

基于模糊综合评价法的高等数学教学改革质量评价研究

刘祖林^{1*}, 陈庆武², 宋 翌¹, 卢俊宇¹

¹北部湾大学数理学院, 广西 钦州

²南宁市第三中学, 广西 南宁

收稿日期: 2026年9月23日; 录用日期: 2026年10月20日; 发布日期: 2026年10月27日

摘 要

近年来, 人工智能技术的持续发展对教师教学与学生学习产生了双向影响: 恰当运用可提升教学质量与学习效益, 反之则可能削弱教学成效。本研究聚焦于北部湾大学公共基础课程《高等数学》所实施的“三维融合·双线驱动·AI赋能”混合式教学改革策略, 运用模糊综合评价法对其改革质量进行系统评估, 以识别现存不足并推动持续完善, 构建“问题发现-教学改革-再发现问题-再持续改进”的闭环机制。该研究旨在支撑北部湾大学的高质量发展, 同时为其他院校的教学改革与质量提升提供实践参考。

关键词

模糊综合评价法, 高等数学, 教学改革质量评价

An Evaluation Study of Teaching Reform Quality in Advanced Mathematics Based on the Fuzzy Comprehensive Evaluation Method

Zulin Liu^{1*}, Qingwu Chen², Yi Song¹, Junyu Lu¹

¹School of Mathematics and Physics, Beibu Gulf University, Qinzhou Guangxi

²Nanning No. 3 Middle School, Nanning Guangxi

Received: September 23, 2026; accepted: October 20, 2026; published: October 27, 2026

*通讯作者。

文章引用: 刘祖林, 陈庆武, 宋翌, 卢俊宇. 基于模糊综合评价法的高等数学教学改革质量评价研究[J]. 教育进展, 2026, 16(10): 1954-1966. DOI: 10.12677/ae.2026.16102306

Abstract

In recent years, the rapid advancement of artificial intelligence has generated a twofold impact on both teaching and learning: when applied appropriately, it enhances instructional quality and learning efficiency, yet improper use can undermine educational outcomes. This study examines the blended teaching reform strategy characterized by “three-dimensional integration, two-track driving, and AI empowerment”, which has been implemented in the public foundational course Advanced Mathematics at Beibu Gulf University. Employing the fuzzy comprehensive evaluation method, this research systematically assesses the quality of the reform, with the goal of identifying existing shortcomings, facilitating ongoing improvement, and establishing a closed-loop mechanism that cycles through “problem identification, teaching reform, renewed problem detection, and continuous enhancement”. Ultimately, this study aims to support the high-quality development of Beibu Gulf University while offering practical insights for teaching reform and quality enhancement initiatives at other higher education institutions.

Keywords

Fuzzy Comprehensive Evaluation Method, Advanced Mathematics, Quality Evaluation of Teaching Reform

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

为应对高等教育普及化带来的质量挑战、回应新技术对教学形态的深刻影响、落实国家新时代教育评价改革政策，并满足高校自身的发展与产业对创新型人才的迫切需求，通过系统评估检验已有的教学改革成效，引导其回归育人本位具有重要意义。2021年，教育部印发了关于《普通高等学校本科教育教学审核评估实施方案（2021—2025年）》的通知¹，文件详细阐述了高校要坚持推进教学改革，落实“以学生为本”，强化学生中心、产出导向、持续改进，以评促建、以评促强，最终实现高校的高质量发展。

为了评估具体教学改革举措的质量，许多学者和一线教师都积极地参与到其中，如彭莹红等人[1]通过问卷调查发现现有高校教师教学质量存在评价方式较单一、评价数据不够客观、评价体系不够完善等重要问题，从学校、二级学院、教师同行以及学生多个角度出发，构建了“一平台两融合三联动四维度”的教学质量评价体系。谭明等人[2]指出，当前高校基础课程教学质量评估存在三大问题：依赖科研项目与成果的评价方式较为片面，采用“生评教”成绩欠缺合理性，依据期末考试成绩衡量教学质量也缺乏科学性。对此，他们从教师的学术水平、教学方法与责任心三方面提出了新的评价方法。王广健等人[3]基于OBE理念开展了化学课程的教学改革工作，并采用模糊综合评价法对改革成效进行了分析。彭延峰等人[4]在对比研究中指出，采用神经网络进行教学质量评价存在样本需求量大、计算负担重等问题。鉴于这些缺陷，他们提出了可全方位评估教学质量的变量预测模型分类法。时鹏等人[5]基于层次分析法，从教师、教材与学生三个维度，对西安理工大学水利水电工程专业的教学质量构建了评价体系，并据此提出了针对性的教学改革举措。陈绍杰等人[6]在高校课堂教学质量评估研究中，针对传统问卷调查存在

¹https://hudong.moe.gov.cn/srcsite/A11/s7057/202102/t20210205_512709.html

主观性强、随机性大、操作复杂等弊端，提出了一种基于抬头率的课堂教学质量评价方法。该方法具有操作简便、可实时监测课堂教学质量的优点。

随着人工智能技术的迅猛发展与教育信息化的深度推进，高等数学教学正面临前所未有的机遇与挑战。在此背景下，新工科高等数学课程的教学实践中逐渐暴露出若干典型的学生认知与学习困境，如过度依赖答案而忽略推导过程、理解浅表而无法复述原理、盲信输出而缺乏批判意识，这些问题直接影响了课程目标的达成与学生数学素养的构建。针对上述问题，本文聚焦“三维融合·双线驱动·AI 赋能”混合式教学改革的质量评价，基于模糊综合评价法，从知识、能力、素养、教学满意度及课程考核评价机制五个维度进行系统性评估，以识别教学改革中存在的不足，持续优化教学实践，助力高校实现高质量发展。

2. 基础知识

2.1. 模糊层次分析法

为了提高解决复杂问题的科学性和效率，在 20 世纪 70 年代，美国运筹学家 Saaty 教授[7]提出了层次分析法(Antalytic Hierarchy Process, AHP)，它是定性与定量相结合的一种研究方法，其核心思想是将复杂的决策问题划分为目标、准则、方案等层次结构。随后，为了处理一些具有不确定性、模糊性的决策问题，基于模糊集理论，把它拓展为模糊层次分析法(FAHP)。在 FAHP 中采用 0~1 标度量化任意两个指标重要性比较的模糊不确定性，具体的含义如表 1 所示：

Table 1. The specific meaning of the 0~1 scale
表 1. 0~1 标度的具体含义

0~1 标度	含义
0	指标 x_j 完全重要于 x_i
0.1	指标 x_j 非常重要于 x_i
0.2	指标 x_j 强烈重要于 x_i
0.3	指标 x_j 明显重要于 x_i
0.4	指标 x_j 稍微重要于 x_i
0.5	指标 x_j 与 x_i 同等重要
0.6	指标 x_i 稍微重要于 x_j
0.7	指标 x_i 明显重要于 x_j
0.8	指标 x_i 强烈重要于 x_j
0.9	指标 x_i 非常重要于 x_j
1	指标 x_i 完全重要于 x_j

为了方便表示任意两个指标重要性的比较，给出模糊判断矩阵的定义如下：

定义 1 [7] 假设有 n 个指标 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，由任意两个指标 x_i 与 x_j 的比值 r_{ij} 构建的矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times n}$ ，则称矩阵 R 为模糊判断矩阵。

其中，元素 r_{ij} 满足 $r_{ij} \in [0, 1]$ ， $r_{ij} + r_{ji} = 1$ 。

接下来，为了更好地检验专家提供的模糊判断矩阵是否具有严格逻辑关系，给出模糊判断矩阵的一

致性定义如下：

定义 2 [7] 假设模糊判断矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times n}$ 中的元素满足下列关系：

$$r_{ij} = r_{ik} + r_{kj} - 0.5 \quad (\forall i, j, k \in n) \quad (1)$$

则称模糊判断矩阵 R 是加型一致的。

事实上，受客观环境复杂性和专家知识、经验局限性等因素影响，决策专家提供的模糊判断矩阵很难满足公式(1)的严格逻辑一致性。因此，为了度量它的不一致性程度，Herrera-Viedma 根据定义 2 的分析构建了不一致性的检验指标。

定义 3 [8] 模糊判断矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times n}$ 的不一致性指标定义如下：

$$CI(R) = 1 - \frac{2}{3n(n-1)(n-2)} \sum_{i,j,k=1; i \neq j \neq k}^n |r_{ij} + r_{jk} - r_{ik} - 0.5| \quad (2)$$

从公式(2)中可以看出， $CI(R)$ 的值越大，表明模糊判断矩阵的一致性程度越高。特别地，当 $CI(R) = 1$ 时，此时该判断矩阵具有加型一致性。设判断矩阵一致性可接受的阈值为 $\overline{CI}$ ，当 $CI(R) \geq \overline{CI}$ 时，表明该模糊判断矩阵的一致性水平是可接受的。

随后，为了确定各指标在决策中的权重，Xu 等人[9]提出了如下权重公式：

$$w_i = \frac{2}{n^2} \sum_{j=1}^n r_{ij} \quad (3)$$

2.2. 评估矩阵

假设某一评价对象有 m 个评价因素，构成一个因素集 $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ ，每个因素又有 n 个子因素，每个因素有 5 个级别的评语集[10]：

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\},$$

其中，各评语等级依次表示为：优秀、良好、中等、合格、不合格。为使定性评价结果可量化计算，进一步为每个评语等级赋予相应的分值区间及代表值，具体对应关系如表 2。

Table 2. Comments and scores

表 2. 评语与分值

等级	优秀	良好	中等	合格	不合格
分数	90~100	80~90	70~80	60~70	60 分以下

由每一个影响因素 U_i 的子因素对评语集构成的隶属度矩阵如下：

$$R_i = \begin{bmatrix} U_i | u_1 \\ U_i | u_2 \\ \vdots \\ U_i | u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{i11} & r_{i12} & \cdots & r_{i15} \\ r_{i21} & r_{i22} & \cdots & r_{i25} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{in1} & r_{in2} & \cdots & r_{in5} \end{bmatrix}$$

为了综合所有的因素与子因素对评价对象的影响，采用加权平均算子进行综合专家的评价信息：

$$B_i = w \circ R_i = (b_{i11}, b_{i12}, b_{i13}, b_{i14}, b_{i15}) \quad (4)$$

其中， $b_{ij} = \sum_{k=1}^n w_k \cdot r_{ikj} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, 3, 4, 5)$ 。

3. 教学改革质量综合评价

3.1. 问卷调查设计与分析

本研究主要采用了整群抽样与问卷调查法相结合的抽样策略对教学改革质量进行综合评价，具体实施过程如下：

抽样对象与范围：以北部湾大学公共基础课程《高等数学》的授课教师及实施新教学改革措施的学生为调查对象，以“行政班”为基本抽样单位，共覆盖了 10 个行政班。

样本规模：涉及学生总人数为 458 人。此外，还纳入了高等数学教研室 20 位教师的打分结果作为评价主体之一。

抽样实施过程：(1) **问卷设计：**基于构建的“知识掌握、能力提升、素养发展、教学满意度、课程评价机制认可度”五个一级指标及其下属的 25 个二级指标，设计了系统性的教学质量评估问卷；(2) **数据收集：**面向上述 10 个行政班的学生群体以及授课教师分别展开调查，收集关于“三维融合·双线驱动·AI 赋能”混合式教学改革效果的反馈数据；(3) **专家打分：**同时利用教学改革团队教师的专业打分，构建模糊判断矩阵，与问卷调查数据共同作为评价依据。

本研究所选取的样本具有一定的代表性，具体分析如下：

覆盖度与全面性：样本同时包含了学生(学习者)和教师(教学实施者)两个核心评价主体。这种“双主体”视角避免了单一评价视角的偏差，能够更客观地反映教学改革在教与学两方面的实际效果。在北部湾大学《高等数学》课程中覆盖了 10 个行政班，涉及 458 名学生。对于一所高校的公共基础课而言，这一样本量在单校单课程研究中具有较好的规模，能够反映该课程在多个班级实施改革后的普遍情况，而非个别班级的特例。

适用性与针对性：样本直接来源于实施“三维融合·双线驱动·AI 赋能”混合式教学改革的班级，样本与评价目标(改革质量评价)高度匹配，能够真实反映该特定改革模式下的教学成效。458 人的学生样本量结合教师的专业打分，为模糊综合评价法中的隶属度矩阵构建和权重计算提供了充足的数据基础，有助于提高评价结果的统计稳定性和可信度。

局限性说明：样本仅来自北部湾大学一所高校，且仅限于《高等数学》这一门课程。因此，研究结论在推广到其他地区、其他类型高校或不同学科课程时，其代表性可能受限，需要结合其他院校的数据进行验证。高等数学作为理工科基础课，其教学特点(如逻辑推导、计算能力)与其他人文社科类课程存在差异，样本结果主要反映的是理工科基础课在 AI 赋能下的改革情况。

3.2. 层次分析模型构建

为了更全面、系统地评估所提出的“三维融合·双线驱动”教学改革措施的实施质量与效果，本研究从知识掌握、能力提升、素养发展、教学满意度以及课程评价机制认可度五个核心维度出发(一级评价指标，每个一级指标下有五个二级指标，具体的含义如表 3)，构建相关指标的层次分析模型如图 1。

Table 3. Indicator and its meanings

表 3. 指标及其含义

一级指标	二级指标	对应评价的内容
知识掌握(A_1)	概念理解深度(B_{11})	能用自己的语言复述定义、定理
	定理推导能力(B_{12})	能独立完成定理的逻辑推导过程
	知识结构完整性(B_{13})	理解数学知识之间的关联与体系

续表

能力提升(A_2)	条件敏感性(B_{14})	能识别定理适用条件(如格林公式、洛必达法则)
	符号与数学语言运用(B_{15})	正确使用数学符号、表达式、逻辑语言
	人机协同解题能力(B_{21})	向 AI 精准提问、分解任务、整合结果
	批判性验证 AI 能力(B_{22})	识别 AI 答案中的逻辑漏洞或计算错误
	数学建模能力(B_{23})	将实际问题转化为数学模型并求解
素养发展(A_3)	复杂问题分解能力(B_{24})	分步解决复杂数学问题, 构建完整解题链条
	工具使用与元认知能力(B_{25})	记录 AI 使用过程, 反思学习路径
	批判性思维(B_{31})	不盲从 AI、教材、教师, 主动质疑
	科学精神与求真态度(B_{32})	严谨、求证、不伪造、不抄袭
	技术伦理意识(B_{33})	关注 AI 使用的学术诚信、数据隐私
教学满意度(A_4)	创新与开放性思维(B_{34})	尝试多种解法、提出新问题
	合作与沟通素养(B_{35})	在小组讨论中有效表达、倾听、辩论
	对“双线驱动”模式的满意度(B_{41})	线上 + 线下混合教学的接受度
	对 AI 辅助学习的满意度(B_{42})	AI 工具是否有效促进理解
	对课堂教学组织的满意度(B_{43})	教师讲解、研讨、辩论等环节
评价机制认可度(A_5)	对开放性课题的兴趣度(B_{44})	建模课题、辩论会等是否激发兴趣
	对学习自主性的提升感知(B_{45})	是否感觉更主动、更会思考
	对过程性评价的认可(B_{51})	是否认为疑惑记录、日志合理
	对 AI 使用日志评价的认可(B_{52})	是否接受频率、时长等被记录评分
	对课堂表现评价的认可(B_{53})	互评+师评是否公平
	对作业草稿评价的认可(B_{54})	是否接受草稿与涂改纳入评分
	对期末试卷改革的认可(B_{55})	是否接受概念复述、证明、批判类题型

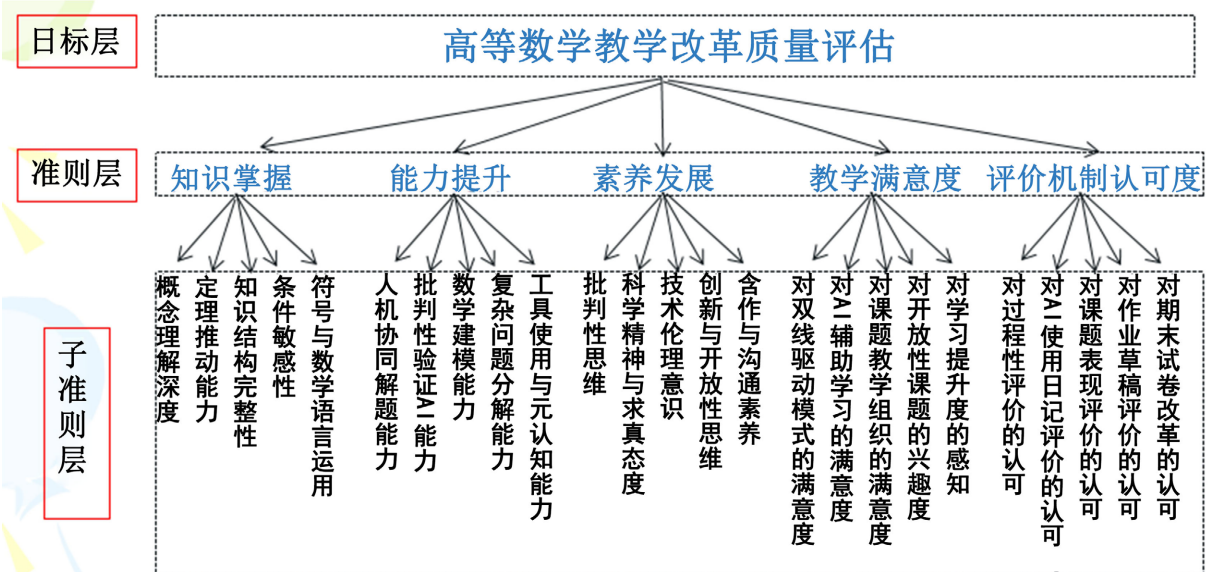


Figure 1. Hierarchical analysis model for quality evaluation of teaching reform
图 1. 教学改革质量评价的层次分析模型

3.3. 构造判断矩阵

根据教学改革团队教师的专业打分结果以及面向学生群体开展的教学改革效果问卷调查所获得的反馈数据,本研究针对所设定的五个一级指标及其各自下属的五个二级指标,分别构建相应的模糊判断矩阵。具体而言,在每一层级指标内部,采用两两比较的方法,由评价主体(包括授课教师与参与问卷调查的学生)依据指标之间的相对重要性进行判断,从而生成各指标的模糊判断矩阵。该矩阵以模糊互补判断矩阵的形式呈现,能够有效刻画指标间两两比较的模糊性与不确定性,本文选取模糊互补判断矩阵一致性指标的阈值 $\overline{CI} = 0.9$, 即当给定的判断矩阵一致性指标值 $CI(R) \geq 0.9$ 时,则表明该判断矩阵的一致性逻辑水平是可接受的;否则,认为不可接受。

对一级指标进行两两比较得到的模糊判断矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.5 & 0.7 & 0.9 & 0.8 \\ 0.6 & 0.3 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.4 & 0.1 & 0.4 & 0.5 & 0.5 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

利用公式(1)计算矩阵 A 的一致性指标 $CI(A) = 0.91 > 0.9$, 表明模糊互补判断矩阵 A 通过了一致性检验。

接着,利用公式(2)计算出各个一级指标权重为:

$$w(A) = (0.184, 0.296, 0.216, 0.152, 0.152).$$

在知识掌握 (A_1) 指标下得到的模糊互补判断矩阵:

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 & 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.6 & 0.5 & 0.5 & 0.7 \\ 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.5 & 0.7 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

在能力提升 (A_2) 指标下得到的模糊互补判断矩阵:

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.7 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.6 \\ 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

在素养发展 (A_3) 指标下得到的模糊互补判断矩阵:

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.4 & 0.7 & 0.5 & 0.1 \\ 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

在教学满意度 (A_4) 指标下得到的模糊互补判断矩阵:

$$B_4 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.9 & 0.7 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.8 & 0.7 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.4 \\ 0.3 & 0.3 & 0.5 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

在评价机制认可度(A_5)指标下得到的模糊互补判断矩阵:

$$B_5 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.6 & 0.5 & 0.3 & 0.1 \\ 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.5 & 0.4 \\ 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

利用公式(1)计算上述判断矩阵的一致性水平如下:

$$CI(B_1) = 0.91, CI(B_2) = 0.955, CI(B_3) = 0.91, CI(B_4) = 0.94, CI(B_5) = 0.925.$$

显然,所有模糊互补判断矩阵均通过逻辑一致性的检验。

接着,根据公式(2)计算出各个一级指标下的二级指标权重:

$$\begin{aligned} w(B_1) &= (0.28, 0.168, 0.208, 0.216, 0.144), w(B_2) = (0.28, 0.232, 0.2, 0.16, 0.128) \\ w(B_3) &= (0.232, 0.192, 0.112, 0.16, 0.304), w(B_4) = (0.272, 0.24, 0.192, 0.12, 0.176) \\ w(B_5) &= (0.216, 0.112, 0.144, 0.24, 0.288) \end{aligned}$$

根据教学改革教师团队的打分和对学生的问卷调查结果,构建基于各个一级指标下的二级指标的隶属度评价矩阵如下所示:

知识掌握(A_1):

$$R_1 = \begin{bmatrix} A_1 & B_{11} \\ A_1 & B_{12} \\ A_1 & B_{13} \\ A_1 & B_{14} \\ A_1 & B_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.35 & 0.3 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \\ 0.35 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}.$$

能力提升(A_2):

$$R_2 = \begin{bmatrix} A_2 & B_{21} \\ A_2 & B_{22} \\ A_2 & B_{23} \\ A_2 & B_{24} \\ A_2 & B_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.4 & 0.2 & 0.05 & 0 \\ 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.15 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.05 \\ 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \end{bmatrix}.$$

素养发展(A_3):

$$R_3 = \begin{bmatrix} A_3 & B_{31} \\ A_3 & B_{32} \\ A_3 & B_{33} \\ A_3 & B_{34} \\ A_3 & B_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \\ 0.25 & 0.3 & 0.25 & 0.15 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \\ 0.15 & 0.25 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{bmatrix}.$$

教学满意度 (A_4):

$$R_4 = \begin{bmatrix} A_4 & B_{41} \\ A_4 & B_{42} \\ A_4 & B_{43} \\ A_4 & B_{44} \\ A_4 & B_{45} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.35 & 0.2 & 0.05 & 0 \\ 0.35 & 0.4 & 0.2 & 0.05 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 0.3 & 0.1 & 0.05 \\ 0.3 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}.$$

评价机制认可度 (A_5):

$$R_5 = \begin{bmatrix} A_5 & B_{51} \\ A_5 & B_{52} \\ A_5 & B_{53} \\ A_5 & B_{54} \\ A_5 & B_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \\ 0.3 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.25 & 0.3 & 0.15 & 0.1 \\ 0.25 & 0.3 & 0.25 & 0.15 & 0.05 \end{bmatrix}$$

3.4. 模糊综合评价

为了客观、精确地量化各个一级指标及二级指标在整体教学改革质量评估中的影响程度, 结合模糊综合评价方法, 计算各指标层的综合评分, 具体过程如下:

第一步: 计算各一级指标的模糊评价向量

根据公式(4)得到的模糊评价向量如下:

$$C_1 = w(B_1) \circ R_1 = (0.28, 0.168, 0.208, 0.216, 0.144) \circ \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.35 & 0.3 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \\ 0.35 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= (0.2612, 0.3588, 0.2540, 0.1124, 0.0296),$$

$$C_2 = w(B_2) \circ R_2 = (0.28, 0.232, 0.2, 0.16, 0.128) \circ \begin{bmatrix} 0.35 & 0.4 & 0.2 & 0.05 & 0 \\ 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.15 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.05 \\ 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \end{bmatrix}$$

$$= (0.2516, 0.3476, 0.2524, 0.1124, 0.0360),$$

$$C_3 = w(B_3) \circ R_3 = (0.232, 0.192, 0.112, 0.16, 0.304) \circ \begin{bmatrix} 0.3 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \\ 0.25 & 0.3 & 0.25 & 0.15 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \\ 0.15 & 0.25 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{bmatrix}$$

$$= (0.2552, 0.3188, 0.2368, 0.1312, 0.0580),$$

$$\begin{aligned}
C_4 &= w(B_4) \circ R_4 = (0.272, 0.24, 0.192, 0.12, 0.176) \circ \begin{bmatrix} 0.4 & 0.35 & 0.2 & 0.05 & 0 \\ 0.35 & 0.4 & 0.2 & 0.05 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 0.3 & 0.1 & 0.05 \\ 0.3 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \\
&= (0.3332, 0.3656, 0.2208, 0.0744, 0.0060), \\
C_5 &= w(B_5) \circ R_5 = (0.216, 0.112, 0.144, 0.24, 0.288) \circ \begin{bmatrix} 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \\ 0.3 & 0.35 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \\ 0.2 & 0.25 & 0.3 & 0.15 & 0.1 \\ 0.25 & 0.3 & 0.25 & 0.15 & 0.05 \end{bmatrix} \\
&= (0.2396, 0.3060, 0.2604, 0.1320, 0.0620).
\end{aligned}$$

对上述评价向量进行归一化处理得:

$$\begin{aligned}
C'_1 &= (0.2571, 0.3531, 0.25, 0.1106, 0.0291), C'_2 = (0.2516, 0.3476, 0.2524, 0.1124, 0.036), \\
C'_3 &= (0.2552, 0.3188, 0.2368, 0.1312, 0.058), C'_4 = (0.3332, 0.3656, 0.2208, 0.0744, 0.006), \\
C'_5 &= (0.2396, 0.3060, 0.2604, 0.1320, 0.0620).
\end{aligned}$$

第二步: 计算模糊的综合评价下向量

利用公式(4)计算模糊综合评价向量并进行归一化得:

$$\begin{aligned}
C &= w(A) \circ R = (0.184, 0.296, 0.216, 0.152, 0.152) \circ \begin{bmatrix} 0.2571 & 0.3531 & 0.2500 & 0.1106 & 0.0291 \\ 0.2516 & 0.3476 & 0.2524 & 0.1124 & 0.0360 \\ 0.2552 & 0.3188 & 0.2368 & 0.1312 & 0.0580 \\ 0.3332 & 0.3656 & 0.2208 & 0.0744 & 0.0060 \\ 0.2396 & 0.3060 & 0.2604 & 0.1320 & 0.0620 \end{bmatrix} \\
&= (0.2640, 0.3388, 0.2450, 0.1133, 0.0389).
\end{aligned}$$

第三步: 计算模糊评价得分

根据上述评语等级分值的划分, 取各等级分值的中位数, 分别计算每个一级指标及综合指标的模糊评价得分, 以便于不同指标之间的横向比较与整体优劣排序。

知识掌握指标模糊综合得分:

$$S_1 = 0.2571 \times 95 + 0.3531 \times 85 + 0.25 \times 75 + 0.1106 \times 65 + 0.0291 \times 30 = 81.2559.$$

能力提升指标模糊综合得分:

$$S_2 = 0.2516 \times 95 + 0.3476 \times 85 + 0.2524 \times 75 + 0.1124 \times 65 + 0.036 \times 30 = 80.7640.$$

素养发展指标模糊综合得分:

$$S_3 = 0.2552 \times 95 + 0.3188 \times 85 + 0.2368 \times 75 + 0.1312 \times 65 + 0.058 \times 30 = 79.3700.$$

教学满意度指标模糊综合得分:

$$S_4 = 0.3332 \times 95 + 0.3656 \times 85 + 0.2208 \times 75 + 0.0744 \times 65 + 0.006 \times 30 = 84.3060.$$

评价机制认可度指标模糊综合得分:

$$S_5 = 0.2396 \times 95 + 0.3060 \times 85 + 0.2604 \times 75 + 0.1320 \times 65 + 0.0620 \times 30 = 78.7420.$$

总体模糊综合得分：

$$S = 0.2640 \times 95 + 0.3388 \times 85 + 0.2450 \times 75 + 0.1133 \times 65 + 0.0389 \times 30 = 80.7844.$$

3.5. 评估结果分析与讨论

基于模糊层次分析法，对高等数学教学改革质量评价中各一级指标及其对应的二级指标进行综合分析后，得到总体模糊综合得分为 80.7844。根据评语集对应的分值区间划分，该结果属于“良好”等级，但与“优秀”等级之间仍存在一定差距。将各一级指标的模糊综合得分绘制成如图 2 的柱状图。

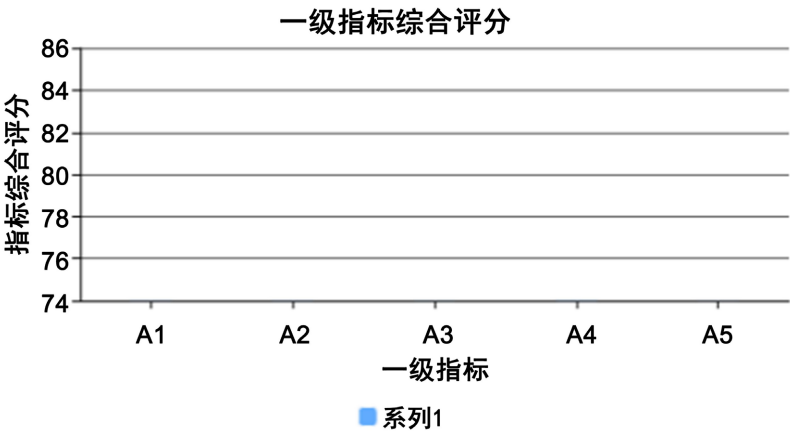


Figure 2. Fuzzy comprehensive rating of primary indicators
图 2. 一级指标的模糊综合评分

从图 2 可以看出：知识掌握、能力提升以及教学满意度的评级均为良好，而素养发展和评价机制认可度的评级为中等。相对于整体而言，教学改革质量的综合评价结果(80.7844)略优于能力提升、素养发展和评价机制认可度，但劣于教学满意度和知识掌握情况。这表明，当前教学改革在提升学生学习体验与知识掌握方面取得了一定成效，而在素养发展及评价机制认可度方面仍有待进一步加强。

根据上述的计算结果，得到各个一级指标的模糊综合评价向量如表 4 所示：

Table 4. Comprehensive evaluation vector of primary indicators
表 4. 一级指标的综合评价向量

一级指标	优秀	良好	中等	合格	不合格	综合得分	等级
知识掌握	0.2571	0.3531	0.250	0.1106	0.0291	81.26	良好
能力提升	0.2516	0.3476	0.2524	0.1124	0.0360	80.76	良好
素养发展	0.2552	0.3188	0.2368	0.1312	0.058	79.37	中等
教学满意度	0.3332	0.3656	0.2208	0.0744	0.0060	84.31	良好
评价机制认可度	0.2396	0.3060	0.2604	0.1320	0.062	78.74	中等

从表 4 可以看出一级评价指标具有如下的分布特征：

(1) 正向评价集中，负向评价可控

五个指标良好及以上累计隶属度均超过 0.54，其中教学满意度最高(0.6988)，评价机制认可度最低(0.5456)。同时，所有指标“不合格”隶属度均低于 0.07，表明评价主体对改革成效总体持肯定态度，极

端负面评价占比较低。

(2) 教学满意度表现突出，呈“偏峰”分布

教学满意度在“优秀”和“良好”两档的隶属度合计达 0.6988，显著高于其他指标，且“不合格”隶属度仅 0.006，为所有指标中最低。这表明学生对“双线驱动 + AI 赋能”的教学模式接受度高，改革在提升学习体验方面成效显著。

(3) 素养发展与评价认可度呈“扁平化”分布，尾部权重偏高

两者的“优秀”隶属度分别仅为 0.2552 和 0.2396，而“合格 + 不合格”累计隶属度分别达 0.1892 和 0.1940，显著高于其他指标(如教学满意度仅 0.0804)。这反映出：学生的批判性思维、技术伦理意识等素养尚未随知识传授同步提升；AI 使用日志评价等新型考核方式在师生中尚未获得广泛认同，评价改革滞后于教学模式改革。

(4) 知识掌握与能力提升呈“高度相似”分布形态

两者的五档隶属度差值均在 0.01 以内，综合得分仅相差 0.49 分。这说明在当前教学改革中，“知识习得”与“能力转化”具有同步性，未出现“重知识轻能力”或“能力超前而知识滞后”的结构性失衡。

(5) 综合评价向量呈“单峰右偏”形态

总评价向量呈明显的“单峰右偏”分布——峰值位于“良好”档(0.3388)，且“优秀 + 良好”累计占比达 0.6028，“合格 + 不合格”占 0.1522。该分布形态表明：改革质量整体处于“良好”中枢水平，向上提升至“优秀”的空间大于向下滑落的风险，符合持续改进的阶段性特征。

3.6. 教学改革前后学生学习成绩的对比分析

为量化评估“三维融合·双线驱动·AI 赋能”混合式教学改革对学业成效的实际影响，本研究对参与改革的 10 个行政班共 458 名学生的《高等数学》考试成绩进行了改革前后对比分析，从总体分布、及格率、优秀率及基础知识掌握程度四个维度进行系统比较。

改革前(传统教学模式)，学生考试平均分为 64.25 分，处于及格线边缘，不及格率高达 46.5%，表明近半数学生未能达到课程基本要求。从成绩分布结构来看，优秀(90 分及以上)占比仅为 9.3%，良好(80~89 分)占比为 11.6%，中等(60~79 分)占比为 32.6%，高分段学生比例偏低，成绩分布呈“偏下集中”形态。进一步分析各题型得分情况发现，学生在涉及概念理解、定理适用条件判别等基础知识类题目(总分 30 分)上的平均得分仅为 7.8 分，失分严重，而主要得分来源集中于机械性的计算题。这一结果表明，传统教学模式在促进学生深度理解数学概念、掌握定理逻辑前提方面存在明显不足，学生普遍存在“会算不懂”的认知偏差。

改革后(混合式教学模式)，考试平均分提升至 72.84 分，较改革前提高 8.59 分，增幅达 13.4%。不及格率大幅下降至 16.3%，降幅超过 30 个百分点，表明教学改革显著降低了学生考试不及格的比例。从成绩分布结构看，优秀比例仍为 9.3%，但良好比例提升至 30.2% (增长 18.6 个百分点)，中等比例上升至 44.2% (增长 11.6 个百分点)，成绩分布整体向右平移且峰值明显上移，呈现出“良好率增加，不及格率大幅降低”的良性优化特征。尤为值得关注的是，基础知识类题目的平均得分提升至 15.3 分，较改革前增长近一倍，失分率大幅降低，说明学生在概念复述、定理条件识别、逻辑推导等核心认知层面取得了实质性进步。

上述变化初步表明，AI 赋能的教学改革在以下方面发挥了积极作用：其一，AI 辅助工具(如智能答疑、步骤分解、错因分析)能够为学生提供即时、个性化的认知支持，有效弥补了传统课堂中“统一讲授与个体理解落差”之间的鸿沟；其二，改革中强调的人机协同学习模式(如向 AI 提问、验证 AI 答案)强化了学生对基础知识的反复加工与深度编码过程，促进了“知其然”向“知其所以然”的转化；其三，过程

性评价机制的引入(如学习日志、草稿记录)在一定程度上抑制了“重结果轻过程”的学习惯习,倒逼学生重视概念理解与推导训练。

然而,优秀比例在改革前后未发生明显变化(均为 9.3%),提示当前改革对顶尖学生的拔高效应尚不显著,后续可在拓展性任务、开放性课题及高阶思维训练方面进一步优化,以实现“托底、扩中、拔尖”的立体化质量提升目标。

4. 研究总结

本研究基于模糊综合评价法,构建了面向高等数学教学改革质量评价的层次分析模型。通过对各层级指标进行系统分析与权重赋值,能够清晰识别不同指标对整体评价结果的影响程度。该模型不仅有助于准确定位当前教学改革实施过程中的关键问题与薄弱环节,也为后续优化教学改革方案、制定针对性改进措施提供了量化的数据支持与有效的实证依据。

基金项目

广西高等教育本科教学改革工程项目:“三维融合·双线驱动·AI 赋能”的《高等数学》混合式教学改革与实践(2026JGB244)。

参考文献

- [1] 彭宣红,王志平,周飞,等. “一平台两融合三联动四维度”高校教师教学质量评价改革与实践[J]. 湖南理工学院学报(自然科学版), 2024, 37(2): 78-81.
- [2] 谭明,李辉,王亚玲,等. 高校基础课教师教学质量评价方法研究[J]. 科教导刊, 2022(24): 76-78.
- [3] 王广健,刘超,李龙凤,等. 基于 OBE 模式的无机化学教学改革实践与教学质量模糊综合评价分析[J]. 淮北师范大学学报(自然科学版), 2023, 44(4): 84-88.
- [4] 彭延峰,刘燕飞,何宽芳. 基于 VPMCD 的全方位高校教师教学质量评价方法[J]. 教育教学论坛, 2019(35): 67-69.
- [5] 时鹏,张妍,潘保柱. 基于层次分析法的教学质量综合评价[J]. 创新创业理论研究与实践, 2024, 7(9): 6-9+16.
- [6] 陈绍杰,王蕊,邵谦,等. 基于抬头率的高校课堂教学质量评价改革创新[J]. 创新创业理论研究与实践, 2024, 7(24): 161-164.
- [7] Saaty, T.L. (1980) The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill.
- [8] Herrera-Viedma, E., Alonso, S., Chiclana, F. and Herrera, F. (2007) A Consensus Model for Group Decision Making with Incomplete Fuzzy Preference Relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **15**, 863-877.
<https://doi.org/10.1109/tfuzz.2006.889952>
- [9] Xu, Y.J., Da, Q.L. and Liu, L.H. (2009) Normalizing Rank Aggregation Method for Priority of a Fuzzy Preference Relation and Its Effectiveness. *International Journal of Approximate Reasoning*, **50**, 1287-1297.
<https://doi.org/10.1016/j.ijar.2009.06.008>
- [10] 马茂冬,韩尧,张倩. 基于模糊层次分析法的应急能力评估方法探讨[J]. 中国安全生产科学技术, 2009, 5(2): 98-102.