

探索师范类解析几何课程的“资源 - 评价” 一体化教改路径

——“空间向量与四面体体积”为例

裴拴保, 梁志鹏, 杨进霞*

塔里木大学信息工程学院, 新疆 阿拉尔

收稿日期: 2026年8月8日; 录用日期: 2026年9月9日; 发布日期: 2026年9月17日

摘 要

以“空间向量与四面体体积”为主要内容, 探索塔里木大学师范类解析几何课程的“资源 - 评价”一体化教学改革路径。通过构建知识图谱来厘清知识点之间的逻辑, 融入课程思政元素强化师范属性, 整合大学生数学竞赛资源从而拓展学习深度, 同时依托多元评价与智能技术保障教学效果, 最终实现知识讲授、思政育人与师范技能培养的有机统一。

关键词

空间向量, 四面体体积, 师范类解析几何, “资源 - 评价”一体化, 教学改革

Exploring the Integrated Teaching Reform Path of “Resource-Evaluation” in Normal University Analytic Geometry Courses

—A Case Study of “Spatial Vectors and Tetrahedron Volume”

Shuanbao Pei, Zhipeng Liang, Jinxia Yang*

College of Information Engineering, Tarim University, Aral Xinjiang

Received: August 8, 2026; accepted: September 9, 2026; published: September 17, 2026

*通讯作者。

文章引用: 裴拴保, 梁志鹏, 杨进霞. 探索师范类解析几何课程的“资源-评价”一体化教改路径[J]. 教育进展, 2026, 16(9): 1146-1157. DOI: 10.12677/ae.2026.1692006

Abstract

This paper focuses on spatial vectors and tetrahedron volume as the core content, and explores the integrative teaching reform path of “resource-evaluation” for the Analytic Geometry course in normal education at Tarim University. By constructing a knowledge graph to clarify the logical relationships among knowledge points, integrating ideological and political elements to strengthen the normal education attributes, incorporating resources from the National College Students Mathematics Competition to expand learning depth, and relying on diversified evaluation and intelligent technology to guarantee teaching effectiveness, we ultimately achieve the organic unity of knowledge instruction, ideological and political education, and normal professional skill cultivation.

Keywords

Spatial Vectors, Tetrahedron Volume, Analytic Geometry for Normal Universities, “Resource-Evaluation” Integration, Teaching Reform

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

1.1. 研究背景

吕林根和许子道共同编写的《解析几何》第五版中，第一章“向量与坐标”里涉及的“空间向量与四面体体积”这部分内容，是衔接空间向量代数运算和几何度量问题的重要环节。它不仅是帮助学生理解空间解析几何的具体形态、掌握几何度量方法的关键内容，也是学生解答全国大学生数学竞赛中与四面体相关问题的理论依据。除此之外，对于师范类数学专业的学生来说，这部分知识还是他们今后从事中小学空间几何体教学工作时，必须掌握的核心内容。

不过在目前这部分内容的实际教学过程中，还存在三个比较明显的问题，这些问题使得教学难以满足师范类数学专业的人才培养要求。

第一个问题是，知识点的讲解比较零散，教学过程中大多是单独讲解混合积的计算、四面体体积公式的推导等单个内容，学生很难形成“向量运算→体积公式→竞赛应用→教学转化”的完整逻辑体系，在知识的灵活运用和迁移方面能力比较欠缺。

第二个问题是，课程思政和师范专业的培养目标没有充分融入到教学中，教学重点主要放在知识讲解和解题训练上，没有结合中小学数学教师所需要的“教学实践能力 + 思政育人素养”这两方面的培养需求，也缺少引导学生从“自己学会知识”向“教会别人知识”的能力转变。

第三个问题是，评价学生学习效果的方式比较单一、片面，主要以期末的书面考试为主，重点考查学生对公式的记忆和计算能力，没有对学生的学习过程、竞赛解题能力以及师范类所需的教学技能进行有效的评价，无法全面体现学生的综合能力。

1.2. 研究意义

1.2.1. 理论意义

本研究以“空间向量与四面体体积”为具体研究对象，尝试搭建一套“知识图谱 + 课程思政 + 数

字化资源”联动运转的教学资源体系，形成可循环优化的教学闭环。这一做法主要为了解决解析几何教学中知识点孤立、碎片化的问题——既能为单节课的教学改进提供可直接套用的实践案例，也能为师范类数学专业基础课的教学改革补充新的理论参考。同时，研究还将建立一套全新的学习评价体系：吸纳教师、学生等多方参与评价，覆盖从课前预习到课后巩固的完整学习过程，并依托智能平台的学习数据给出客观判断。这将改变过去只靠考试定成绩的单一评价模式，为师范类数学课程评价体系的完善提供理论支持。

1.2.2. 实践意义

从学生能力培养的角度来说，本研究通过搭建系统的教学资源、设计科学的评价方式，能帮助师范类数学专业的学生，扎实学会用空间向量求解四面体体积的方法，把相关知识点串联起来，形成完整的知识框架。与此同时，还能提升学生在全国大学生数学竞赛中，应对同类题型的解题能力和技巧。更关键的是，通过专门针对师范生设计的教学资源和教学技能评价，能培养学生把大学解析几何的知识，转化成中小学教学的能力，帮助他们从“单纯学习知识的学生”，慢慢转变为“具备教学思维的准教师”。从实际教学应用来看，本研究整理出的教学资源、教案设计以及评价方法，都能直接用到师范院校解析几何课程的教学，给一线授课老师提供一套能直接上手操作的教学方案，帮助老师提高解析几何课程的教学质量，更好地实现育人目标。

2. “空间向量与四面体体积”教学资源建设

在搭建这部分教学资源时，我们始终把师范生专业素养的培养作为核心方向，严格按照“知识系统化、内容思政化、资源数字化、应用多元化”这四个原则，努力打造一套全面、多层次的教学资源体系。

这套资源体系包含知识图谱、课程思政相关内容、数字化教学资源以及 AI 助教等关键部分，最终实现知识传递、能力培养、价值引导与师范教学技能训练的深度融合，保证各项培养目标能够协同推进、有机结合。

2.1. 知识图谱

构建“向量 - 体积 - 应用”的完整逻辑脉络，以思维导图作为直观的展示载体，梳理“空间向量与四面体体积”的知识关联，搭建基础层、延伸层、拓展层、师范层四层知识体系。

在每一层的知识节点上，都标注出“概念→公式→教材例题→竞赛题目→教学案例”的关联线索，形成一个闭环的知识网络，从而实现知识在纵向层面的深化和横向层面的拓展。

2.1.1. 基础层：核心概念与几何意义[1]

这一层主要聚焦空间向量的核心运算概念，明确点积、叉积、混合积的定义、运算规则以及它们的几何意义。其中重点攻克混合积的几何意义——混合积的绝对值，等于以这三个向量为邻边的平行六面体的体积，这为四面体体积公式的推导打下了坚实的理论基础。

同时，我们还会梳理混合积的运算性质，比如交换律、结合律以及符号所代表的意义，解决学生在理解“混合积符号与空间点位置关系”时遇到的难点问题。

在此基础上，构建包含基础层、延伸层、拓展层和师范层的四层知识体系，在每一层的知识节点上，都标注出“概念→公式→教材例题→竞赛题目→教学案例”的关联关系，形成一个闭环的知识网络。

通过这种方式，实现知识在纵向层面的深化和横向层面的拓展，让学生更好地掌握知识之间的内在联系。

点积：两个向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的模和它们夹角的余弦的乘积叫做向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的数量积(也称内积/点积)，记作

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ 或 $\vec{a}\vec{b}$ ，即 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle(\vec{a}, \vec{b})$ 。

叉积：两个向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的向量积(也称外积/叉积)是一个向量，记作 $\vec{a} \times \vec{b}$ 或 $[\vec{a}\vec{b}]$ 。

混合积：给定空间的三个向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ ，如果先作前两个向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的向量积，再作所得的向量与第三个向量 $\vec{c}$ 的数量积，最后得到的这个数叫做三个向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ 的混合积，记做 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ 或 $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ 或 $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$ 。

2.1.2. 延伸层：公式推导与教材例题对接

以混合积的几何意义为切入点，推导四面体体积公式：若四面体以 A,B,C,D 为顶点，棱 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 为邻边，则其体积 $V = \frac{1}{6} |(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD})|$ ；同时对接吕林根《解析几何》第五版中的经典例题，如“已知四点坐标求四面体体积”等，讲解常规解法与解题技巧，实现知识与教材的无缝衔接，夯实学生的基础解题能力。

例：已知四面体 ABCD 的顶点坐标 A(0,0,0), B(6,0,6), C(4,3,0), D(2,-1,3)，求它的体积。

解 由初等几何可知，四面体 ABCD 的体积 V 等于以 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 为棱的平行六面体的体积的六分之一，因此

$$V = \frac{1}{6} |(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD})|;$$

但

$$\overline{AB} = \{6, 0, 6\}, \quad \overline{AC} = \{4, 3, 0\}, \quad \overline{AD} = \{2, -1, 3\},$$

所以

$$(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}) = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -6,$$

从而

$$V = \frac{1}{6} |(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD})| = 1.$$

2.1.3. 拓展层：竞赛真题对接与应用能力提升

这一层主要围绕全国大学生数学竞赛中与四面体相关的真题展开，梳理出考试中出现频率较高的考点，比如“四面体内部点的体积向量关系证明”这类题型。

我们会建立起“体积公式→向量运算→竞赛证明”的应用思路，总结提炼竞赛解题的思维方式和实用技巧，帮助学生实现从基础解题能力到竞赛解题能力的提升[2]。

例：记三维欧氏空间中不共面的四点 A,B,C,D 生成的四面体为 ABCD，在四面体 ABCD 内部取一点 O，设四面体 OBCD 的体积为 V_A ，四面体 OACD 的体积为 V_B ，四面体 OABD 的体积为 V_C ，四面体 OABC 的体积为 V_D 。

(1) 求证： $(\overline{OA} \cdot (\overline{OC} \times \overline{OD}))(\overline{OB} \cdot (\overline{OC} \times \overline{OD})) < 0$ ；

(2) 求证： $V_A \overline{OA} + V_B \overline{OB} + V_C \overline{OC} + V_D \overline{OD} = \vec{0}$ 。

解 (1) 因为点 A,B 落在 O,C,D 所决定的平面的两侧，若 $\overline{OA}$ ， $\overline{OC}$ ， $\overline{OD}$ 为右手系，则 $\overline{OB}$ ， $\overline{OC}$ ，

$\overrightarrow{OD}$ 为左手系, 反之亦然。故

$$(\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD}))(\overrightarrow{OB} \cdot (\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD})) < 0。$$

(2) 三维欧氏空间中 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ 这四个向量线性相关。因为 O 点在四面体 $ABCD$ 内部, 所以这四个向量中每三个向量线性无关。故根据线性无关的定义, 得到存在非零实数 x, y, z, w 使得

$$x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC} + w\overrightarrow{OD} = \vec{0}。 \quad (1)$$

将(1)式与向量 $\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD}$ 作内积, 得到

$$x\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD}) + y\overrightarrow{OB} \cdot (\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD}) = 0。$$

不妨假设 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ 为右手系, 则 $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ 为左手系, 而三个共起点向量决定的平行六面体的体积等于 6 倍的这三个向量起点和三个终点顶点决定的四面体体积, 故

$$\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD}) = 6V_B, \quad \overrightarrow{OB} \cdot (\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD}) = -6V_A, \quad y = \frac{V_B}{V_A}x。$$

同理, 将(1)与向量 $\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OD}$ 作内积, 得到 $z = \frac{V_C}{V_A}x$ 。

将(1)与向量 $\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}$ 作内积, 得到 $w = \frac{V_D}{V_A}x$ 。

代入(1)式得到

$$V_A \overrightarrow{OA} + V_B \overrightarrow{OB} + V_C \overrightarrow{OC} + V_D \overrightarrow{OD} = \vec{0}。$$

2.1.4. 师范层: 中学教学转化与教案设计

我们将教学内容延伸到中学“空间几何体体积”的相关教学上, 搭建起大学空间解析几何与中学数学之间的知识桥梁。

一方面, 会讲解如何运用向量的思路, 去解释中学阶段学到的三棱锥(也就是四面体)体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$, 实现大学知识与中学知识的衔接与兼容; 另一方面, 会设计“让高中生理解四面体体积”的教学片段, 明确这个教学片段的教学目标、教学重点和难点、教学方法以及具体的教学环节。

同时引导学生思考两个关键问题: 一是如何把抽象的向量知识变得通俗易懂, 二是如何设计有趣的教学活动, 帮助中学生理解空间几何体, 通过这样的方式, 培养学生设计中学教案的能力。

2.2. 课程思政体系: 融入师范目标与育人价值[3]

紧密结合我校数学专业的人才培养方案要求, 将科技报国、教师职业情怀、家国情怀这些思政元素融入到教学资源中, 构建“案例浸润 - 实践体验 - 素材支撑”的课程思政体系。

通过这种方式, 实现思政教育与专业教学、师范技能培养的有机融合, 达到潜移默化、润物无声的育人效果。

2.2.1. 思政案例: 榜样引领, 树立专业自信

我们会挖掘数学领域中, 与空间几何相关的中国数学家的事迹, 其中以吴文俊院士的几何定理机器证明作为核心案例。

介绍吴文俊院士将空间向量等现代数学方法运用到几何定理证明中, 创立了数学机械化理论, 为中国数学发展作出的重大贡献, 以此体现“科技报国”的精神和“自主创新”的科研态度。

同时，还会介绍苏步青、华罗庚等数学家在几何领域的研究成果，引导学生感受中国数学家严谨的治学精神和深厚的家国情怀，帮助学生树立对数学专业的自信心和民族自豪感。

2.2.2. 实践任务：立足师范，培育职业情怀[4]

乡村教育振兴是新时代教育高质量发展的重要战略举措。立足该时代背景，本次设置思政融合型教学实践作业，要求师范生针对乡村高中生，开展“空间四面体体积”主题趣味数学课堂教学设计。作业立足乡村学生的知识基础与认知规律，结合乡村学情特点，打造兼具趣味性、实操性与适配性的教学内容与互动环节。同时，以立德树人为根本，将新时代教师吃苦耐劳、扎根基层、潜心育人的职业情怀融入教学设计，实现数学专业教学与思政育人的有机融合。

本次实践作业聚焦职前师范生培养，旨在培育其“下得去、留得住、教得好”的乡村教师核心素养。依托课堂设计实践，引导师范生坚守教育初心、厚植乡土育人情怀，树立爱岗敬业、扎根基层、潜心施教的职业价值观，锤炼适配乡村教育的教学能力与综合素养，主动担当助力乡村教育高质量发展的时代使命。

2.2.3. 素材整合：结合实践，厚植家国情怀

我们会收集与“空间几何在国家发展中的应用”相关的各类素材，比如北斗卫星导航系统中用到的空间几何定位技术、港珠澳大桥等重大工程里的四面体结构设计、航天航空领域中空间几何体度量的实际应用等。

将四面体体积的知识应用，与国家科技发展、工程实践紧密结合起来，让学生切实体会到数学知识的实际应用价值，从而深深植入“学好数学、服务国家”的家国情怀。

2.3. 数字化资源建设与 AI 精准教学赋能体系

本研究依托现代数字化教育技术，构建层级化、结构化的数学课程数字资源体系。通过整合微课视频、分级习题库、思政融合型课件与教学设计案例，搭建“微课-习题训练-课件教案”一体化数字资源包。同时，引入智能 AI 助教系统，结合学科知识图谱与双路径推荐算法，实现学习资源智能匹配、个性化学习指导与师范技能模拟实训等功能，搭建智能化、沉浸式的师范生自主学习与教学实训平台，有效弥补传统师范教学中分层教学不足、指导针对性弱、实训形式单一等现实问题。

2.3.1. 层级化数字化资源包建设[5]

本研究围绕“空间四面体体积”这一核心教学知识点，结合师范生专业学习、能力发展与职业培育的多元需求，搭建层次分明、各有侧重、互为补充的立体化数字教学资源体系，兼顾基础知识夯实、解题能力提升与乡村师范育人素养培育。在微课资源建设方面，结合课程重难点与学生常见学习误区，针对性录制系列微型教学视频，内容主要涵盖空间向量混合积的几何内涵、四面体体积公式的完整推导思路、经典竞赛题型的分步解题解析等核心内容。所有微课均控制在 5~8 分钟，内容精炼、重点突出，侧重于梳理公式逻辑、拆解知识难点、规范解题思维，适配学生利用碎片化时间开展精准自主学习的需求，助力学生循序渐进吃透核心知识点。在习题资源建设方面，遵循由浅入深、循序渐进的认知规律，构建三级梯度化习题库。其中基础层以吕林根经典教材课后习题为主，用于巩固课堂基础知识、夯实学科功底；提升层筛选空间几何优质竞赛真题，拓展学生的几何思维与综合解题能力；应用层结合乡村中学的教学实际，对常规题型进行本土化、课堂化改编，形成适配乡村教学场景的实操类习题，实现从知识积累、能力提升到教学落地的阶梯式育人训练。在教学配套资源建设方面，同步开发融合思政元素的动态几何演示课件与精细化教学设计详案。课件依托动画演示的形式，将航天工程、大国基建等优质思政素材融入知识点讲解，让抽象的空间几何知识与国家科技发展、工程建设实践相结合，潜移默化渗透科学

精神与家国情怀；教学设计详案则细化知识点衔接逻辑，明确每一处思政融入节点与师范技能训练要点，将知识讲授、思政浸润、从教技能训练有机结合，落实三位一体的综合育人目标。

2.3.2. AI 助教技术架构与核心算法原理

本研究构建的 AI 助教系统采用四层模块化技术架构，依次为知识图谱知识库、智能检索模型、混合推荐算法、学情诊断与教学干预模块。区别于仅具备简单问答功能的传统智能工具，本系统依托结构化学科知识体系与双路径推荐逻辑，实现知识解析、资源适配、路径规划、教学实训的一体化智能服务，有效弥补传统师范生线上辅助学习缺乏针对性、专业性与场景性的不足，能够深度匹配数学学科学习与乡村师范教学实训的双重场景需求。

知识图谱是 AI 助教实现智能化服务的核心底层支撑，并非简单的知识点罗列或教学大纲梳理。本研究针对“空间四面体体积”专题，搭建专属结构化知识图谱体系，以知识点为核心节点，覆盖概念定义、公式推导、逻辑原理、常见易错点、题型变式、中学教学应用、思政育人案例七大维度。同时通过语义关联边，构建知识点前后衔接关系、题型与考点对应关系、知识内容与育人场景的耦合关系，形成立体化、可检索、可联动的学科知识网络。在具体技术实现上，知识图谱通过语义标签化处理，支撑系统两大核心智能功能。其一，智能问答检索功能，系统对用户自然语言提问进行分词解析与语义匹配，依托知识图谱的关联链路，精准定位问题对应的核心知识点、易错逻辑与拓展内容，针对性解答学生的知识困惑与教学设计难题。其二，个性化学习路径规划功能，系统基于学生的学习薄弱环节，调用知识图谱的前置关联节点与后置拓展节点，自动串联基础知识点、配套微课与习题资源，为学生搭建循序渐进、查漏补缺的个性化学习链条，实现知识体系的闭环建构。

为解决单一推荐算法适配性弱、覆盖面窄的缺陷，本系统采用“内容分析 + 协同过滤”混合推荐算法，两类算法各司其职、互补赋能，实现学习资源的精准、个性化推送。其中，内容分析算法以学习者个体学习特征为依据，结合学生的知识薄弱题型、学习重难点、自主学习偏好等内容特征，匹配知识图谱中对应的短板模块，定向推送适配性补强资源，聚焦个体知识漏洞的精准补齐。协同过滤算法则基于群体学习特征，依托同专业师范生的共性学习规律与优质学习路径，挖掘适配几何专题学习、师范教学设计的优质资源与训练范式，结合个体学习特征进行二次筛选推送。两种算法融合应用，既能够针对学生个人知识短板进行靶向补强，又可以借鉴群体成熟、高效的学习与实训经验，实现个体精准提升与群体经验赋能的双向育人价值。

2.3.3. AI 助教智能化功能与个性化教学干预应用

基于上述完善的技术架构与双算法赋能机制，本 AI 助教系统搭建多项专业化、场景化的智能教学功能，聚焦师范生知识提升与乡村从教素养培育，针对性弥补传统师范统一化培养模式缺乏个性化指导、实训场景单一的短板，全方位适配师范生自主研学与基层教学能力养成的核心需求。

其一，智能语义检索与即时答疑服务。系统支持文字、语音两种交互提问方式，打破线下课堂的时空局限。师范生在知识学习、教学设计筹备过程中遇到的各类疑难问题，均可实时咨询系统。具体涵盖空间几何重难点知识，如混合积负值的几何内涵、四面体体积公式的竞赛变式用法，同时也包含乡村课堂教学实操问题，如如何通俗化讲解棱锥体积、如何设计生活化课堂讲解环节等。系统依托完备的学科知识图谱解析问题核心，快速匹配对应的微课片段、知识点解析、典型例题以及适配乡村课堂的教学话术案例，为师范生自主研学与教学设计优化提供实时、高效的支撑。

其二，分层分类个性化教学干预与资源适配。依托混合推荐算法与知识图谱的智能匹配能力，系统可依据学生知识掌握程度、能力短板与发展需求，实施差异化的资源推送与学习指导，替代传统“一刀切”的统一教学模式。针对基础薄弱、公式辨析与逻辑理解存在漏洞的学生，系统重点匹配公式推导微

课、教材基础习题与知识点辨析课件,帮助学生夯实理论基础,理清核心知识逻辑;针对基础扎实、具备拔高潜力的学生,定向推送空间几何变式题型、竞赛拓展真题,助力学生突破思维局限,提升高阶解题与知识应用能力;针对师范教学素养不足、教学设计思路单一的学生,主动推送思政融合教学设计案例、乡村本土化趣味课堂方案,引导师范生结合乡村学情优化教学思路,打磨贴合基层教学场景的课堂设计能力。

其三,沉浸式乡村课堂模拟实训。为强化师范生基层从教实操能力,系统依托知识图谱内置的乡村课堂场景库、生活化教学案例库与标准化授课话术库,高度还原乡村中学真实课堂场景。结合乡村教学本土化、生活化的育人特点,设置贴合乡村学情的专项实训任务,包括通俗化拆解四面体体积公式、依托乡村草垛等生活化实物讲解立体空间结构与几何特征等。师范生可依托平台反复开展模拟授课、重难点讲解、课堂互动设计等实训训练,系统基于课堂教学评价逻辑,针对性指出教学逻辑混乱、语言表述生硬、知识点讲解晦涩、生活化融入不足等问题,并提供标准化、乡土化的授课优化建议。通过常态化的沉浸式模拟实训,持续打磨师范生的课堂表达能力、学情适配能力、乡土化教学创新能力,帮助师范生积累基层授课经验,培育扎根乡村、适配乡村教育的扎实从教素养。

3. “空间向量与四面体体积”教学评价体系

以“师范素养培养”为核心,构建多元化评价主体、过程性与终结性评价结合、数据驱动的智能评价三位一体的教学评价体系,全面、客观、科学地评价学生的知识掌握、竞赛能力、师范技能与思政素养,实现“以评促学、以评促教、以评促发展”。

3.1. 多元化评价主体

学生自评:通过量表评价“对四面体体积向量解法的掌握程度”“设计中小学教案的用心程度”“对思政案例的感悟深度”;

小组互评:以4~5人为一组,对“竞赛真题解题思路”“中小学教案设计”进行互评,重点评价“逻辑严谨性”“教学可行性”“思政融入自然度”;

教师与中小学教师联合评价:高校教师评价知识掌握与竞赛解题能力,邀请实习学校的中小学教师评价“教案的教学适配性”,确保评价贴近培养目标。

3.2. 过程性与终结性评价结合

过程性评价(占比70%):

课堂表现:记录学生在“竞赛题讨论”“思政案例分享”中的参与度;

作业完成:日常作业(教材习题、微课笔记)的及时性与质量,思政实践作业(乡村教案设计)的完成度;

平台数据:超星学习通中微课观看时长、AI助教提问次数、资源下载类型等行为数据;

终结性评价(占比30%):

知识测试:以“混合积计算、四面体体积公式应用、竞赛题选做”为核心的闭卷测试;

教学展示:随机抽取学生进行“10分钟四面体体积中学课堂模拟教学”,考查师范技能。

3.3. 数据驱动的智能评价

学习行为分析:通过大数据分析学生在“混合积概念”“体积公式推导”“竞赛题应用”等知识点的停留时间、错误率,定位学习难点(如发现多数学生对“混合积符号与点的位置关系”理解不足);

预测与干预:AI助教根据分析结果,自动推送“混合积符号几何意义”的专题微课和针对性习题,教师也可据此调整课堂重点讲解内容;

能力画像：生成学生“知识掌握－竞赛能力－师范技能－思政素养”四维能力雷达图，直观呈现学习优势与不足。

4. 实践效果与反思[5]

4.1. 实践对象与方法

本研究采用准实验研究法，以平行班级对照的方式开展教学实践探究。研究选取本校数学与应用数学专业两个常规平行教学班作为研究对象，通过随机分组的方式划定实验班与对照班，其中实验班共计42名学生，对照班共计40名学生。为规避学生初始学业水平、综合素养差异对实验结果造成干扰，保障实验研究的严谨性与科学性，本研究在正式开展教学干预前，对两个班级学生统一实施前置基线测评。测评内容围绕师范生核心能力展开，涵盖数学专业知识基础、课堂教学实践能力、思政育人素养三个核心维度。

基线测评数据统计结果显示，实验班前置测试平均分为81.24分，标准差为4.26；对照班前置测试平均分为80.96分，标准差为4.31。为进一步验证两组样本初始水平的一致性，本研究采用独立样本t检验开展组间均衡性分析，检验结果表明，两个班级学生在专业知识、教学能力、思政素养的前置基础层面不存在显著统计学差异($t = 0.283, P > 0.05$)。由此可见，两组研究样本基线条件基本一致，满足对照实验的研究前提，样本数据具备良好的可比性，能够有效保障后续实验结果的准确性。

本研究严格恪守单一变量实验原则，对所有无关干扰变量进行统一控制。实验班与对照班的授课教师、教学课时、课程教材、实践作业主题、课堂教学环境等外部条件均保持一致，仅将本研究构建的新型教学体系作为唯一实验变量，以此精准甄别创新教学模式的育人实效。

在具体教学实施层面，对照班沿用传统师范课程标准化教学模式，整体遵循常规课堂授课范式。教学过程以教材知识体系为核心，依次开展知识点梳理、空间四面体体积公式理论推导、经典例题讲解与课后习题巩固训练。教学内容局限于教材固有理论知识，未结合乡村中学学情开展适配性教学设计，也未融入航天工程、大国基建等思政拓展素材，不涉及乡村教师扎根基层、潜心育人的职业情怀渗透。在课程实践作业环节，仅要求学生完成常规数学教案撰写，无思政融合设计、分层教学适配、综合素养培育等拓展要求，整体教学以理论知识识记与解题训练为核心。

实验班则采用本研究自主构建的资源与评价一体化创新教学体系开展教学。以乡村中学“空间四面体体积”趣味数学课设计为核心实践载体，在常规知识教学基础上，融入国家重大工程思政育人资源，渗透基层教师吃苦耐劳、扎根乡土的职业素养培育内容，配套多维能力评价机制，形成“资源赋能、实践探究、思政浸润、多元评价”的一体化新型教学模式，重点培育师范生的学科应用能力、乡村教学适配能力与育人情怀。

教学干预全部结束后，本研究从多维视角构建育人成效评价体系，围绕学生知识掌握水平、几何竞赛解题能力、课堂教学实践能力、思政综合素养四个维度选取核心评价指标，具体包含数学专业知识测试成绩、空间几何竞赛题型正确率、乡村数学教学设计质量评分、思政素养感悟问卷得分，系统开展实验班与对照班的组间成效对比。本研究全程遵循统计学分析规范，整理记录两组样本量、平均分、标准差等基础数据，采用独立样本t检验分析组间差异，设定 $P < 0.05$ 为统计学差异显著的判定标准。通过量化对比两组学生的综合能力差异，客观验证本研究创新教学体系的实际应用价值与育人成效，切实保障研究结论的科学性与客观性。

4.2. 实践效果

教学干预结束后，本研究从知识掌握、师范技能、思政素养三个核心维度对实验班与对照班的育人

成效进行对比分析。结果显示：知识掌握层面，实验班学生关于四面体体积向量解法的测试平均分较对照班高出 15.2%，全国大学生数学竞赛同类真题解题正确率提升 21%。师范技能层面，实验班学生完成的乡村中学教案，在教学环节设计、知识通俗化表达两项核心指标上表现突出，整体优良率达 88%，显著优于对照班。思政素养层面，90%的实验班学生能够结合实例阐释解析几何知识与国家建设发展的内在关联，其思政实践作业的职业情怀融入度优良率可达 95%。

经统计学检验，上述各项核心指标的组间差异均具有统计学意义($P < 0.05$)。由此证实，本研究构建的数字化、思政化一体化教学体系能够有效提升师范生的专业知识水平、乡村教学能力与基层育人情怀，对培育适配乡村教育发展的优质师范人才具备良好的实践效果。

4.3. 反思与改进

AI 助教对“思政类问题”的回答深度不足(如“如何将吴文俊事迹与教师职业结合”的回答较生硬)；部分学生对过程性评价的重视程度仍需加强；

改进方向：优化 AI 助教的思政问答模块，增加教师职业情怀类语料训练；通过“评价结果个人访谈”强化学生对过程性评价的认知，明确其对师范技能培养的作用。

5. 结论

以“空间向量与四面体体积”单节内容为切入点，通过构建“知识 - 思政 - 数字”三位一体的教学资源体系，以及“多元 - 过程 - 智能”的评价体系，可有效提升师范学生的知识掌握、竞赛能力、思政素养与师范技能。这种单节内容的教改范式，为解析几何乃至师范类数学课程的微观改革提供了可操作的路径，有助于培养符合新时代要求的中小学数学教师。

基金项目

塔里木大学教育教学改革研究项目；项目名称：基于 AI 赋能的《解析几何》智慧课程建设研究与实践；项目编号：TDGJYB2534。

参考文献

- [1] 吕林根, 许子道. 解析几何[M]. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2019.
- [2] 全国大学生数学竞赛组织委员会. 全国大学生数学竞赛真题解析(数学类) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2023.
- [3] 宋传静, 沈菁华, 程瑶. 《解析几何》课程思政建设方案[J]. 教育进展, 2022, 12(3): 768-775.
- [4] 教育部等七部门印发《关于加强和改进新时代师德师风建设的意见》的通知[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A10/s7002/201912/t20191213_411946.html, 2019-12-16.
- [5] 董小燕, 王颖, 崔丽敏. 基于“以学生为中心”理念的“二次曲面”教学设计及实践[J]. 高等数学研究, 2025, 28(1): 109-112.

附 录

趣味数学课简易教案：空间四面体的体积

一、基本教学信息

授课对象：高中学生

课时：1 课时(40 分钟)

教学核心：掌握四面体体积计算公式，结合生活、工程实例体会数学实用性，引导学生踏实求学、学以致用。

二、教学目标

1. 知识目标：理解四面体体积公式的由来，熟记公式，能准确找准几何体的底面与对应高，独立完成基础体积计算。

2. 能力目标：通过观察实物、小组实操、例题练习，提升学生空间想象和动手解题能力，贴合学生具象思维特点。

3. 素养目标：结合生活场景和国家工程案例，让学生体会数学源于生活、用于实践；引导学生养成脚踏实地、勤学实干的学习习惯，树立学有所用、服务家乡、报效国家的理想。

三、教学重难点

重点：掌握四面体体积公式，能熟练进行基础计算。

难点：准确判定四面体的底面与对应高，结合实际场景灵活解题。

四、教学准备

教具：纸质四面体模型、四面体支架实物图、乡村棱锥形草垛实景图

五、教学过程

(一) 趣味导入：立足生活，引出课题(5 分钟)

结合学生日常所见提问：农村田间的草垛、房屋简易棱锥屋檐、劳作使用的三角支架，大多都是四面体结构。农民堆放粮食、搭建简易农具支架，都需要大致估算占用空间。

顺势提问：这些随处可见的四面体结构，体积该怎么计算？让学生明白数学不是书本上的抽象知识，而是生活生产中能用得上的实用技能，自然导入本节课——空间四面体的体积。

(二) 新知探究：直观推导，掌握公式(12 分钟)

1. 旧知衔接：带领学生回顾已学的三棱柱体积公式，利用纸质教具现场演示，将一个三棱柱拆分成三个体积完全相等的四面体。通过直观观察，让学生看懂推导逻辑，避免复杂理论讲解。

2. 公式总结：推导得出四面体体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，明确 S 为底面三角形面积， h 为底面对应的高。

3. 核心要点：重点强调四面体的任意一个面都可以当作底面，解题关键是找准底面对应的高，结合教具反复展示，帮助学生突破空间想象难题。

4. 简单拓展：讲解四面体结构稳固、节省材料的特点，在生活和大型工程中应用广泛，为后续实例讲解铺垫。

(三) 例题精讲：分层练习，贴合实际(10 分钟)

选取贴近生活、难度适中的两道例题，分层巩固知识点。

1. 基础例题(生活场景)：乡村简易四面体储物支架，底面三角形底边长 3 m、高 2 m，支架整体高 1.5 m，求支架的体积。侧重公式基础代入计算，夯实基础。

2. 拓展例题(工程实例)：结合港珠澳大桥的四面体支撑结构，简化数据进行体积计算。让学生了解

基础几何知识是大国工程的基础，感受数学的实用价值。

(四) 课堂实操：小组合作，动手实践(8 分钟)

以 4 人小组为单位，利用课前准备的纸质四面体模型，自主测量底面边长、对应高，自主计算体积。小组成员相互核对数据、纠错改错，教师指导，重点帮扶基础薄弱的学生。在实操中培养学生动手能力和互帮互助、踏实认真的学习态度。

(五) 课堂小结与育人升华(3 分钟)

1. 知识小结：梳理本节课核心内容，熟记四面体体积公式，掌握“找底面、找对应高、代入计算”的解题步骤。

2. 育人升华：小小的四面体，既能用于乡村日常生产生活，也能支撑大国基建。数学学习没有捷径，唯有脚踏实地、日积月累才能学有所成。希望同学们立足基础、勤学实干，未来无论是扎根乡村建设家乡，还是投身国家科技建设，都能凭借扎实学识担当责任、报效祖国。

(六) 课后作业(2 分钟)

1. 基础作业：完成 2 道基础体积计算题，巩固课堂知识点。

2. 实践作业：观察身边的四面体实物，记录结构特点，尝试估算其体积，养成学以致用习惯。

六、思政融入说明

本节课全程以学生熟悉的乡村生活场景为切入点，搭配国家工程实例，弱化抽象理论，突出数学的实用性。在知识讲解、动手实践、课堂总结中自然渗透踏实求学、互帮互助的学习品质，引导学生重视基础、学以致用，树立扎根基层、报效国家的家国情怀，实现知识教学与德育育人的有机统一。