

分类教学视域下的高等数学教学改革探索 ——基于“方向导数与梯度”教学案例的实践分析

赵俊, 陈诚, 师白娟, 谢玉荣

西安邮电大学理学院, 陕西 西安

收稿日期: 2026年7月6日; 录用日期: 2026年8月7日; 发布日期: 2026年8月18日

摘 要

当前高等数学教学存在教学内容与专业需求错位、重知识传授轻实践能力培养的突出问题。为此, 本文提出“以分类教学为途径、以能力培养为目标”的教学改革框架。该框架从专业分类与目标差异、模块重构与知能融合、任务驱动与学用贯通三个维度展开设计。研究以计算机类专业为对象, 以“方向导数与梯度”章节为教学案例, 设计了“情景导入 - 新知讲解 - 实践应用 - 总结提升”四环节教学过程, 并构建了“过程性评价 + 终结性评价”相结合的多元评价体系。在此基础上, 进一步讨论了电子信息类与自动化类等不同专业背景下的实施差异。实践表明, 该改革方案能够有效提升学生的学习积极性、数学应用能力与专业实践能力, 为高等数学课程分类教学改革提供了具有可操作性的实践路径。

关键词

高等数学, 分类教学, 计算机类专业, 方向导数与梯度, 实践能力培养

Exploration of Advanced Mathematics Teaching Reform from the Perspective of Classified Teaching

—A Practical Analysis Based on the Teaching Case of “Directional Derivatives and Gradient”

Jun Zhao, Cheng Chen, Baijuan Shi, Yurong Xie

School of Science, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an Shaanxi

Received: July 6, 2026; accepted: August 7, 2026; published: August 18, 2026

Abstract

Higher mathematics instruction currently faces prominent problems, namely the misalignment between teaching content and professional needs and the overemphasis on knowledge transmission at the expense of practical ability cultivation. To address these issues, this paper proposes a teaching reform framework characterized by “classified teaching as the approach and competency cultivation as the goal.” This framework is designed along the following three dimensions: professional classification and objective differentiation, module restructuring and knowledge-competency integration, and task-driven learning-application articulation. Taking computer science majors as the research subject and the “Directional Derivative and Gradient” section as the teaching case, this study designs a four-stage instructional process, *i.e.* “scenario introduction, new knowledge instruction, practical application and summary and enhancement” and constructs a diversified evaluation system that combines process-oriented assessment with summative assessment. On this basis, the study further discusses the implementation differences across different professional backgrounds, such as electronic information engineering and automation. Practical results demonstrate that the proposed reform scheme can effectively enhance students’ learning motivation, mathematical application ability and professional practical competence, thereby providing an actionable pathway for the classified teaching reform of higher mathematics courses.

Keywords

Advanced Mathematics, Classified Teaching, Computer Science Majors, Directional Derivatives and Gradient, Practical Ability Cultivation

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等数学是理工科专业本科阶段最重要的学科基础课程之一，其教学效果直接影响学生对后续专业课程的理解与掌握。然而，传统教学采用统一大纲与内容，既未体现不同专业的知识需求差异，也缺乏与专业案例的有效融合。闫熙[1]的调查显示，高等数学知识点覆盖函数与极限、导数与微分、积分、无穷级数、微分方程等多个模块，但传统教学未能将其与专业应用场景有效衔接，学生难以体会数学的工具性价值。吴爱华等[2]指出，新工科建设要求高等教育从学科导向转向产业需求导向，印证了高等数学分类教学改革的必要性与紧迫性。可见，教学内容与专业需求之间的错位，是当前高等数学教学改革亟需破解的核心矛盾。

破解这一矛盾的关键在于分类教学——即根据不同专业的知识需求与培养目标差异，设计差异化的教学目标、内容与评价方式。然而，分类教学并非简单的“分班教学”或“降低难度”，而是需要在坚实的理论基础上，对“如何分类”与“如何重构教学内容”两个核心问题进行学理论证。为此，本研究从分类教学理论、OBE 理念与新工科教育理念三大理论资源出发，构建研究框架。

分类教学理论的思想根植于“因材施教”的教育原则，核心要义是根据学习者的知识基础、认知特征与专业发展需求，设计差异化的教学方案。在高等教育领域，分类教学的学理基础可追溯至布卢姆的教育目标分类学——不同专业对学生认知层次的要求存在差异，教学内容的组织须与这些差异化的认知

层级相匹配。同时,维果茨基的“最近发展区”理论亦为分类教学提供了心理学依据:只有当教学难度落在学生“现有发展水平”与“潜在发展水平”之间的区域时,学习才能最有效地发生。统一化教学往往要么过低、要么过高估计特定专业学生的认知起点,导致教学效能下降。本文在此基础上进一步认为:分类的依据不应仅停留于专业大类层面,而应深入到专业培养方案中具体知识能力要求的微观层面,由此确定教学内容取舍与深度设定的标准。

OBE 理念由 Spady 于 1981 年系统提出,核心逻辑是“反向设计、正向实施”——以学生毕业时应达成的学习成果为起点,反向设计课程目标、教学内容与评价体系。近年来,OBE 理念已广泛应用于高等数学教学改革。黄晴等[3]基于 OBE 理念构建了线上线下混合式教学体系,从教学目标、内容、方法到考核评价进行全覆盖革新;陈溟[4]以 OBE 为导向探索了从“知识灌输”向“以学生为中心”的转型路径。上述研究为本文提供了重要参照。但需指出,本文与既有 OBE 研究之间存在根本性区别:其一,OBE 理念关注的是“最终成果”的达成,而本文的落脚点是“过程性重构”——专业分类与模块重构本身是教学过程中的结构性调整,而非仅以毕业要求为单向驱动;其二,既有 OBE 研究多聚焦于单一专业的课程目标细化,本文则着力解决多专业并存情境下教学资源的差异化配置问题,涉及不同专业间的比较与协调,这是 OBE 单一反向设计逻辑难以独立涵盖的维度。有鉴于此,本文以 OBE 理念作为“目标导向层”,明确“教到什么程度”,同时引入分类教学理论作为“差异分析层”,回答“不同专业分别教什么”,二者形成互补关系。

新工科建设以培养“具有创新创业能力、跨界整合能力和高素质的各类交叉复合型卓越工程科技人才”为根本目标,其核心变革在于从学科导向转向产业需求导向、从专业分割转向交叉融合。钟登华[5]指出,新工科建设的内涵包括“问产业需求建专业、问技术发展改内容、问学生志趣变方法”三大行动路径。这一理念对高等数学课程体系提出了明确的重构要求:教学内容须从封闭的学科逻辑体系转向开放的“专业应用驱动”体系,实现从“学数学”到“用数学”的跨越。张锐等[6]基于新工科理念提出高等数学“模块化”教学设想并开展了实践研究,证明模块化重构是落实新工科要求的有效路径。

纵观上述三大理论,分类教学理论提供了“差异化”的认识论基础,OBE 理念提供了“以终为始”的方法论框架,新工科理念提供了“交叉融合与产业对接”的价值取向。三者从不同侧面支撑本文的研究框架:分类教学回答“专业差异如何识别”的问题,OBE 回答“教学目标如何设定”的问题,新工科回答“课程内容如何重构”的问题。本研究将三者的交叉地带,即“在 OBE 目标导向下,依据新工科融合要求,对不同专业实施差异化分类教学”,作为核心理论贡献的定位区域。

上述理论思路已有充分的实证支撑。柯丽珊[7]从新工科视角指出,学科基础课程的跨学科教学应以本学科核心知识体系为依托(“1”),融合多学科的知识、思想与方法(“x”),实现“1+x”的跨学科教学。这一原则与本文提出的“核心层+延展层”模块重构思路在逻辑上具有一致性:二者均主张在保留学科核心知识体系完整性的前提下,通过跨学科融合实现教学内容的优化。陈武鹏[8]的研究表明,针对不同专业分别设计教学方案后,各专业学生的及格率与平均分均有显著提升,其中计算机科学与技术专业及格率提升 10.3 个百分点,平均分提高 11.12 分。这为分类教学的有效性提供了可量化的实证证据。本文以分类教学为途径、以专业实践能力培养为核心目标,探索高等数学教学改革的实践路径。

2. 教学改革的核心理念与设计思路

2.1. 核心理念

姜文芳等[9]从 OBE 理念出发,强调高等数学课程应以应用型人才培养为目标导向。本文在此基础上,提出以分类教学之“矢”,射实践能力之“的”的核心理念。具体而言,分类教学是手段,着力解决

“教什么”的问题——通过专业分类、模块重构和任务驱动，实现教学内容与不同专业需求的精准对接，使教学从“统一化”走向“差异化”；实践能力培养是目的，着力解决“为何教”的问题——通过数学建模训练、编程实践和计算思维培养，实现学生专业实践能力的渐进式提升，使教学从“知识传授”走向“能力养成”。

2.2. 设计思路

基于上述核心理念，教学改革的设计思路从三个维度展开。

1) 专业分类，目标差异

将相关工科专业归并为三大类专业大类，明确各专业大类的差异化知识需求，并据此设计差异化的教学目标。计算机类侧重梯度下降法、数据建模与算法分析，教学目标聚焦于为机器学习等后续课程奠定数学基础与编程能力；电子信息类侧重信号处理、傅里叶变换与系统分析，教学目标聚焦于信号变化率的数学描述与工程应用；自动化类侧重控制理论、动力学建模与优化方法，教学目标聚焦于路径规划与控制参数优化的数学建模能力。三大类专业各有侧重，形成差异化的教学方案，使学生在贴近自身专业需求的框架内锻炼实践能力。

2) 模块重构，知能融合

对高等数学教学内容进行模块化重构，各专业大类根据自身需求选择侧重点。以计算机类专业为例，将教学内容划分为五大模块：函数与极限模块，支撑算法复杂度分析能力；导数与微分模块，支撑梯度下降法与神经网络建模能力；积分模块，支撑概率密度计算与数据分析能力；微分方程模块，支撑动力学系统建模能力；无穷级数模块，支撑函数逼近与数值计算能力。每个模块既明确知识目标，也明确能力目标，实现“知识学习”与“能力训练”的同步推进。

3) 任务驱动，学用贯通

张文丽[10]提出高等数学课程问题驱动型教学模式，强调“以问题为主线、教师为主导、学生为主体”，以数学知识的掌握、各种能力培养和应用意识训练为目的。本文以实际专业问题为驱动，设计递进式任务链，引导学生在解决问题的过程中完成“数学建模 - 算法设计 - 工程实现”的能力贯通。任务链的设计遵循由浅入深的原则：基础任务侧重概念理解与基本计算，应用任务侧重数学建模与编程实现，拓展任务侧重算法分析与优化改进，使学生在逐级挑战中实现实践能力的螺旋式上升。

3. 方向导数与梯度教学实例

3.1. 教学过程

1) 情景导入

以登山场景引入方向导数概念，展示不同行进方向对应不同的上升速率，帮助学生理解“方向导数即沿特定方向的变化率”。本环节通过情景化设计激发学习兴趣，为后续实践环节做好铺垫。

2) 新知讲解

构建方向导数的定义，并由此引出梯度的概念。借助 GeoGebra 绘制二元函数图像(如图 1)并给出等高线图与梯度场(如图 2)，直观展示梯度方向始终垂直于等高线，而负梯度方向则指向函数值下降最快的方向，为理解梯度下降法奠定几何直观基础。李晓霞[11]指出，可视化教学能够有效降低数学概念的认知门槛，帮助学生建立直观的数学理解，本环节的可视化设计正是该理念的体现。

3) 实践应用

以高德地图“躲避拥堵”功能为案例，将路径规划问题抽象为代价函数的最小化问题。学生使用

Matlab/Python 实现梯度下降算法, 观察路径优化效果(如图 3)并分析代价函数的收敛性(如图 4)。本环节是实践能力培养的核心环节, 学生通过动手实践完成“数学建模 - 算法设计 - 工程实现”的能力贯通。

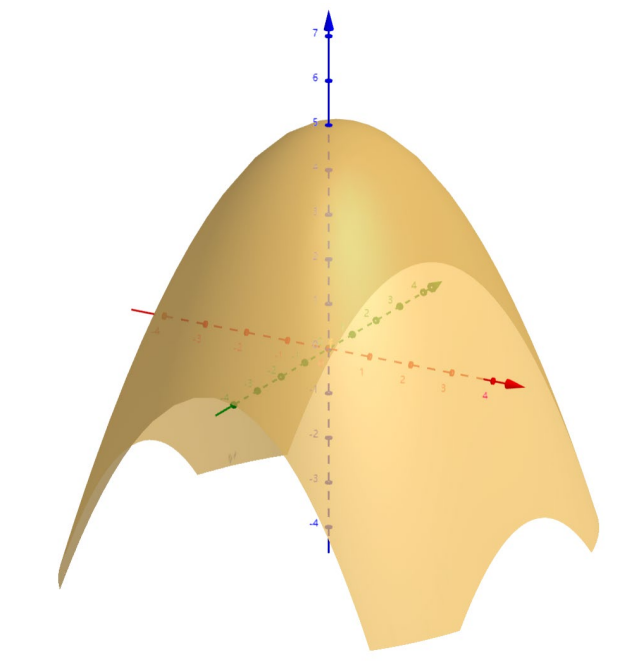


Figure 1. Graph of a binary function
图 1. 二元函数图像

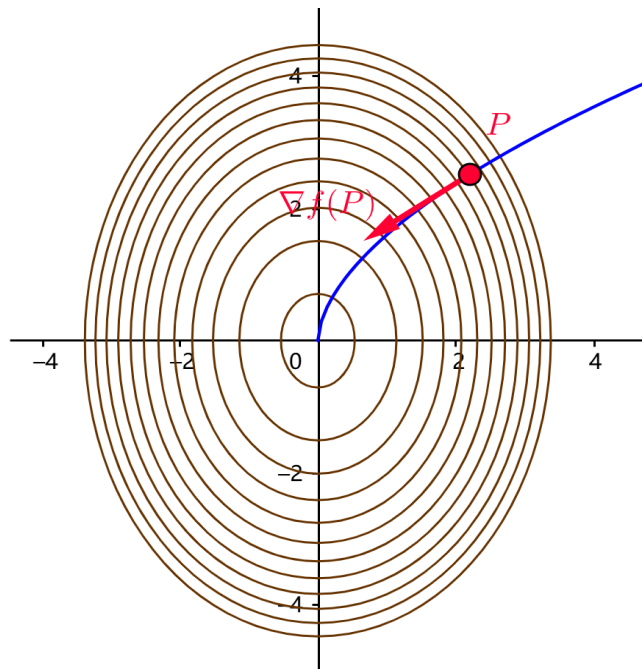


Figure 2. Contour lines and gradient
图 2. 等高线与梯度

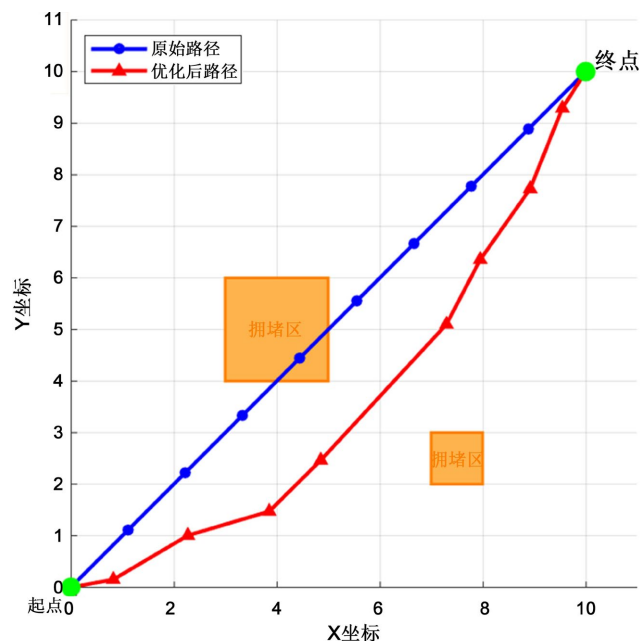


Figure 3. Path optimization effect

图 3. 路径优化效果

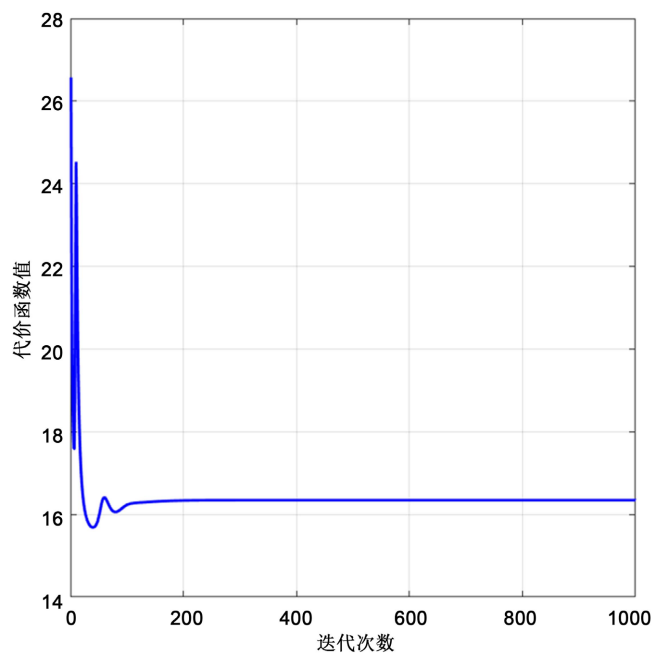


Figure 4. Convergence curve of the cost function

图 4. 代价函数收敛曲线

4) 总结提升

引导学生回顾从实际问题到数学模型再到算法实现的完整过程，总结梯度下降法的核心思想与适用条件，强化“建模 - 设计 - 实现”的实践链条。重点梳理梯度下降法在机器学习与数据分析中的应用场景，帮助学生建立从数学原理到算法应用的完整认知框架。

3.2. 评价体系

谷亚双[12]指出,以能力培养为目的的高等数学教学模式应将评价重心从知识记忆转向实践应用。本文打破传统“一考定终身”的评价方式,构建“过程性评价 + 终结性评价”相结合的多元评价体系。其中,过程性评价占比 40%,终结性评价占比 60%。过程性评价涵盖课堂表现、小组讨论、实验报告等多种形式,形成多维度的评价体系。终结性评价则采用差异化命题方式。不同专业大类的试题侧重各自专业应用场景,确保各专业学生都能获得合理的学业评价。

以计算机类专业为例,梯度下降法实验报告是过程性评价的关键组成部分。学生需完成从代价函数建模、梯度推导、Matlab/Python 代码实现到参数调优的完整实践流程。此外,实验报告还设置算法改进环节,引导学生探索动态学习率与随机扰动等优化策略,实现从“验证性实验”向“探究性实验”的升级。

3.3. 不同专业背景下的实施差异

上述方向导数与梯度教学案例在设计上兼顾了数学原理的普适性与专业应用的差异性。然而,同一教学案例在不同专业背景下的实施侧重点、案例深度与教学组织方式均有所不同。这种分化不是对数学内容的削弱或偏离,而是通过专业化的案例设计与差异化的教学组织,使抽象的数学知识在具体的专业场景中获得意义生成。以电子信息类与自动化类专业为例,二者的差异主要体现在以下几个方面。

1) 案例侧重点的差异

电子信息类专业对方向导数与梯度的教学应侧重于信号分析与图像处理中的最优化问题。在实践环节中,梯度下降法可用于通信系统中的信道均衡参数优化、自适应滤波器的系数更新等场景,学生关注的是算法在数据流处理中的收敛速度与稳定性。自动化类专业则更侧重于控制系统的优化与决策,梯度下降法可应用于 PID 控制器参数的自动整定、无人机轨迹规划中的代价函数最小化等场景,学生关注的是算法在实时控制中的响应速度与鲁棒性。换言之,同一数学工具,即梯度下降法,在电子信息类中服务于信号处理的数据优化,在自动化类中服务于控制系统的决策优化,二者虽然数学原理一致,但应用语境与工程目标截然不同。

2) 案例深度的差异

在案例深度上,电子信息类专业可进一步引入随机梯度下降(SGD)与小批量梯度下降(Mini-batch GD)的概念,结合大数据处理场景讲解不同变体的适用条件,帮助学生理解样本规模对算法性能的影响。自动化类专业则可在在此基础上引入带有动量项的梯度下降法(Momentum GD)或自适应学习率算法(如 Adam),结合机器人运动控制中因惯性导致的超调问题,讲解动量项对优化过程的平滑作用。可见,同一案例在电子信息类中可向数据处理效率方向深化,在自动化类中可向控制稳定性方向深化,专业需求决定了内容深化的方向。

3) 教学组织方式的差异

在教学组织方式上,电子信息类专业可结合信号处理或通信系统的真实数据开展项目式学习,以小组协作方式完成从数据采集、模型建立到算法优化的完整流程,有助于培养学生的数据思维与工程实践能力。自动化类专业则可结合 MATLAB/Simulink 等控制仿真平台开展虚实结合的实验教学,学生先在仿真环境中验证算法有效性,再迁移至硬件平台进行验证。这一过程有助于学生理解数学模型与物理系统之间的映射关系,培养其模型驱动的工程思维。两种方式均以动手实践为核心,但前者更注重数据驱动的项目流程,后者更注重模型驱动的工程验证。这种差异化的教学组织方式,使同一数学知识在不同的专业土壤中生根发芽,真正实现了“数学为体、专业为用”的分类教学理念。

4. 教学改革成效

经过教学实践，本改革方案在计算机类专业中取得了初步成效。

1) 学习积极性显著提升

通过情景化导入、可视化教学与任务驱动相结合的教学设计，学生的学习兴趣得到有效激发。课堂参与度明显提高，学生主动提问与讨论的次数较改革前明显增多。实践环节中，学生能够主动查阅资料、调试代码，表现出较强的学习主动性。

2) 数学应用能力明显增强

实验报告显示，90%以上的学生能够独立完成代价函数建模与梯度推导，85%以上的学生能够正确实现梯度下降算法并完成参数调优分析。在算法改进环节，约30%的学生提出了具有创新性的优化方案，如自适应学习率调整、动量项引入等，体现了从“验证性实验”向“探究性实验”的转变。

3) 专业实践能力稳步提升

学生在“数学建模-算法设计-工程实现”全流程中的综合能力得到锻炼。后续专业课程的任课教师反馈，学生运用数学知识解决专业问题的能力较往届有明显提高。

5. 问题与反思

尽管改革取得了一定成效，但在实施过程中也暴露出一些问题：一是学生基础差异较大，部分学生在梯度推导与代码实现环节遇到困难，后续可引入分层任务设计加以应对；二是可视化教学与理论推导的平衡有待优化，部分学生过度依赖 GeoGebra 等可视化工具而忽视数学推导，后续应强调二者的互补关系；三是实验报告的深度评价机制尚不完善，后续可引入分维度评分量表，从建模合理性、代码规范性、分析完整性和创新性四个维度进行综合评价。

6. 结束语

本文基于分类教学理论框架，构建了“专业分类-模块重构-任务驱动”三位一体的教学改革模式。通过专业分类实现教学目标的精准定位，模块重构促进知识学习与能力训练的深度融合，任务驱动打通从数学建模到工程实现的完整链条。以“方向导数与梯度”章节为案例的教学实践表明，该模式能够有效弥合教学内容与专业需求之间的错位，使学生在贴近自身专业背景的任务情境中实现从“学数学”到“用数学”的跨越。实践结果显示，该改革不仅显著提升了课程教学质量，更在能力培养方面取得显著成效，学生的数学建模能力、算法设计能力和工程实践能力得到系统性提升。当然，教学改革是一项系统工程，本文的研究仍存在样本范围有限、评价周期较短等不足，未来可从拓展改革覆盖面至更多专业大类、引入人工智能辅助教学工具、建立长期跟踪评估机制等方面进一步深化，为高等数学课程分类教学改革提供更加坚实的理论与实践支撑。

基金项目

西安邮电大学教学改革研究项目：“技术赋能·专业适配·能力导向”三位一体高等数学育人范式创新实践研究(项目编号：JGZX202502)；双线三化四阶：高等数学“思政化、交叉化、数字化”融合创新模式研究与实践(项目编号：JGA202523)；AI 赋能基础课程教学的智能化支持体系建设与实践(项目编号：JGZX202506)；“智”理基础，“类”育英才-AI 赋能数理基础课程分类教学改革与实践(项目编号：JGZX202501)；高等数学知识图谱课程建设项目；高等数学基层教学组织建设项目。

参考文献

- [1] 闫熙. 探索高等数学与专业课程的融合促进信息化教学改革[J]. 科技视界, 2022(17): 123-125.

-
- [2] 吴爱华, 杨秋波, 郝杰. 以“新工科”建设引领高等教育创新变革[J]. 高等工程教育研究, 2019(1): 1-7, 61.
 - [3] 黄晴, 陈有杰. 基于 OBE 理念的高等数学混合式教学改革研究[J]. 创新教育研究, 2023, 11(12): 3894-3899.
 - [4] 陈溟. 基于 OBE 理念的高等数学教学改革与探索[J]. 科技风, 2024(19): 108-110.
 - [5] 钟登华. 新工科建设的内涵与行动[J]. 高等工程教育研究, 2017, 65(3): 1-6.
 - [6] 张锐, 毛耀忠, 谢建民. 新工科理念下高等数学课程“模块化”教学实践研究——基于地方应用型本科院校工科专业[J]. 甘肃高师学报, 2021, 26(5): 46-51.
 - [7] 柯丽珊. 新工科背景下我国高等学校学科基础课程跨学科教学改革探索[J]. 高教探索, 2024(3): 67-74.
 - [8] 陈武鹏. 高校学生《高等数学》课程分类教学探索[J]. 山西财经大学学报, 2022, 44(S2): 17-174.
 - [9] 姜文芳, 温然. 应用型人才培养模式下基于 OBE 理念的高等数学课程改革——以高职计算机类高等数学为例[J]. 教育进展, 2025, 15(10): 1359-1367.
 - [10] 张文丽. 高等数学课程教学中“问题驱动型”教学模式的应用[J]. 长治学院学报, 2021, 38(2): 112-114.
 - [11] 李晓霞. 基于创新能力培养的高等数学可视化教学研究——评《知识可视化视觉表征的理论建构与教学应用》[J]. 应用化工, 2024, 53(7): 1755.
 - [12] 谷亚双. 以学生能力培养为目的的高等数学教学模式研究[J]. 哈尔滨职业技术学院学报, 2024(4): 44-46.