

AI赋能的高等数学可视化研究

——以二次曲面为例

刘 鹏¹, 贾小宇^{2*}

¹北京信息科技大学理学院, 北京

²北京教育学院数学与科学教育学院, 北京

收稿日期: 2026年7月11日; 录用日期: 2026年8月14日; 发布日期: 2026年8月21日

摘 要

数学可视化并非新兴研究领域,但随着生成式人工智能大模型的兴起,该领域正经历全方位的深刻变革。本文简要梳理了数学可视化的发展脉络,系统归纳总结了AI技术驱动下数学可视化演示项目的核心特征,详细阐述了依托此类工具开发数学可视化演示内容的一般方法与流程。本文以高等数学课程核心知识点二次曲面作为应用案例,完整呈现了从需求构思、方案设计到交互式可视化演示网页开发实现的全流程,并对AI赋能科研与教学工作的未来发展进行了展望。

关键词

生成式AI大模型, DeepSeek, Desmos, API, 提示词, Html, JavaScript, Processing

AI Empowered Visualization in Advanced Mathematics

—A Case Study of Quadratic Surfaces

Peng Liu¹, Xiaoyu Jia^{2*}

¹School of Applied Science, Beijing Information Science & Technology University, Beijing

²School of Mathematics and Science Education, Beijing Institute of Education, Beijing

Received: July 11, 2026; accepted: August 14, 2026; published: August 21, 2026

Abstract

Mathematical visualization is not a new research field, but with the rise of large generative artificial

*通讯作者。

文章引用: 刘鹏, 贾小宇. AI 赋能的高等数学可视化研究[J]. 教育进展, 2026, 16(8): 1044-1050.
DOI: 10.12677/ae.2026.1681725

intelligence models, this field is undergoing profound, all-round changes. This paper briefly sorts out the development context of mathematical visualization, systematically summarizes the core characteristics of AI technology-driven mathematical visualization demonstration projects, and elaborates in detail the general methods and processes for developing mathematical visualization demonstration content relying on such tools. Taking quadratic surfaces, the core knowledge point of advanced mathematics courses, as an application case, this paper fully presents the entire process from demand conception and scheme design to the development and implementation of interactive visualization demonstration web pages, and prospects the future development of AI-enabled scientific research and teaching work.

Keywords

Generative AI Large Models, DeepSeek, Desmos, API, Prompt, Html, JavaScript, Processing

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着技术的进步, 数学的可视化研究一直在不断演化和发展。在互联网时代, 三大数学软件 MATLAB, MATHEMATICA, MAPLE 为符号计算和图像处理提供了强大的技术支持[1]-[4]。人们可以借助计算机进行大规模的符号推演, 也可以用其绘制繁复的几何图像。然而, 想熟练使用这些软件通常需要初学者学习其语言、调试程序, 才能顺利运行。GeoGebra, Desmos 等非语言在线计算绘图工具, 界面简洁优美, 功能完备, 只用鼠标即可完成复杂的演算绘图, 使得教学和演示更加便捷[5]-[9]。而 Processing 是综合性的视觉艺术演示工具, 它面向艺术家、设计师、学生和爱好者, 支持多种程序语言, 如 Java、Python、R 等, 可以用来制作电影级的视频作品, 也可以当作数学可视化工具。这三类可视化工具在专业性、便捷性及艺术性三个维度上各有所长[10]-[14]。

然而随着生成式 AI 大模型的出现, 毫无疑问, 数学可视化将产生新的变革[15]。

2. AI 生成的可视化演示项目的特点

与以往相比, 在生成式 AI 大模型的支撑下, 数学的可视化呈现出新的特点。首先, AI 可以自主生成各种语言的代码, 使用者不需要学习专门的语言也可以用其编写程序, 可视化演示项目的制作主要依赖于方案本身的设计以及提示语的输入。图 1 和图 2 比较了大模型出现前后工作方式的不同。AI 大模型成为人的代理, 与各种软件交互, 完成提示词所要求的可视化任务。其次, 对于同一个方案, AI 可以同时生成多种类型和风格的作品。其形式丰富表现力强, 甚至与专业的艺术作品相比也毫不逊色。因此, 数学可视化在 AI 时代必将迎来质的飞跃。再次, AI 生成的可视化演示项目会随时变化。同一组提示词, 在不同时间生成的结果不尽相同。由于神经网络本身动态依赖于互联网, 生成结果也随时变化, 因而具有一定程度的不稳定性。这种不确定性导致 AI 生成的可视化演示项目绝非一蹴而就, 它需要不断修正和完善, 以满足使用者的需求。

本文总结了使用 DeepSeek 生成高等数学可视化演示项目的经验, 抛砖引玉, 以期推动人工智能赋能教育教学改革的深入发展。

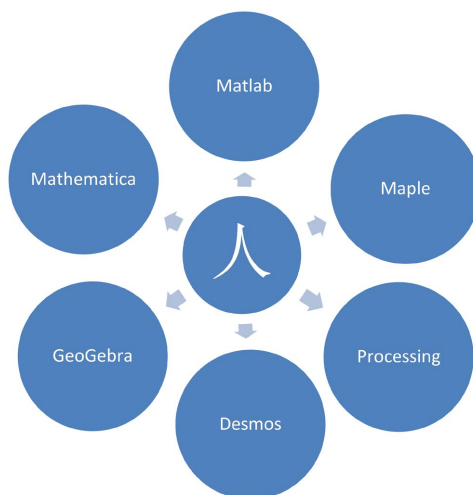


Figure 1. The relationship between humans and visualization tools before the emergence of large AI models
图 1. AI 大模型出现之前人与可视化工具的关系

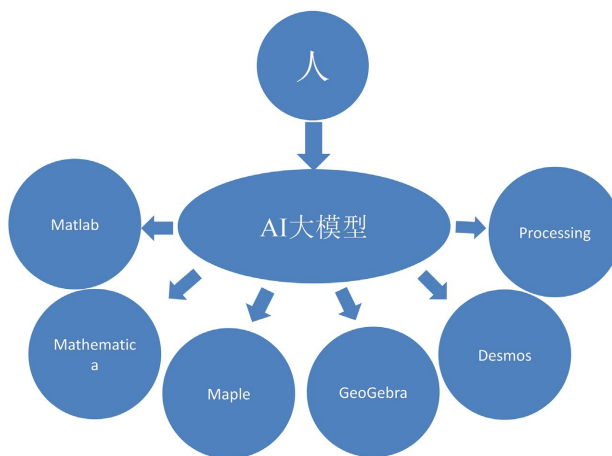


Figure 2. The relationship between humans and visualization tools after the emergence of large AI models
图 2. AI 大模型出现之后人与可视化工具的关系

3. AI 生成可视化演示项目的流程图

AI 可以作为人的代理, 按照提示词与其它软件互动, 生成满足使用者需求的演示项目。此过程与传统可视化项目的制作过程有本质的不同。图 3 给出了用 DeepSeek 制作可视化演示项目的流程图, 也是生成式 AI 制作可视化演示项目的一般方法。

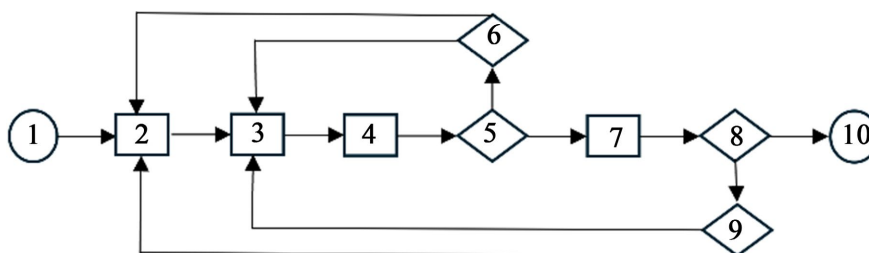


Figure 3. Flowchart of AI-generated visualization demonstration project
图 3. AI 生成可视化演示项目流程图

- ① 教师独创性思想;
- ② 设计可视化方案;
- ③ 撰写 AI 提示词;
- ④ 用 DeepSeek 生成结果;
- ⑤ 判断结果是否符合预期: 若是, 则进入⑦; 若否, 则需修改, 进入⑥;
- ⑥ 判断设计方案是否需要修改: 若是, 则进入②, 修改设计方案; 若否, 则进入③, 修改提示词;
- ⑦ 将结果应用于教学实践;
- ⑧ 根据教学实践反馈判断是否需要修正: 若是, 则进入⑨; 若否则进入⑩;
- ⑨ 根据反馈判断是否需要修正设计方案: 若是, 则进入②, 修正设计方案; 若否则进入③, 修正提示词;
- ⑩ 完成项目制作。

下面以高等数学中的二次曲面为例, 展示一个完整的可视化演示项目的制作过程。

4. 可视化演示: 二次曲面变形记

(1) 演示创意

三元二次方程 $f(x, y, z) = 0$ 由其二次型分类分别对应于空间中的 9 种二次曲面。传统的教学方法是逐一给出 9 种标准方程和对应曲面[16]。文献[17]采用含 3 个实参数的方程 $ax^2 + by^2 + z^2 + dx = 0$ 统一描述 9 种二次曲面, 给出了各种曲面之间的形变关系图及其邻接矩阵和度矩阵。若 $a, b \in \{-1, 0, 1\}, d \in \{0, 1\}$ 共给出 18 个方程, 这 18 个方程可以遍历 9 种二次曲面。若参数 $a, b \in [-1, 1], d \in [0, 1]$ 连续变化, 则曲面也会随之连续形变。这样一个简单的方程将 9 种二次曲面间的连续形变展示出来, 使学生有更直观的理解。

(2) 演示方案设计

如图 4 所示, 演示方案需要 3 个模块: 动画展示模块(绿色方框部分), 在空间直角坐标系中画出曲面;

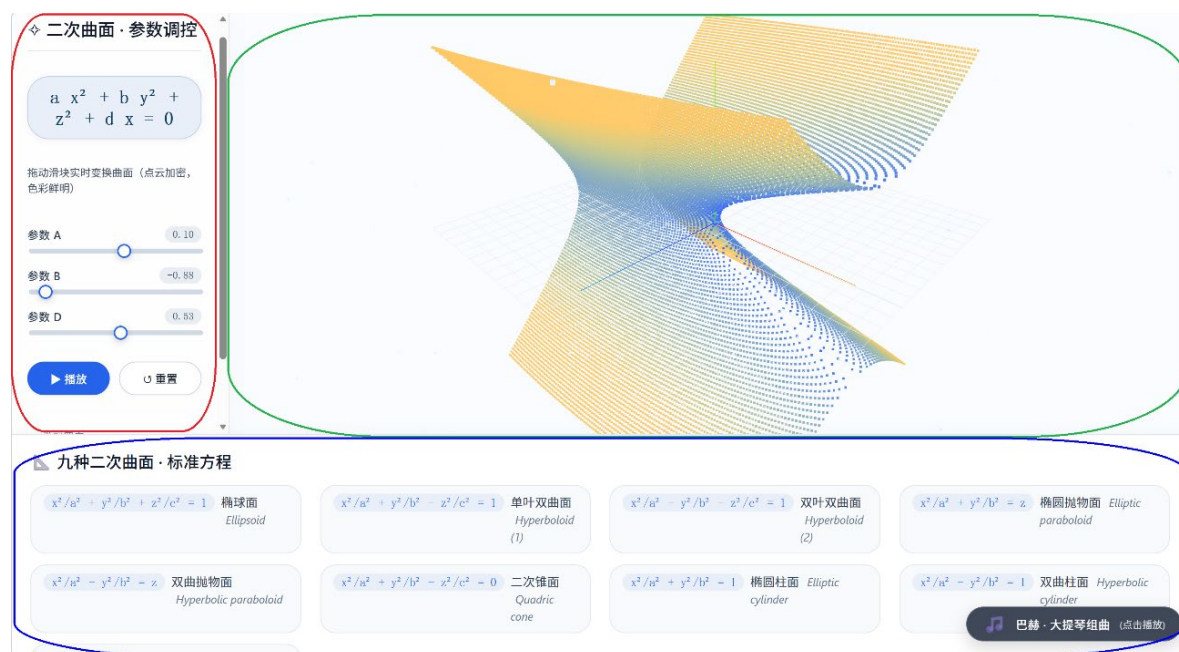


Figure 4. Three modules of the demonstration scheme: Animation Display Module, Control Panel Modul, Knowledge Point Module

图 4. 演示方案的 3 个模块: 动画展示模块、控制面板模块、知识点模块

控制面板模块(红色方框部分), 设置按钮控制曲面参数变化以及演示动画的播放与暂停, 并实时显示方程及其对应曲面名称; 知识点模块(蓝色方框部分), 将 9 种二次曲面的标准方程及其名称作为知识点列出。要让演示方案简洁生动, 需充分利用在线数学绘图工具(如 GeoGebra 和 Desmos)的 API。API 就是应用程序编程接口, 是预先定义好的函数和规则, 让一个软件可以请求另一个软件的数据或功能, 而不需要知道对方内部是如何实现的。要求 DeepSeek 自主调用 Desmos 的 API, 这样就可以生成具有 Desmos 风格的演示项目了。

(3) 提示词设计及修改

写一份好的数学可视化提示词, 本质上是在“精确的数学语言”与“AI 能理解的视觉语言”之间搭建一座桥梁。数学是逻辑的, 而 AI 生成图像是感性的, 所以结构化的提示词尤为重要。提示词应包含三个要素: 一、AI 要扮演的某个专家。明确说明生成内容所处的知识领域可以迅速收窄查找范围, 提高生成内容的质量; 二、描述要生成的核心画面。类似于数学建模时给出定量公式, 提示词应包含设计方案核心画面的定量表达, 比如: “绘制方程 $ax^2 + by^2 + z^2 + dx = 0$ 决定的二次曲面”比“绘制一张空间二次曲面”更加有效; 三、画面的风格。设计方案可以有不同的风格, 明确画面风格能有效简化生成流程, 提升生成质量。

以二次曲面的演示为例, 最初的 DeepSeek 提示词(如附录 1 所示)包含以上三个要素: AI 扮演网页开发的前端专家, 核心画面是随参数连续变化的二次曲面, 画面风格是 Desmos3D 计算器。本来希望调用 Desmos 3D API, 生成空间二次曲面的动画, 但实际运行并不成功。三个模块是完整的, 但空间直角坐标系里并没有曲面显示。经过反复尝试, 仍旧无法生成满意的动画。原因可能在于 Desmos 只提供 Desmos API 而不提供 Desmos 3D API。附录 2 是修改之后的提示词。为了生成理想的曲面图象, 先用 Mathematica 画出图像并调控参数, 再把正确的 Mathematica 语句放入提示词, 保持提示词其它结构不变。这样就解决了没有图像的根本问题。

(4) 艺术加工: 配上音乐

进一步加密曲面上的点列, 调整演示项目的标题, 并将知识点模块放置到合适的位置之后, 整个动画便达到初始要求。如图 5 所示, 椭球面、椭圆柱面、单叶双曲面、锥面等会随参数 a, b, d 连续变化依次出现。为了增强艺术表现力, 给它配上巴赫的大提琴组曲前奏(图 4 右下角播放按钮)。最终生成的演示动画美妙生动, 曲面像是大自然的孩子随着方程自然起舞, 大提琴低沉回转的旋律此时却与三元二次多项式参数模块循环往复的左右滑动建立了某种神秘的内在联系, 让人流连忘返, 陷入沉思。

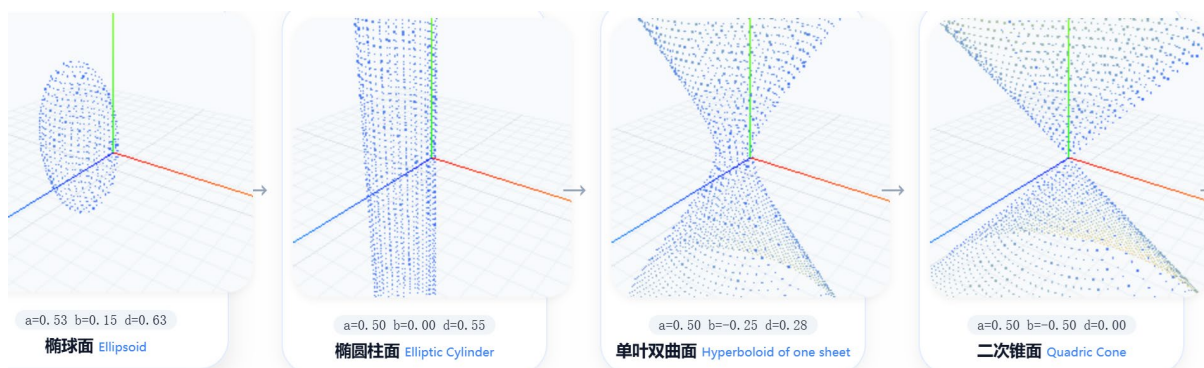


Figure 5. Four types of surfaces appear sequentially in the demonstration animation

图 5. 演示动画中依次出现的四种曲面

5. 总结与展望

未来 AI 将高效完成程序化重复性的繁杂工作, 人们的工作方式将有极大的改变。那么人是不是就会

失业, 无事可做? 也许从 AI 生成演示项目流程图(图 3)可以看出一些端倪。流程图中的方框都是事务性工作, 可以交给 AI 完成。圆圈是项目的开始和结束, 菱形是关键判断。一个项目的原创思想应该从人脑中产生, 也许未来也可以从 AI 中产生, 但决定是否将此思想付诸实践的, 决定项目是否达到预期和是否需要随实践反馈进行修正的应该是人。人应该是项目的发起者和决策者, 人应该充分发挥自身创造性思想、敏锐的洞察、高雅的品味来决定项目的发展。无论未来 AI 的智慧和能力到达怎样的高度, 这些应当是人类保留的基本工作权力。

基金项目

北京信息科技大学教学改革项目——AI 赋能高等数学动态可视化研究(2026JGAI35); 北京教育学院教学改革一般课题——双减背景下提升初中生模型观念的研究(SJYB2002-3)。

参考文献

- [1] 孔祥强. 基于 Matlab 软件的高等数学教学可视化研究[J]. 长春大学学报, 2015, 25(10): 51-54, 68.
- [2] 师钦贤, 郝金粮, 夏峰俊. 基于 MATLAB 的高等数学可视化的应用研究[J]. 科技创新导报, 2012, 9(3): 2-3.
- [3] 刘雄伟. 基于 Mathematica 的高等数学教学过程研究与实践[J]. 大学教育, 2016(2): 136-138.
- [4] 许超, 童新安. 基于 Maple 的高等数学动态可视化辅助教学研究[J]. 高师理科学刊, 2019, 39(6): 68-72.
- [5] Nardi, E. (2014) Reflections on Visualization in Mathematics and in Mathematics Education. In: Fried, M. and Dreyfus, T. Eds., *Advances in Mathematics Education*, Springer, 193-220. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7473-5_12
- [6] Svitek, S., Annuš, N. and Filip, F. (2022) Math Can Be Visual—Teaching and Understanding Arithmetical Functions through Visualization. *Mathematics*, **10**, Article 2656. <https://doi.org/10.3390/math10152656>
- [7] 吴玉斌, 聂琴, 杨盛武, 等. 基于 GeoGebra 的二次曲面动态可视化研究[J]. 应用数学进展, 2024, 13(7): 3065-3073.
- [8] 卢文浩, 杨立洪. 基于 Unity 3D 的积分可视化研究[J]. 创新教育研究, 2021, 9(2): 396-402.
- [9] 陈华, 桑兆阳, 李维国. 基于 Maxima 软件的高等数学可视化演示[J]. 实验科学与技术, 2016, 14(2): 46-49.
- [10] Palais, R.S. (1999) The Visualization of Mathematics: Towards a Mathematical Exploratorium. *Notices of the AMS*, **46**, 647-658.
- [11] 刘艳芹. 可视化教学在大学数学研究性教学中的应用[J]. 榆林学院学报, 2012, 22(2): 55-57.
- [12] 于绍慧. 浅谈创新能力培养中的高等数学可视化教学[J]. 合肥师范学院学报, 2016, 34(6): 65-67.
- [13] 段炼. 高等数学可视化教学的探究与实践[J]. 嘉兴学院学报, 2012, 24(3): 134-138.
- [14] 庞亮. 大学数学可视化教学的创新研究[J]. 赤峰学院学报: 自然科学版, 2015, 31(18): 15-16.
- [15] Zhu, Y., Jiang, H. and Zhong, L. (2026) Generative Artificial Intelligence-Assisted stem Education: A Systematic Review and Future Research Agenda. *European Journal of Education*, **61**, e70462. <https://doi.org/10.1111/ejed.70462>
- [16] 同济大学数学科学学院. 高等数学: 下册[M]. 第八版. 北京: 高等教育出版社, 2023: 40-43.
- [17] 刘鹏. 二次曲面变形记[J]. 高等数学研究, 2026, 29(2): 17-18.

附录

附录 1: 调用 Desmos 3D API 的提示词

你是一个精通数学可视化网页开发的前端专家。请使用 HTML、JavaScript 和 Desmos 3D API 创建一个交互式网页，用于演示“二次曲面”这一概念。具体要求：1) 场景：页面上有一个可交互的坐标系，绘制一张给定三元二次方程 $ax^2 + by^2 + z^2 + dx = 0$ 决定的二次曲面，并标明二次曲面的名称(包括 9 种二次曲面)。2) 核心交互：有三个滑动条分别控制 a, b, d 三个实参数，其中 a, b 在 $[-1, 1]$ 内变化， d 在 $[0, 1]$ 内变化。动态显示曲面的形状。3) 显示信息：实时显示二次曲面的中英文名称。左边控制面板，有播放重置按钮，右边是演示界面，下方附有主要知识点：二次曲面的标准方程和对应名称。4) 风格：页面风格应简洁、现代，类似于 Desmos3D 计算器的风格。使用清晰的标签和控件。将 Desmos3D 计算器嵌入到页面中，用于绘制图形，所有交互逻辑通过 JavaScript 控制 Desmos3D API 实现。5) 输出：提供一个完整的、可独立运行的 HTML 文件代码。

附录 2: 改用 Mathematica 语句的提示词

你是一个精通网页开发的前端专家。请使用 Mathematica 创建一个交互式网页，用于演示“二次曲面”这一概念。具体要求：1) 场景：在三维坐标系中，由 $\text{Manipulate}[\text{Plot3D}[\{\text{Sqrt}[-a x^2 - b y^2 - d x], -\text{Sqrt}[-a x^2 - b y^2 - d x]\}, \{x, -1 - d/(2 a), 1 - d/(2 a)\}, \{y, -1, 1\}, \{a, -1, 1\}, \{b, -1, 1\}, \{d, 0, 1\}]$ 决定的二次曲面，并标明二次曲面的名称(包括九种二次曲面)。2) 核心交互：有 3 个滑动条控制实参数 a, b, d ，变化范围由 $\{a, -1, 1\}, \{b, -1, 1\}, \{d, 0, 1\}$ 确定。动态显示曲面的形状，根据图像适当调整显示范围，使得曲面的形状能够清晰显示。3) 显示信息：实时显示二次曲面的中英文名称。左边控制面板，有播放重置按钮，右边是演示界面，下方附有主要知识点：二次曲面的标准方程和对应名称。4) 风格：页面风格应简洁、现代，类似于 Desmos 3D 计算器的风格。使用清晰的标签和控件。5) 输出：提供一个完整的、可独立运行的 HTML 文件代码。