图像变换之间的内在联系。GeoGebra 的“滑块”功能为这一难题提供了解决方案: 学生通过拖动滑块连续改变参数值, 实时观察图像的相应变化, 从而发现规律[4]。

教学策略: 设计探究任务单, 引导学生按照“控制变量”的思想, 逐个研究参数对函数图像的影响。教师不直接告知结论, 而是让学生通过操作归纳发现。

案例说明: 探究含参函数奇偶性与单调性时, 学生借助 GeoGebra 实操探究: 研究 $f(x) = x^2 + c$ 时, 选取图像上点 P 并显示其 y 轴对称点 P' , 拖动 P 点可直观发现 P' 恒在图像上, 进而验证偶函数条件 $f(x) = f(-x)$; 拖动参数 c 滑块, 图像上下平移但单调区间不变, 可知常数项不影响单调性。拓展至 $f(x) = x^2 + bx + c$ 后, 拖动 b 滑块, 当 $b \neq 0$ 时图像不再关于 y 轴对称, 可直观理解一次项对奇偶性的影响。

3.3. 意义建构阶段: 数形联动深化概念理解

函数概念的抽象性体现在“对应关系”上——每个自变量对应唯一的函数值。这种对应关系在静态图像中难以凸显, 但 GeoGebra 的“动态追踪”功能可以将其可视化。

教学策略: 在函数图像上设置动点, 显示其坐标值, 让学生观察随着自变量变化, 函数值如何相应变化。通过“动点追踪”, 将“对应”这一抽象关系转化为直观的视觉经验。

案例说明: 正弦函数 $y = \sin x$ 图像教学中, 借助 GeoGebra 实现单位圆动点与坐标点的联动演示, 学生可直观观察动点轨迹生成正弦曲线的过程, 搭建几何直观与代数表达式的关联[5]。(见图 2)

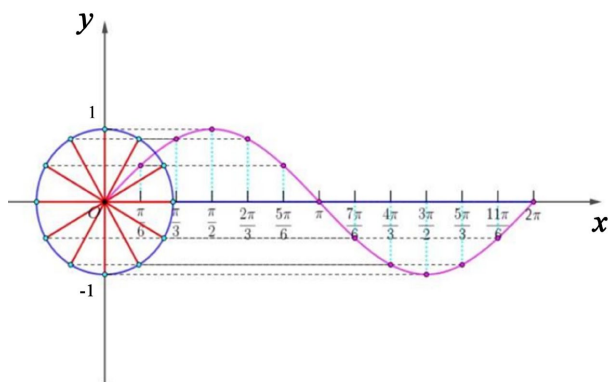


Figure 2. Geometric generation and graph of sine function
图 2. 正弦函数的几何生成与图像

3.4. 迁移应用阶段: 复杂情境促进能力提升

当学生掌握了单一函数的图像与性质后, 需要面对更复杂的问题情境, 如复合函数、含参函数、函

数综合应用等。GeoGebra 可以作为认知工具, 支持学生在复杂情境中的探究与问题解决[7]。

教学策略: 设计开放性或探究性问题, 鼓励学生借助 GeoGebra 进行猜想、验证、修正。教师从“讲授者”转变为“引导者”, 在学生遇到困难时提供技术支持或思维点拨。

案例说明: 在研究函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 的性质时, 学生利用 GeoGebra 探究参数 a 、 b 对函数图像、定义域、值域、单调区间、渐近线的影响。通过反复调节参数、观察图像变化, 最终归纳出对勾函数的一般性质(见图 3、图 4)。

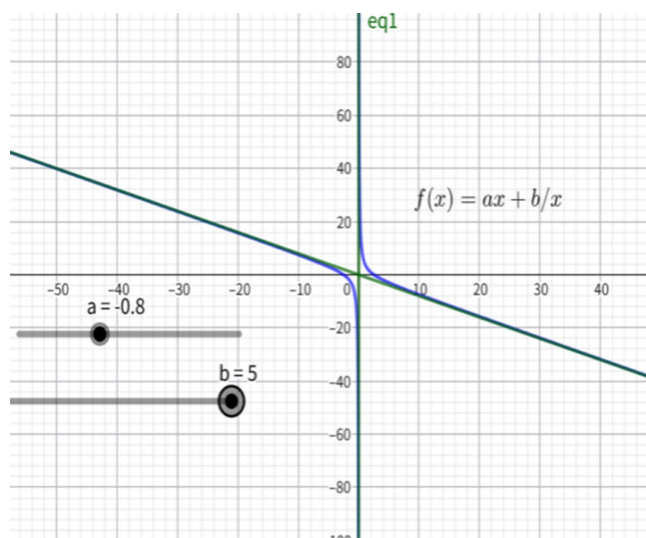


Figure 3. Image of the function $f(x) = -0.8x + \frac{5}{x}$

图 3. 函数 $f(x) = -0.8x + \frac{5}{x}$ 的图像

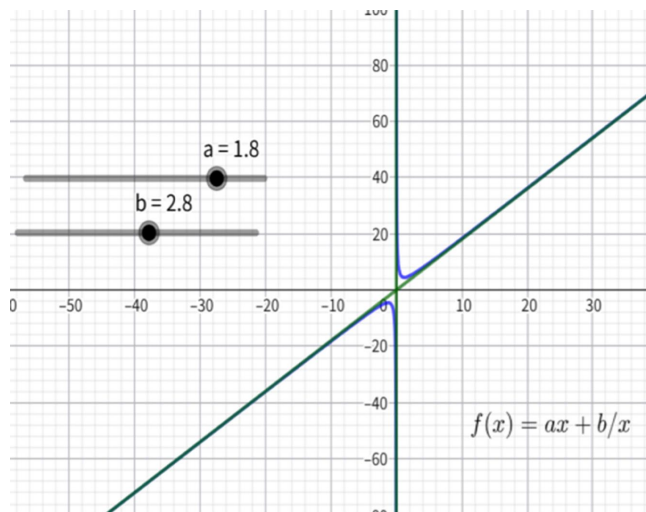


Figure 4. Image of the function $f(x) = 1.8x + \frac{2.8}{x}$

图 4. 函数 $f(x) = 1.8x + \frac{2.8}{x}$ 的图像

4. 典型案例分析：函数的概念与性质教学

4.1. 教学整体设计

以高中数学“函数的概念与性质”单元为例，设计为期 4 课时的 GeoGebra 融合教学方案(见表 2)。

Table 2. GeoGebra integrated teaching plan for “concept and properties of functions”
表 2. “函数的概念与性质” GeoGebra 融合教学方案

课时	教学内容	GeoGebra 活动设计	核心素养目标
第 1 课	函数的概念	对应关系可视化：动点追踪、输入输出演示	理解函数本质，发展抽象素养
第 2 课	函数的单调性	参数调节探究：改变函数解析式，观察增减变化	掌握单调性判定，发展直观想象
第 3 课	函数的奇偶性	图像对称性观察：关于 y 轴、原点对称的动态演示	理解奇偶性特征，发展逻辑推理
第 4 课	综合应用	函数建模：实际问题函数化、性质分析	提升应用能力，发展建模素养

4.2. 第 1 课：函数概念的可视化突破

教学难点：函数定义中“每一个自变量对应唯一的函数值”过于抽象，学生难以建立感性认识。

GeoGebra 设计：

1) 输入输出演示：在代数区输入函数 $f(x)=x^2$ ，在绘图区生成抛物线。教师拖动自变量对应点，显示其坐标和对应的函数值坐标。

2) 多对一验证：展示 $f(2)=4$ 和 $f(-2)=4$ ，强调“多个自变量可以对应同一个函数值”是允许的。

3) 一对多排除：通过方程 $x^2+y^2=1$ 的隐函数图像，展示“一个自变量对应两个函数值”的情况，引导学生讨论为什么这不是函数。

教学效果：学生通过观察“动点追踪”过程，直观理解“对应”的含义；通过对比案例，准确把握函数定义的核心要素[6] (见图 5、图 6)。

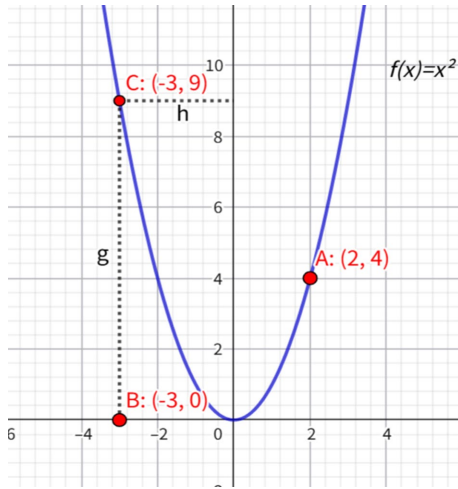


Figure 5. The graph of the figure function $f(x)=x^2$

图 5. 函数 $f(x)=x^2$ 的图像

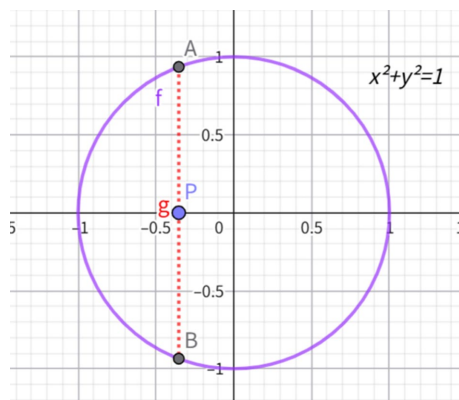


Figure 6. The graph of the function $x^2 + y^2 = 1$

图 6. 函数 $x^2 + y^2 = 1$ 的图像

4.3. 第 2 课：单调性的动态建构

教学难点：单调性的严格定义涉及“任意”、“存在”等量词，学生难以从具体图像过渡到抽象定义。

GeoGebra 设计：

- 1) 直观感受单调：在递增函数图像上拖动点，观察纵坐标随横坐标增加而增加的趋势。
- 2) 量词可视化：对于“任意 $x_1 < x_2$ ，都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ”，设计两个可拖动点，若无法找到满足条件的反例，则可直观验证函数在该区间上单调递增。通过这种“反例检验”的探究方式，帮助学生理解“任意”一词在单调性定义中的逻辑含义。

- 3) 参数探究：研究 $f(x) = x^3 + 3x$ 的单调性，拖动参数滑动块观察单调区间的变化。

教学效果：学生通过“尝试找反例”的游戏化活动，深刻理解“任意”的含义；通过参数探究，掌握判断含参函数单调性的研究方法。

4.4. 第 3 课：奇偶性的对称之美

教学难点：奇偶性的代数定义与几何对称性的联系不易建立。

GeoGebra 设计：

- 1) 动态对称演示：在函数图像上任意取点 P，同时显示其关于 y 轴的对称点 P'。如果 P' 始终在函数图像上，则函数为偶函数。

- 2) 参数破坏实验：从偶函数 $f(x) = x^2$ 出发，逐步添加奇次项，观察对称性如何被破坏。

- 3) 构造奇偶函数：给定任意函数 $g(x)$ ，利用 GeoGebra 构造其偶部 $g(x) + \frac{g(-x)}{2}$ 和奇部 $g(x) - \frac{g(-x)}{2}$ ，观察图像特征。

教学效果：学生不仅掌握了奇偶性的判断方法，更理解了“任何函数可分解为奇函数与偶函数之和”这一深刻结论[3]。

4.5. 第 4 课：函数建模与综合应用

教学任务：某工厂生产某产品，总成本 $C(x)$ 与产量 x 的关系为 $C(x) = ax^2 + bx + c$ ，销售价格 $p(x)$ 随产量增加而线性下降。求利润最大化的产量。

GeoGebra 设计：

- 1) 建立模型：输入成本函数、收入函数、利润函数。
- 2) 动态探索：调节参数 a 、 b 、 c ，观察利润函数图像的变化，找到最大值点。
- 3) 敏感性分析：研究哪个参数对最优产量影响最大。

教学效果：学生在真实问题情境中，综合运用函数知识解决问题，体会到数学的实用价值。

5. GeoGebra 融入函数教学的实践思考

5.1. GeoGebra 应用的原则把握

结合前文案例分析，函数教学运用 GeoGebra 需把握三项原则。一是坚持辅助定位，动态演示仅用于搭建直观认知，抽象概括、逻辑推理等核心思维训练需由学生独立完成，避免过度依赖技术。二是按需使用工具，简单函数无需借助技术，仅针对抽象知识点发挥其动态优势。三是以学生自主探究为主，让学生动手操作验证，而非教师单向演示，真正服务于知识建构。

5.2. 实践中可能面临的挑战

GeoGebra 融入函数教学的实践中，其效能释放受制于以下三重结构性矛盾。这些矛盾并非孤立现象，而是根植于技术特性、认知规律与数学知识本质之间的深层张力。

1) 动态操作与数学推理的“脱节”问题

以“正弦函数图像生成”为例。学生拖动单位圆上的动点，观察波浪线逐渐形成，视觉上感到“懂了”。但当教师追问“图像上某一点的纵坐标对应什么”时，多数学生答不上来。他们记住了“拖动即得图像”的操作规则，却未理解纵坐标为何等于对应角度的正弦值。

究其根源，学生将操作 GeoGebra 本身视为学习目标，而非理解数学的手段。视觉上的确认替代了数学关系的追问，形成了对动态演示的路径依赖。这意味着，若缺乏教师的定向引导，动态演示反而可能固化表层认知——学生“会操作”却不“懂数学”。

2) 多重信息呈现对学生认知的干扰

GeoGebra 界面同时呈现图形、坐标、符号和动态轨迹等多重信息。这种设计的初衷是帮助学生建立多元表征之间的联系，但在实际教学中，过多的信息反而分散了学生的注意力。

以“函数奇偶性”探究为例。GeoGebra 界面上同时呈现：函数图像、动点 P 及其对称点 P' 、两点坐标值、对称轴标记。学生需要关注的数学关系是 $f(-x)=f(x)$ 、 $f(-x)=-f(x)$ ，但视觉上的干扰项过多。部分学生只顾拖动点 P ，观察 P 与 P' 的位置变化，却未能将这一视觉现象转化为代数表达。

成因在于学生认知资源有限，多重信息同时呈现时难以筛选核心关系。图像与符号之间的对应关系未被明确揭示时，学生停留在“看到对称”层面，无法跨入“用代数语言描述对称”层面。

3) 直观感知与形式化表达之间的“断层”

以“函数的单调性”教学为例。学生拖动图像上的两点，观察纵坐标随横坐标增大而增大，视觉上确认“图像上升”。但当要求用符号语言描述时，多数学生无从下手。

根源在于直观感知与形式化概括是两种不同层级的认知活动。前者依赖视觉判断，后者要求对“无限多个点”做出逻辑概括。视觉上的确认感反而削弱了学生对形式化证明的需求——“既然图像已经看清楚了，为什么还要用符号写一遍？”

5.3. 应对策略建议

1) 以“反直觉”任务打破操作对思考的替代

以“正弦函数图像生成”为例，学生观察单位圆上动点生成正弦曲线后，教师改变动点旋转速度，

但图像生成轨迹保持不变。此时追问：“速度变了，为什么图像形状没变？图像究竟由什么决定？”这迫使学生将注意力从“动态过程”转向“静态对应关系”——必须用“每一个角度对应唯一正弦值”来解释，从而触及函数概念的本质。在此基础上进一步追问：“撤掉单位圆，你还能说出图像上每个点的坐标含义吗？”将学生从图像直观拉回坐标意义，迫使“看到图像”与“理解对应关系”之间形成实质性联结。

2) 分步呈现与“表征转译”训练

针对多重信息同时呈现导致认知干扰的问题，教师应将信息分层递进呈现，并为每一层设计图像与符号之间的“转译”任务。

以“函数奇偶性”探究为例。教学流程可分为三个递进环节：

环节一(单表征聚焦)：仅呈现函数图像和动点 P ，隐藏 P' 和坐标值。任务：学生目测 P 关于 y 轴的对称点 P' 在图像上的位置，用手比划。

环节二(双表征对应)：呈现 P 和 P' 的坐标值。追问：“若 P 的横坐标为 x_0 ， P' 的横坐标和纵坐标分别是什么？请用 $f(x)$ 和 $f(-x)$ 写出你观察到的等式。”

环节三(表征逆向转译)：给出一个分段函数解析式，要求学生先通过代数变形判断其奇偶性，再想象其图像应具有的对特征。

三个环节对应“看见对称 - 用符号记录对称 - 从符号还原对称”的完整路径。

3) 以逻辑追问消解直观对抽象的消解

针对直观感知削弱形式化表达需求的问题，教师应在学生获得直观确认后，即刻引入逻辑追问链，将认知焦点从“图像是什么样”推向“如何用逻辑语言保证图像特征”。

以“函数的单调性”教学为例。学生通过拖动函数图像上的两点，观察到纵坐标随横坐标增大而增大。此时教师不宜直接展示严格定义，而是展开如下追问链：

追问 1：“你刚才观察了几组点的变化？”

追问 2：“这个区间上有多少个点？你能保证你未观察到的那些点也满足同样的规律吗？”

追问 3：“既然无法逐一验证，我们用什么方法才能精确描述‘所有点都满足’这一要求？”

这一追问链的核心意图在于：让学生意识到视觉观察的有限性，从而主动寻求一种能够概括“所有情况”的表达方式。当学生产生这一需求时，教师再引入“ $\forall$ ”符号和“任意 $x_1 < x_2$ ，都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ”的定义。此时，形式化定义不是教师强加的，而是为解决学生自身困惑而“发明”的。

从“看图像”到“写证明”，正是直观感知向形式化表达跃迁的关键一步。

6. 结语

GeoGebra 为高中数学函数教学开辟了“动态建构”的新路径。从静态描绘到动态建构，这不仅是技术手段的更新，更是教学理念的变革——推动学生从被动观看教师绘图，转向主动操作、实验探究与意义建构。本研究以函数的概念与性质为载体，提出的“直观感知 - 实验探究 - 意义建构 - 迁移应用”四阶段框架，系统阐述了 GeoGebra 融入函数课堂的实施策略与实践案例。

研究表明，GeoGebra 赋能的可视化教学能够有效助力学生实现从“看图表”到“懂函数”的认知跃升，推动直观想象与逻辑推理素养的融合发展。展望未来，随着教育信息化的纵深推进，GeoGebra 与其他教育技术的融合创新，必将为数学教学拓展更多可能性。教师应主动拥抱技术变革，在“技术 + 探究”的深度融合中，打造高质量、高效率的数学课堂。

基金项目

黄冈师范学院 2026 年度高级别培育项目(202607204)。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [2] 杨美玲. 基于 GeoGebra 的初中函数教学——以“一次函数的图象与性质”为例[J]. 数理天地(初中版), 2026(2): 128-130.
- [3] 寇恒清, 张千明. GeoGebra 赋能数学教学——探索与成长之旅[Z]. 上海: 黄浦区项目培植数学名师工作室成果展示, 2025. <https://hjy.hpe.cn/zyfz/bmgz/691593.htm>, 2026-05-31.
- [4] 唐建军. $y = a(x - h)^2 + k$ 的图像与性质[Z]. 成都: 四川省成都华西中学, 2021. <http://office.teacheredu.cn/zaixianyan/yanxiu/webroot/files/201710/article/37003/201724995076860396.pdf>, 2026-05-31.
- [5] 丁莉萍. 可视化视角下的高中数学教学——以“正弦函数、余弦函数的图象”为例[J]. 中学数学月刊, 2025(6): 29-32.
- [6] 顾励耘. 函数的图像[Z]. 上海: 上海理工大学附属储能中学, 2024. https://www.qkhz.net/index.php/home/library/chapter_detail/id/116813.html, 2026-05-31.
- [7] 毕巧艳. 基于 GeoGebra 平台的高中数学深度教学策略——以函数的奇偶性教学为例[J]. 数学之友, 2025(1): 57-60.
- [8] Mishra, P. and Koehler, M.J. (2006) Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record: The Voice of Scholarship in Education*, **108**, 1017-1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>