

基于倾向得分匹配的高等数学分层教学效果评估

——以新疆师范大学理工科为例

卢维娜¹, 王昱婷², 杨晓蓉¹

¹新疆师范大学数学科学学院, 新疆 乌鲁木齐

²新疆理工职业大学通识学院, 新疆 喀什

收稿日期: 2026年7月20日; 录用日期: 2026年8月21日; 发布日期: 2026年8月31日

摘 要

对于大学所授的理工科高等数学课程来说, 分层教学是已被认为有效的做法, 其目的是按学生各自已有的数学基础来安排相应教学内容。文中运用描述性统计及倾向得分匹配方法(Propensity Score Matching, PSM)对A班(处理组)与B班(对照组)做比较分析, 用以考察分层教学对期末成绩的实际影响。将各组基本条件作适当匹配之后所得到的结果是: A班学生期末成绩总体上比B班要好, 因而分层教学有助于提高数学成绩。所采用的实证思路正好可以用来支持理工类高等数学分层教学的有关设想, 亦可指导教学改革或政策设计。

关键词

高等数学, 分层教学, 倾向得分匹配模型, 理工科专业, 教学效果

Evaluation of the Effectiveness of Layered Teaching in Advanced Mathematics Based on Propensity Score Matching

—A Case Study of Science and Engineering Students at Xinjiang Normal University

Weina Lu¹, Yuting Wang², Xiaorong Yang¹

¹School of Mathematical Sciences, Xinjiang Normal University, Urumqi Xinjiang

²College of General Education, Xinjiang Vocational University of Science and Technology, Kashgar Xinjiang

Received: July 20, 2026; accepted: August 21, 2026; published: August 31, 2026

Abstract

In the teaching of Advanced Mathematics for science and engineering majors at universities, stratified teaching is considered an effective pedagogical approach, aiming to provide personalized instruction based on students' varying mathematical foundations and abilities. This study employs descriptive statistics and the Propensity Score Matching (PSM) model to analyze students in Class A (treatment group) and Class B (control group) to evaluate the impact of stratified teaching on students' final examination scores. By matching the basic characteristics of students in both groups, the results demonstrate that students in Class A significantly outperformed those in Class B in their final overall scores, indicating that stratified teaching can effectively enhance students' mathematics performance. This research provides empirical support for the implementation of stratified teaching in Advanced Mathematics for science and engineering majors, offering robust references for teaching practices and policy formulation.

Keywords

Advanced Mathematics, Stratified Teaching, Propensity Score Matching (PSM) Model, Science and Engineering Majors, Teaching Effectiveness

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

2025 年中共中央国务院所发的《教育强国建设规划纲要(2024—2035 年)》又把“完善拔尖创新人才自主培养体系, 增强基础学科和关键核心技术领域人才储备”当作重点提出来[1], 清楚地指出拔尖创新人才应占国家发展战略的相应位置。高等数学是教育国家化思路中以思维“逻辑性、严谨性和灵活性”为要点的某种“基础学科”, 若能按分层教学原则加以运用, “拔尖”与“普通”两类学生都可在所学知识范围内进步、共获发展, 这正是各校长期思考、不断尝试的课题。高等数学对于大学阶段理工类专业来说是基本课程, 对逻辑思维及以后的专业训练都有奠基性的意义。传统上采用的“一刀切”教学法没有顾及个体之间有关数学起点或能力的差别, 有使部分人掉队、学习无成效的弊端。

分层教学是把学生按基础知识、学习能力或兴趣所对应的层次作区分, 予以相应安排的个别化教学方式, 其目的是使教学取得较好成效、学习变得轻松愉快。近来教育技术及理念都有所发展, 分层教学作为教学改革的一种思路已在高等教育中得到一定重视。但有关分层教学对于理工科学生学好高等数学是否必要、是否有效的结论, 尚缺少完整的实证研究支撑。倾向得分匹配模型(PSM)属于因果推断的重要工具, 可较准确地控制选择偏差, 有助于判断教学措施的实际效果。本文拟利用倾向得分匹配方法考察分层教学与大学理工科专业学生高等数学成绩的关系, 用科学角度论证其可行性。按高考数学成绩、平时作业、思维导图练习、阶段考试诸项指标匹配 A、B 班学生, 分析分层教学对期末成绩的作用, 思考它在高等数学中应占的位置与价值。

2. 研究现状

已有多年有关教学改革的实践探索, 国内学术界对高校分层教学做过较多理论思考及课堂事实的调

查,成果比较丰富。所涉论点包括育人目标、实际课堂运用、现实困难、量化指标诸项内容,目前各学者所得结论不完全一致,已发表的研究仍有缺憾或未解之题。下面将作较完整的归纳,把共识和不足都列出来,再以此为基础说明本文要讨论的角度及所持的创新思路。

2.1. 分层教学的本土理论支撑研究

对分层教学所依据的教育理论已有较完整的论述,国内外学者多作过相应分析。Abrami 等人 1992 年用元分析法考察小组同质分组教学情况,得出分层(或分组)方式对学习动机及学业成绩都有实际影响的结论,同时指出自我认知也会发生相应变化,这是分层课堂以分班形式实施的较早理论来源[2][3]。现在被普遍采用的理论是维果茨基的最近发展区学说,丁洁、童元松据此为数学教学设计动态分层方法,把学生已知与可能达到的水平都纳入考虑范围,否定单纯固定难度教学的合理性,又肯定分层安排可以形成适合各人的学习支点,即既不使弱者畏难、也不让优生失去进步机会[4]。刘敏与刘美凤是按组织变革思路来思考分层教学的改革者,所提“认知解冻-战略转型-机制重建”以三步为实施方法,说明分层不应只是简单分班的做法,有关课程、教学及考核诸项都应作相应安排,分层教学才会有实际成效[5]。

已有学者把数字化方法引入对分层教学的优化思考中,王志华用化学课作实例分析,按智学软件所获的实时答题数据来判断学生各层次的薄弱点,把传统上分层教学反馈慢的情形予以改善,所提的这类数据驱动思路对高校高等数学同样适用[6]。上述观点是从认知规律、教学演进方式及数字化技术诸项角度论述分层教学的可能实现,但目前多数论述是纯理论性质的,缺少以高校理工科实际高数生为对象的量化试验,不能保证理论分析同现实课堂在细节上完全契合。

2.2. 分层教学实施成效的实证研究

多数量化实证文献都认可分层授课对理科类课程成绩存在正向提升作用,杨冰清、刘美凤等人用国内 42 个分层教学案例作元分析统计,把理科类课程分层教学的平均效应定为 0.64,其提高效率远较文科为优,故可认为数理类科目采用分层法更易获得成功[7]。孙隽与杨延梅把“隐形分层”引入高校的实验课设计,结合网络及现场教学同时展开,总体上使教学质量有较大进步,对公共高数做分层处理具有现实意义和方法参照价值[8]。

也有部分学者结合高数课堂场景开展针对性改革探索,LiuX 等结合分层需求重构高数课堂教学流程,借助信息化工具搭建分层学习场景,设计多维度分层评价方式激发学生学习兴趣[9];Yermaganbetova K. S. 就工程类高数做职业化分层设计,给出切合实际岗位需要的分层练习建议[10]。上述文献均从课堂实践层面证实分层教学的积极作用,但研究普遍存在一个共性弱点:直接对比分层班级与普通班级成绩均值,没有考虑学生入学时本身存在的数学基础差距,无法区分成绩优势来自分层教学,还是学生先天学力差异。

2.3. 分层教学实施过程中的现实争议梳理

学界对分层教学所持的讨论分歧基本是关于课堂效率、全年级学力平均状态两者的协调问题,目前有两类不同的观点。

持正向立场的学者对同质分层持肯定态度,认为它有助于缩小单班学生所处能力层次的差距,教师不用花太多精力处理基础极端情况,教学资源可集中使用,是个性化教学的可行方案;持审慎意见者则警告说:若分层制度没有很好配套,固定分班时间过长就会使各层级班级整体上难以进步,低阶班级难有高阶知识的训练机会,班级成绩的差距会不断增大。孙祁岗在调查中发现一些学校以分层教学为由设立重点班级,优质师资与各种教学资源只作高阶班级的投入,偏离了育人均衡的基本原则[11];张蕊、宋信息把同群效应纳入分班模型分析范围,考察分层对班级内及跨班级学生的影响[12];林林等人从经济学角度研究分层教学的现实逻辑,把静态分层同资源不均现象联系起来[13]。目前有关争论多未借助准实验

计量法加以验证,不能清楚地区分成绩差异属于原始入学状态的结果或分层教学长期失衡的产物,本文即要针对此点展开讨论。

2.4. 倾向得分匹配(PSM)在教育领域的应用与局限

作为教育及相关研究中的一种方法及其限制倾向得分匹配是解决观测数据所涉内生偏差、近似随机试验的典型计量手段,现已用于教育、经济政策分析。张晓恒等人根据 PSM 的思路考察职业技能培训对农民工收入的影响,其结论是:不考虑内生性选择所导致的偏差会使政策成效被大大低估[14];崔宝玉等人以同样方式检验土地征用和农户收入的关系,证明 PSM 对非随机观察数据的处理有较可靠的解释力[15]。

将 PSM 引入分层教学研究的文献相对偏少,张蕊、宋信息在分班问题研究中纳入同群效应项开展匹配分析,但没有针对高校理工科高数、新疆多民族生源特征优化协变量选取[12]。刘凤芹、马慧专门讨论 PSM 模型的使用限制,指出模型分析结果高度依赖强可忽略性假设,协变量筛选、匹配方法、平衡性检验都会直接改变最终结论,现有高数分层相关研究普遍存在协变量选取单一、平衡性检验流程简化的问题,实证结论可信度不足[16]。

2.5. 现有研究存在的不足与本文研究切入点

(1) 实证方法短板:过往高数分层研究多采用简单均值对比,未用 PSM 消除生源基础带来的内生偏差,本文完整落地匹配、平衡性检验、多重稳健性检验整套流程,精准测算分层教学的净提升效应;

(2) 理论落地短板:现有文献仅单独提及最近发展区理论,没有结合高数两类班级教学设计作对比分析,本文拆分 A、B 班差异化支架教学模式,用课堂设计细节解释理论如何落地;

(3) 区域视角短板:现有分层教学研究极少关注新疆多民族、生源基础跨度大的地域背景,本文结合本地生源特征讨论分层教学的区域必要性,补充西部地方高校高数改革实证证据;

(4) 争议回应短板:有关分层教学所导致的学力均衡问题已有较多学理分析,但缺乏用数据说明的解决办法,现在以实际样本为据来建议动态流动分层、互助及资源均衡诸项改进方法。

3. 混合式分层教学策略的实践路径

3.1. 新疆理工科生源特征与 A 班分层班级学情特殊性

新疆师范大学理工科生源覆盖新疆南北疆各地州市,为多民族混合群体,原中学对数学的处理方式(资源或难度)有较大差异,新入校学生数学水平变化幅度很大,高考数学得分最低是 46 分、最多 119 分,若用统一方法教学困难很多,分层教学遂成为本地高校高数改革应解决的现实课题。

此次分层 A 班所涉学生是按高考数学成绩做双向筛选后确定的,基本掌握完整的初等数学内容,但有共同的弱点:对抽象概念的认识多属表面性质,缺乏将逻辑展开或处理复杂题型的能力;所涉学生一般已达 18 岁年龄,能跟上大学教学节律,而统一授课中基础较好的人仍有“课时内容偏简单、缺少拓展训练”类诉求;对课堂有较多投入,但只靠讲解不能长期激发求知动力,现用作业多为低阶练习,没有引导性高阶思考的材料。

3.2. 两类班级教学痛点对比

3.2.1. 常规统一授课 B 班核心痛点

从最近发展区角度分析 B 班生源的数学起点变化幅度大,个人实际解题能力及成长潜力未必一致,统一授课不宜用来建立适合所有人的学习支架。

一是教学所遇的困难不能同时满足两类学生:对理论及逻辑尚不熟悉的学员没有逐步展开的知识准备,遇到完整的高数内容即感困难,认知上不容易突破,较难跟上进度;而基础较好的学生又因教学速

度太缓或练习不够难,不能很好利用自身潜力,所学知识缺乏拓展的余地与动力。

二是所用教学手段太单调,支架不够完备:目前的课堂多为教师单方面讲解,对分层次的问题、有阶段性的练习或小组任务一类的支架运用不足,课后辅导没有按个体差异来安排,学困生未获逐步引导,优生也少有拓展课题可做。

三是所论的理论同实际有距离,评价梯度不完整:目前课程对理工类专业用例涉及不多,阶段考试所定难度一样,不能把各层次学生都纳入知识测评范围,学情信息不明,教师不易据此修改教学的支架设计。

3.2.2. 分层 A 班教学现存待优化问题

A 班学生整体基础扎实,原有最近发展区间上限更高,但初期教学设计仍存在短板:目前所提的理论拓展与基本训练之间比例有失平衡,有些拓展类课题较难为一般学生完成;线上或线下教学用到的资源尚无很高利用率,有关思维导图及项目式学习的指导手段不够完备;就过程性评价而论,对高阶思维考察所占分量太少,不能很好释放学生解决新题的创造力。

3.3. 分层班级差异化支架式教学模式

本次分层改革依托“线上+线下”“课内+课外”“基础+拓展”三维支架设计,针对 A、B 班不同最近发展区间搭建差异化学习支撑体系,形成两类适配性教学方案。

3.3.1. A 班(高阶分层班)支架教学设计

匹配学生较高认知起点,搭建拓展型支架,聚焦高阶思维能力培育:

(1) 课堂理论支架:授课时简化基础知识点重复讲解,增设定理推导延伸、多题型综合变式分析,以递进式复杂问题链搭建认知阶梯,引导学生自主完成逻辑推导;

(2) 课后任务支架:常规基础作业(process1)仅做轻量化巩固,重点布置思维导图知识梳理、小组数学建模项目(process2)等高阶深度学习任务,匹配学生潜在发展上限;

(3) 课外拓展支架:同步推送数学竞赛、专业建模案例、前沿数理应用文献,设置分层答疑时段,针对有拔高需求的学生开展专题研讨,推动学生突破现有学力水平。

3.3.2. B 班(常规统一班)支架教学设计

贴合学生偏低的平均认知起点,搭建阶梯型基础支架,优先补齐初等数学短板:

(1) 课堂理论支架:拆分复杂高数概念,分步拆解推导过程,配套例题梯度由浅入深,每节课预留基础题型课堂演练,降低认知跨越难度;

(2) 课后任务支架:加大基础计算、公式应用类常规作业权重,简化综合性探究任务,配套基础知识点微课回放资源,方便学生反复夯实基础;

(3) 课外帮扶支架:要按常规方式安排基础补差的答疑活动,设立跨班互助小组,用 A 班好生来解释基本知识,使各班学力差别有所减低。

3.3.3. 混合式教学配套保障

对两类班级都作统一安排,即线上自己预习、线下集中讲解的混合形式,而线上资源要按层次来分:A 班以扩展性案例及习题为主,B 班用基本微课与起始练习,借助数字手段灵活地控制学习支架的难易度,让教学提前于学生发展一步,正好符合最近发展区有关理论的基本思路。

4. 分层教学效果研究(数据分析和理论匹配)

4.1. 研究假设

结合维果茨基最近发展区理论、现有分层教学实证文献,以及两类班级差异化支架教学设计,提出

三组可检验假设：

H1：适配高认知起点的 A 班分层授课模式，能够匹配基础扎实学生的潜在发展区间，相较于统一授课 B 班，显著提升学生期末高数总成绩；

H2：学生期末总成绩受高考数学基础、三类分层过程性评估共同正向影响，阶段性综合测试(process3)作为综合性学情指标，对期末成绩的预测作用最强；

H3：在控制学生入学基础、过程学习表现等前置变量后，分层授课本身仍具备独立正向增值效应，班级教学模式差异会形成稳定成绩差距。

4.2. 模型构建

$$y = \alpha + \beta x + \gamma + \varepsilon$$

y 表示个体期末数学总成绩；x 为是否在 A 班接受不同的教学模式，1 表示是 A 班，0 表示是 B 班；γ 为其他影响个体期末总成绩的控制变量，主要包括过程性成绩 1~3，高考成绩，期末卷面成绩。

新疆师范大学理工科大一学生 2024-2025 学年第一学期通过双向选择 A 班遴选出 120 人，剩余 B 班 500 人(除去缓考 2 人)。

4.3. 班级成绩描述性统计分析

由表 1 的分组描述统计可以得知：A 班各项学业指标的均值都比 B 类常规班级大很多，成绩离散度低，内部学力较平衡。A 班期末卷面平均是 83.38、期末综合成绩平均是 88.75、高考数学平均是 99.47，而 B 班对应三项平均为 54.19、68.91、77.31；同时所列各项标准差中 A 班更小(期末总评标准差即 8.52)，B 班是 15.57，因此分层班级可望以同质教学缩小学力差异、控制成绩范围。

Table 1. Statistics of class allocation indicators
表 1. 分班指标统计量

班级	人数	指标	均值	标准差	最小值	最大值
A	120	过程性成绩 1	95.99	5.62	46.0	100.0
		过程性成绩 2	95.66	11.82	0.0	100.0
		过程性成绩 3	90.57	7.60	64.0	100.0
		期末卷面成绩	83.38	13.07	45	100
		期末数学总成绩	88.75	8.52	40.20	99.80
		高考数学成绩	99.47	9.22	76	119
B	500	过程性成绩 1	94.65	8.91	0.0	100.0
		过程性成绩 2	91.86	9.36	32.0	100.0
		过程性成绩 3	79.15	10.28	33.3	98.0
		期末卷面成绩	54.19	21.46	2.00	100
		期末数学总成绩	68.91	15.57	21.80	98.30
		高考数学成绩	77.31	16.68	46	118

注：数据保留两位小数。

有关过程性评估的各维度有较清楚的分组特征：A 班所涉三类过程性成绩平均都超过 90 分；B 班一般作业及思维导图类任务平均得分在 90 分以上，所做阶段性综合测试(process3)平均只到 79.15 分，标准差是 10.28，说明用统一方法教学时学生实际掌握的综合知识有较大差异，基础差者难于应对综合性测试

要求。
结合箱线图(图 1)与分组总成绩对比表 2 进一步观测成绩分布特征。

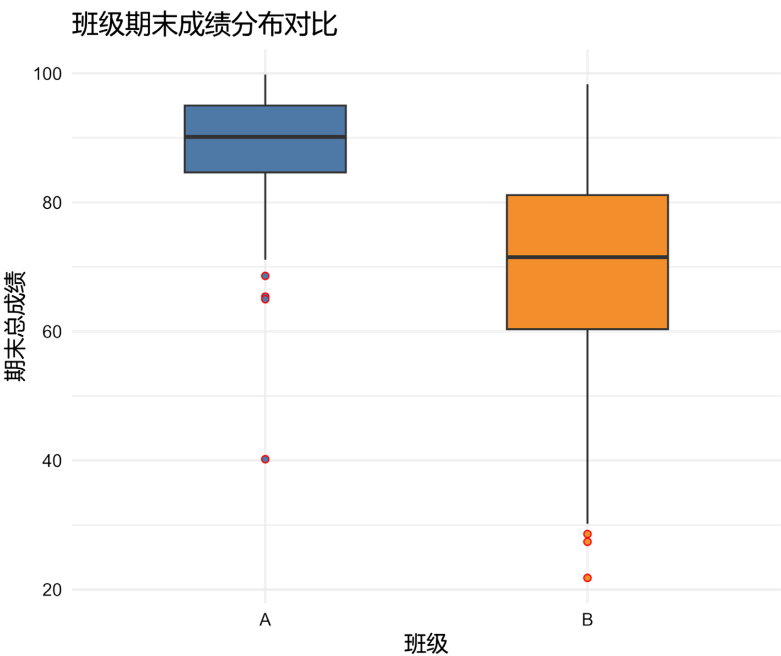


Figure 1. Boxplot of final total mathematics scores for Class A and Class B
图 1. A 班与 B 班期末数学总成绩箱线图

Table 2. Analysis of final total mathematics scores for Class A and Class B
表 2. A 班与 B 班期末数学总成绩分析表

对比维度	A 班情况	B 班情况
总成绩对比	整体成绩明显高于 B 班	整体成绩低于 A 班
成绩分布	分布集中，大部分在 80 分左右	分布广泛(20~90 分)，整体水平较低
中位数	≈85 分(半数学生成绩≥85 分)	≈70 分(半数学生成绩≤70 分)
四分位距(IQR)	较窄(数据集中，学生差异小)	较宽(数据分散，学生差异大)
异常值	少量低于 60 分的异常值	多个低于 30 分的异常值
极值范围	最高≈100 分，最低≈40 分	最高≈90 分，最低≈20 分
总结	成绩优异且稳定，仅个别学生表现不佳	成绩差异显著，部分学生极低分，整体水平较低

A 班期末成绩主要落在 80 分左右，中位数为 85 左右，四分位距窄，仅有个别低于 60 的低分(40 分以下)，所获分数无特别低者；B 班成绩从 20 到 90 都有出现，中位数只是 70 分，四分位距宽，多组极端低分(30 分以下)使学力总体上更不集中。从现成数据可看出统一教学对学生成绩的分化影响很大，按层次分班有利于保持班级整体的学业水准。

4.4. 变量相关性分析

表 3 变量相关系数矩阵显示各变量关联强度存在分层差异：

- (1) 阶段性综合测试 process3 与期末卷面、期末总评相关性分别为 0.50、0.57，中等显著相关，是预判期末成绩最有效的过程性指标；常规作业、思维导图任务与期末成绩相关性偏弱，单一基础训练难以综合反映期末综合解题能力；
- (2) 高考数学成绩与 process1、process2 相关性微弱，仅与阶段性测试、期末成绩形成中等正向关联，说明入学基础仅影响综合性知识运用，常规机械作业无法区分学生真实学力；
- (3) 就期末卷面及期末总评而论，二者有 0.98 的相关系数，关系极密切，总评成绩基本上是按卷面成绩来定的，过程分只略作修正。

Table 3. Variable correlation coefficient matrix
表 3. 变量相关系数矩阵

Variable	process1	process2	process3	final_exam	final_total	gaokao
process1	1.00					
process2	0.47**	1.00				
process3	0.24*	0.30	1.00			
final_exam	0.29	0.35	0.50**	1.00		
final_total	0.41*	0.47*	0.57**	0.98***	1.00	
gaokao	0.05	0.11	0.44**	0.51**	0.50**	1.00

注：*表示各因子之间的影响显著，*表示 $p < 0.05$ ，**表示 $p < 0.01$ ，***表 $p < 0.001$ 。

4.5. 倾向得分匹配模型实证结果

4.5.1. 协变量平衡性检验

由表 4 可知，A 班与 B 班就所研究的协变量(高考数学、课后练习、思维导图、阶段性测试诸项)而言在匹配前是不平衡的。经过倾向得分匹配处理之后各协变量基本达到平衡状态。

Table 4. Balance test results for final written exam scores
表 4. 期末卷面成绩分析平衡性检验结果

Variable	匹配前差异	匹配后差异
distance	1.685	0.069
gaokao	2.431	0.007
process1	0.245	0.133
process2	0.384	0.041
process3	1.503	0.078

所附图 2 是有关协变量平衡的诊断资料，其横轴用标准化均值差异(SMD)来度量处理组及对照组中各协变量的均值差。SMD 接近 0 即为平衡状态良好。纵轴给出 distance、gaokao、process1、process2、process3 等协变量的名称。红色点是未做修正的 SMD，蓝绿色点是修正过的 SMD。虚线是 SMD 所允许的阈值。按 process1、process2、process3 和 gaokao 分析时，调整后 SMD 多已接近 0，所涉变量基本达到

平衡。*distance* 也因调整而有较大幅度的 SMD 下降。从整体上说, 所列各协变量经调整后 SMD 都很接近 0, 即调整使因果分析的两组比较更可靠。

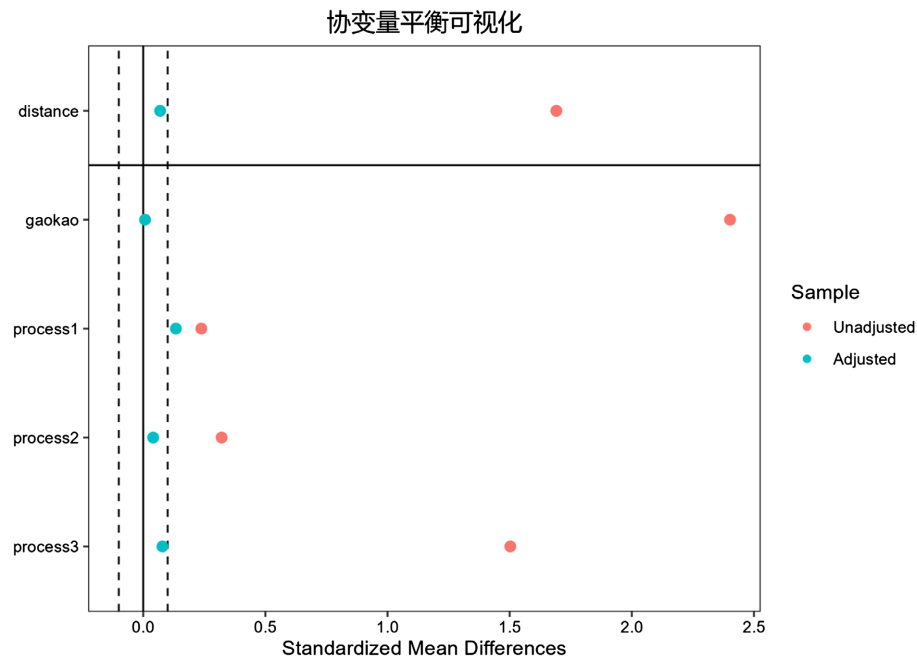


Figure 2. Covariate balance diagnostic plot
图 2. 协变量平衡诊断图

匹配前 A、B 班高考数学、三类过程性成绩等协变量标准化均值差异较大, 两组样本前置特征不均衡, 直接对比均值会高估分层教学效果; 采用近邻匹配完成样本配对后, 全部协变量标准化均值差异大幅收窄至接近 0 (表 4、图 2), 协变量平衡诊断图中调整后蓝绿色点均落在阈值区间内, 样本前置特征差异基本消除, 满足 PSM 模型强可忽略性假设, 匹配结果具备可信度。

4.5.2. 分层教学平均处理效应

按表 5 所述的匹配方法得到有关处理效应的估计值, 此时 A 班对 B 班而言期末成绩的平均处理效应是 15.68 分, 标准误即 2.85, 所对应 *p* 值小于 0.001, 说明处理有显著效果($p < 0.001$)。

Table 5. Estimation of treatment effects
表 5. 处理效应估计

处理效应	估计值	标准误	p 值
treated	15.68	2.85	0.00

有关总评成绩的分析所用的方法也是倾向得分匹配法。按此方法匹配之后各协变量的标准均值可参见表 6。

- 匹配后测算两类被解释变量的分层授课净效应:
- (1) 期末卷面成绩处理效应: 分层 A 班相较于匹配后对照组, 卷面平均分提升 15.68 分, 标准误 2.85, $p < 0.001$, 统计层面显著;
 - (2) 期末总评成绩处理效应: 按分层 A 来算的总评平均分较对照组多出 9.32 分(标准误是 1.97), $p <$

0.001，由此可判断所剥离的生源因素并不妨碍分层教学对成绩作长期、稳定的促进，即假设 H1 成立。

Table 6. Estimation of treatment effects for final total mathematics scores
表 6. 期末数学总成绩处理效应估计

处理效应	估计值	标准误	p 值
treated	9.316667	1.970381	0.00

4.5.3. 控制生源基础的多元回归结果

表 7 所述的截距项(Intercept)是针对 final_exam、treated 都为零的情形而给出的预测值(即期末成绩约 34.615 分)。此截距按统计标准是显著的($p = 0.00$)，所涉模型是有意义的。

Table 7. Interaction model results
表 7. 交叉模型结果

term	estimate	std.error	statistic	p.value
(Intercept)	34.615	1.218	28.40	0.00
final_exam	0.66	0.017	37.79	0.00
treated	5.037	0.652	29.59	0.00

把高考数学和分层组别的虚拟变量都带入多元线性回归分析(见表 7)，在已知学生入学基础的前提下，所称的分层组 treated 系数是 5.037， $p < 0.001$ ，即对同一高考数学成绩来说分层班期末总评比一般班多约 5.04 分。此处的回归系数即总体上分层教学的班级效应，这种效应应作双重理解，即：

- (1) 差异化教学方法效应：A 班搭建适配高基础学生的拓展型教学支架，课程难度、习题设计、拓展资源匹配学生最近发展区，教学内容与训练体系本身具备增值作用；
- (2) 同伴互动效应：A 班为同质学力班级，班级内部学习氛围、小组互助、同辈竞争形成正向激励，学生间交流讨论聚焦高阶数学问题，进一步助推成绩提升。

需要说明，本次截面观测数据无法通过模型完全剥离两类效应的独立贡献，但可明确同伴效应存在双向可能性：同质分层班级中，同辈良好学习习惯、探究式交流能够形成正向助推；但若长期固化分层，常规班级内部学生基础普遍偏弱，缺少高水平同伴交流对象，易弱化互助激励，扩大班级间学力差距，这也是后文需要重点讨论的优化风险点。高考数学成绩系数 0.66， $p < 0.001$ ，证明入学基础仍是期末成绩核心前置影响因素，验证假设 H2、H3。

5. 稳健性检验

为验证分层授课正向效应不随样本、指标、模型调整发生改变，设置两组稳健性检验方案：

- (1) 把 B 班所涉极端成绩都剔除以后，所见的处理效应是 3.627， $p < 0.001$ ，其方向和原来分析的结果相同；由此可知，即使不考虑 B 班中个别极端的成绩，A 班同 B 班在成绩上仍有明显差异，而处理效应方向仍如原分析所述。这样的结果又可用于证明 A 班教学法或学生状况对成绩是利多的。另外还做了有关稳健性的补充考察，即把模型中用到的控制变量加以修改，以检验分层教学效果是否具有稳定性。
- (2) 用期末总成绩代替数学卷面成绩来处理时，所得到的效应是 4.240， $p < 0.001$ ，方向同前。所得到的结果也证明：如果按期末总成绩来考察，A 班和 B 班之间成绩的差距仍属明显，而且处理效应所指的方向与原分析并无矛盾。就期末数学成绩或期末总体成绩而言，A 班所用的教学安排、所涉学生都对

成绩有正向的促进意义。这样的稳健性检验正好有助于确认研究发现的可信度，亦是对分层教学作较完整、较有力的实证辩护或说明。

就整体而论，已做的稳健性检验和原分析没有矛盾，都支持分层教学。对分层教学应作完整考虑并予以推广。

6. 结论与教学优化启示

6.1. 分层实施策略：适配区域多元生源，同步提升教学效率

实证数据充分证实分层授课能够显著提升理工科学生高数期末成绩，对教法本身和学生个体都较有利，在新疆所涉多民族、生源差异较大的情况下，分层教学是极有价值的实践选择。

所列样本资料清楚地表明高考成绩对预测学生学好高数的可能性有较大价值，用它来分层挑选对象可将学生原初的认知状态理清，找到最近发展区的位置，确定适合的学习方式：A 班做较多高阶训练，对已具良好基础者予以充分开发；B 班集中于基本功与分阶段辅导，把入学所缺知识补上，两种班级在教学目的、进度乃至课后练习上都作分层安排，不主张“顾此失彼”式的统一授课。

要避免由静态分层所导致的各种限制：长期按固定方式分班有固化班级学力之嫌，一般班级缺少能促进高阶学习的交往机会，各层次班级的学力实际差距会越拉越大。解决办法是采用动态流动的分层思路：以每个学期的综合测试 process3 来分析学情，把 B 班成绩突出者列入可能转 A 的人选，将 A 班中无法应对拓展课的生员转到 B 班，不拘泥于既定班级身份，用流动来缩小学力鸿沟，又让个体、群体都获得适当的发展空间。

6.2. 多元过程评价体系：以阶段性综合测试为核心完善学情反馈

相关性分析显示，阶段性综合测试 process3 与期末总成绩关联度最高，是衡量学生综合知识运用能力的核心指标，常规书面作业、单一思维导图任务仅能反映浅层知识记忆，难以预判期末综合解题表现。目前 B 班 process3 的平均分低且分布较散，根本原因应归为统一难度测试未照顾到个体差异、评价层次不足、对学情的反应不够及时。

有关优化的启示可用来指导“过程性分层评价 + 终结性考核”协同体系的建立：应按层次安排阶段性测试所用试卷，即对 A 班提出综合建模或多重推演的题型要求，而 B 班以基本计算及定理运用为主；要利用数字化方法即时统计过程成绩的标准差，若某班测试中标准差长期偏大，即可能因教学难度和学生实际水平有落差而造成困难，此时宜调整个性化支架或习题难度等级；要提高深度思考、合作探究类任务在评价中的地位，少用单纯刷题形式考核，把教学重点由记忆转向逻辑能力、思维习惯的养成。

6.3. 分层教学均衡发展优化路径：兼顾学生个性化提升，缩小不同班级成绩差距

回归模型数据能够看出，就算抛开学生入学底子的差别，分层班级学生的成绩依旧有明显提升。这种成绩优势一方面来自适配的分层授课方式，另一方面也来自同班级同学互相带动的学习氛围。但如果分层制度设计不完善，只给高阶班配备优质教学资源，普通班级缺少拔高学习渠道，长期下来两类班级的分数差距会持续拉大。结合现有研究观点和本次调研数据，从资源分配、跨班交流、教师辅导三个方面给出改进办法：

(1) 均衡分配教学资源，避免资源只偏向高阶班级：竞赛资料、拓展习题、专题讲解课件同步对所有班级开放；专门安排老师负责普通班基础补差，补齐基础薄弱学生的知识短板；

(2) 搭建跨班级互助学习渠道，打破分层带来的隔阂：定期组织 A、B 班混合小组研讨，由 A 班基础

扎实的学生协助普通班同学梳理基础知识点,发挥同伴带动作用;

(3) 完善分层配套制度,不让班级固定不变:实行学期流动调班机制,不划分永久固定班级;所有高数教师统一集体备课,共享分层习题、阶梯式授课方案,同步提升全年级授课质量;

(4) 借助线上学习平台缩小班级差距:对普通班作分层设计(即微课、分阶练习),使学生能按自己的节奏利用空余时间弥补不足、增长知识,所用方法仍属分层教学的范畴,但可把全班乃至全年级成绩拉近。

6.4. 区域研究拓展展望

本次研究仅选取新疆师范大学理工科样本,后续可扩大调研范围,覆盖新疆多所地方本科、高职理工类专业,对比不同生源规模、民族构成院校的分层教学实施效果;同时可纳入学生学习动机、数学学习自信心、创新思维等非学业指标,长期追踪分层授课对学生综合素养的影响;结合人工智能智慧教学系统优化动态分层流程,实现依据实时学情自动调整班级层级、教学支架难度,进一步完善适配西部地区高校的高数分层教学体系。

基金项目

新疆师范大学教学研究与改革项目——《基于拔尖人才培养的高等数学高阶班教学模式研究》(SDJG2024-46)。

参考文献

- [1] 中共中央 国务院印发《教育强国建设规划纲要(2024—2035年)》[EB/OL]. https://www.gov.cn/zhengce/202501/content_6999913.htm, 2025-01-19.
- [2] Abrami, P.C., Chambers, B., d'Apollonia, S., Farrell, M. and De Simone, C. (1992) Group Outcome: The Relationship between Group Learning Outcome, Attributional Style, Academic Achievement, and Self-Concept. *Contemporary Educational Psychology*, **17**, 201-210. [https://doi.org/10.1016/0361-476x\(92\)90060-c](https://doi.org/10.1016/0361-476x(92)90060-c)
- [3] Kulik, C.C. and Kulik, J.A. (1982) Effects of Ability Grouping on Secondary School Students: A Meta-Analysis of Evaluation Findings. *American Educational Research Journal*, **19**, 415-428. <https://doi.org/10.3102/00028312019003415>
- [4] 丁洁, 童元松. 最近发展区视域下高职院校分层教学的创新路径研究[J]. 教育与职业, 2022(11): 80-84.
- [5] 刘敏, 刘美凤, 胡琳琳, 张绣苗. 我国分层教学的问题探讨与转变路径——基于组织变革理论的视角[J]. 现代教育技术, 2024, 34(8): 43-50.
- [6] 王志华. “智学软件”助力高中化学分层教学的实践研究——以不同阶段“化学平衡常数”的教学为例[J]. 化学教学, 2022(5): 27-33.
- [7] 杨冰清, 刘美凤, 孙冉. 分层教学对职业学校学生学业成绩的影响——基于国内 42 项实验研究的元分析[J]. 中国远程教育, 2022(11): 65-73.
- [8] 孙隽, 杨延梅. 高校实验课分层教学的改革探索[J]. 实验技术与管理, 2016, 33(7): 200-204.
- [9] Liu, X., Feng, Y. and Wu, C. (2022) Practice and Exploration on the Reform of Advanced Mathematics Teaching in Different Levels. *Curriculum and Teaching Methodology*, **5**, 24-30.
- [10] Yermaganbetova, S.K., Abylkasymova, A.E. and Baishagirov, K.Z. (2023) The Content and Methodological Features of Professionally Oriented Training of Engineering Students in Higher Mathematics. *Higher Education for the Future*, **11**, 47-59. <https://doi.org/10.1177/23476311231207681>
- [11] 孙祁岗. 真正的“分层教学”更符合教育公平原则[J]. 人民教育, 2021(23): 6-7.
- [12] 张蕊, 宋信息. 混合分班还是分层教学——基于同群效应视角的理论研究[J]. 经济学报, 2023, 10(3): 334-376.
- [13] 林林, 杨林生, 刘春朝. 浅谈高等教育中“分层教学”的经济学原理[J]. 黑龙江高教研究, 2017(11): 164-167.
- [14] 张晓恒, 朱战国, 刘余, 周应恒. 职业技能培训与新生代农民工收入增长——基于倾向得分匹配模型的分析[J]. 统计与信息论坛, 2017, 32(3): 114-120.

- [15] 崔宝玉, 谢煜, 徐英婷. 土地征用的农户收入效应——基于倾向得分匹配(PSM)的反事实估计[J]. 中国人口·资源与环境, 2016, 26(2): 111-118.
- [16] 刘凤芹, 马慧. 倾向得分匹配方法的敏感性分析[J]. 统计与信息论坛, 2009, 24(10): 7-13.