

面向复杂工程问题的多元统计分析教学改革

——“问题链 - 证据链”模式的设计与实践

李艳芳

北京化工大学数理学院, 北京

收稿日期: 2026年9月10日; 录用日期: 2026年10月12日; 发布日期: 2026年10月19日

摘 要

面向新工科复杂工程问题培养需求, 针对多元统计分析课程中重计算、轻判断, 统计方法与工程问题衔接不足等问题, 本文尝试构建“问题链 - 证据链”教学模式。课程以工程数据分析任务为主线, 围绕主成分分析、因子分析、聚类分析、判别分析和偏最小二乘回归等内容组织教学, 引导学生从数据现象出发选择方法、解释结果并判断结论边界。课程评价重点考查问题识别、方法选择、结果解释和证据判断, 使学生逐步形成面向实际工程问题的数据分析与判断能力。

关键词

多元统计分析, 新工科, 复杂工程问题, 问题链 - 证据链

Teaching Reform of Multivariate Statistical Analysis for Complex Engineering Problems

—Design and Practice of a “Problem Chain-Evidence Chain” Model

Yanfang Li

School of Mathematics and Physics, Beijing University of Chemical Technology, Beijing

Received: September 10, 2026; accepted: October 12, 2026; published: October 19, 2026

Abstract

In response to the requirements of Emerging Engineering Education for cultivating students' ability to address complex engineering problems, this study develops a “problem chain-evidence chain” teaching model to address common issues in Multivariate Statistical Analysis, including an overemphasis on computation, insufficient attention to judgment, and weak connections between statistical

methods and engineering problems. The course is organized around engineering data-analysis tasks and covers principal component analysis, factor analysis, cluster analysis, discriminant analysis, and partial least squares regression. Students are guided to identify problems from observed data patterns, select appropriate statistical methods, interpret model results, and determine the boundaries of the conclusions supported by the available evidence. Course assessment emphasizes problem identification, method selection, result interpretation, and evidence-based judgment, with the aim of gradually developing students' ability to analyze engineering data and make informed judgments in practical engineering contexts.

Keywords

Multivariate Statistical Analysis, Emerging Engineering Education, Complex Engineering Problems, Problem Chain-Evidence Chain

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

新工科建设对大学数学课程提出了新的要求。除了数学知识和基本方法的教学外,课程还应帮助学生形成运用数学模型和数据证据分析工程问题的能力。已有研究认为,新工科背景下大学数学需要在课程内容、数学实验和能力培养等方面作出相应调整[1];数学建模思想融入主干课程,也不应只表现为增加建模案例,而应贯穿问题提出、模型建立和结果解释等环节[2]。复杂工程问题的解决本身还涉及问题表征、知识调用、方案形成和证据评价等过程[3]。因此,大学数学课程如何真正进入工程问题分析过程,是课程改革中需要进一步考虑的问题。

多元统计分析具有鲜明的工程数据分析属性。化工、生物制药、材料和智能制造等领域常产生多变量、高维且变量间相关的数据。实际分析中,往往需要判断主要变化方向、识别不同工况、分析变量之间的关系,并考察过程变量与质量指标之间的联系。主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)、因子分析(Factor Analysis, FA)、聚类分析、判别分析和偏最小二乘(Partial Least Squares, PLS)等方法,为这类问题提供了基本的统计分析工具。

从教学实践看,现有课程多按统计方法自身的知识体系展开,学生学习的重点通常集中在特征值、载荷、距离、判别函数和回归计算等内容。对于已经给定方法的题目,学生往往能够完成计算,但面对新的工程数据时,未必能够判断应采用哪种方法。对载荷、变量投影重要性(Variable Importance in Projection, VIP)和分类准确率等结果的解释,也容易停留在数值层面,有时还会把统计关联直接理解为工艺机理或因果关系。与此同时,课程实验所用数据通常较为规范,学生较少经历从发现问题、选择模型到判断证据是否充分、是否还需要进一步验证的完整分析过程。已有研究从 OBE 和数据科学等角度开展了多元统计课程改革[4][5],但对于行业特色高校而言,统计方法如何与专业问题更紧密地结合,仍有进一步探索的空间。

从教学组织方式看,问题导向学习(Problem-Based Learning, PBL)强调以真实或复杂问题作为学习起点,通过问题分析、知识调用和方案形成促进主动学习[6];案例推理(Case-Based Reasoning, CBR)强调利用已有问题情境及解决经验支持新问题的分析与解决[7]。上述理念为工程情境下组织统计教学提供了重要启发。与此同时,统计教育研究强调通过统计思维培养,使学生超越单纯的统计计算,更加重视对统

计问题、数据分析和结果解释过程的整体把握[8]。对于多元统计分析课程而言,仅解决“面对工程问题选择什么方法”仍然不够,学生还需要进一步判断模型结果能够支持什么结论、专业解释是否超出统计证据,以及哪些判断仍需进一步验证。因此,课程既需要建立由工程问题通向统计方法的分析过程,也需要建立由统计结果通向审慎工程判断的推理过程。从本文的课程设计看,PBL和CBR主要为从工程情境识别问题、组织知识和选择方法提供理论启示,统计思维则进一步支撑从模型结果形成证据判断、识别结论边界并提出验证方案。

基于上述教学问题和相关理论启发,本文在保留多元统计分析基本理论内容的基础上,引入“问题链-证据链”的教学组织思路。“问题链”围绕工程数据分析过程中不断出现的问题展开,使不同统计方法与具体分析任务建立联系;“证据链”则要求学生在得到统计结果后,结合专业背景解释其含义,判断现有结果能够支持什么结论,以及哪些判断还需要进一步验证。通过这两条线索,课程教学不再只关注模型的计算过程,也把方法选择、结果解释和证据判断纳入学习内容。在吸收问题导向教学以问题驱动知识学习这一特点的基础上,本文结合统计分析课程对结果解释和证据判断的要求,进一步将统计结果向工程判断转化的过程显式组织为“证据链”,使“方法选择”与“证据审辨”形成前后衔接的双重教学结构。

2. 新工科导向的课程改革目标与总体设计

2.1. 从单一知识线转向“知识线-问题线”双重组织

课程改革并不是用工程应用替代统计理论。协方差矩阵、特征分解、潜变量、距离度量、判别规则和多变量回归等内容仍是课程的理论基础。在原有统计知识体系之外,课程增加一条与教学内容相对应的“工程问题线”。PCA、FA、聚类、判别、典型相关和PLS等基本知识结构保持不变,同时结合高维信息提取、潜在结构分析、过程状态识别和质量关联等问题安排相应教学内容。

具体教学时,不直接从算法名称和计算步骤开始,而是先让学生观察工程数据中存在的问题,再讨论需要什么样的统计方法。例如讲授PCA时,先从多个过程变量高度相关、信息重复的现象出发,提出“能否用较少的变量概括过程的主要变化”,随后再介绍最大方差原理、特征分解和主成分构造。这样既不削弱统计理论的完整性,也使学生知道一种方法为什么要学、在什么问题下使用。

2.2. 从“结果解释”转向“证据链审辨”

工程情境的引入并不意味着自然形成工程判断。PCA中的较大载荷、PLS中的较高VIP以及样本在监测统计量上的偏离,首先反映的是特定数据和模型条件下的结构、关联或异常证据,不能未经验证直接解释为关键工艺变量、因果因素或故障机理。

因此,课程进一步以“证据链”规范模型结果的解释。本文所称“证据链”,是指围绕具体工程问题,将数据现象和模型结果组织为统计证据,在专业背景支持下提出可能解释,同时识别结论成立所依赖的数据范围、模型条件和分析假设,并针对证据不足之处提出进一步验证方案的连续推理过程。其核心环节包括证据提取、假设提出、边界识别和反思验证。学生需要从数据现象出发,利用统计模型获得量化结果,再结合必要的专业知识提出可能的机理解释,同时判断现有证据能够支持哪些结论、哪些结论仍需进一步验证。这样,专业知识不再只是案例背景,而成为解释统计结果和限定结论范围的重要依据。

“问题链”主要解决为什么选择某种统计方法、在什么问题下使用的问题;“证据链”则关注模型结果能够说明什么,以及结论能够成立到什么程度。二者贯穿课程内容组织与实践教学过程,构成本文课程改革的基本思路,如图1所示。

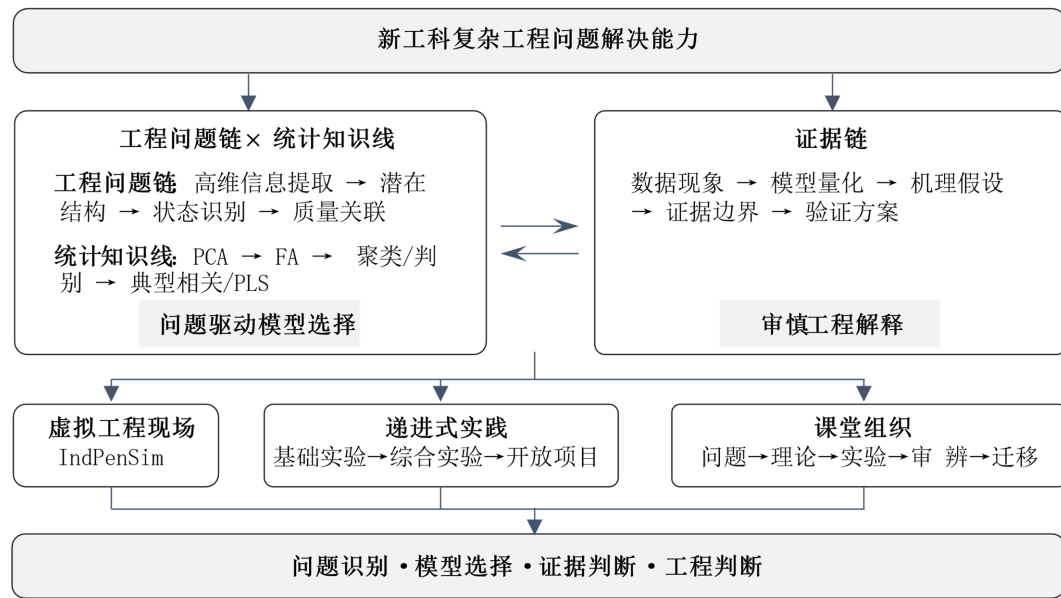


Figure 1. Overall framework for reforming the multivariate statistical analysis course through question chain - evidence chain synergy

图 1. “问题链 - 证据链”协同的多元统计分析课程改革总体框架

3. 基于工程问题链的教学内容重构

围绕工程数据分析过程，课程将原来相对独立的算法内容组织为四类递进式工程问题，见表 1。这样的调整并不减少统计方法的教学内容，而是改变方法进入课堂的方式，使不同方法在具体问题中建立联系。学生在连续的问题分析中，需要判断问题属于哪一类、比较可选方法，并说明最终的模型选择依据。

Table 1. Restructuring the content of the multivariate statistical analysis course based on engineering problem chains

表 1. 基于工程问题链的多元统计分析课程内容重构

教学模块	工程问题	核心统计思想	主要方法
高维信息提取	多个过程变量是否存在冗余，怎样概括主要变化	协方差结构、低维表示	PCA
潜在结构认识	观测变量的共同变化能否由少量潜在结构解释	潜变量、共同变异与特有变异	因子分析
过程状态识别	能否发现或识别不同运行工况	距离、分组、判别边界	聚类、LDA/QDA
过程 - 质量关联	多变量怎样共同关联并预测产品质量	多变量关联、潜变量回归	CCA、PLS

3.1. 高维信息提取与潜在结构认识

在高维信息提取模块中，课程先展示同一工程过程的多变量在线监测曲线和相关矩阵，让学生判断变量之间是否存在明显冗余，并思考是否需要保留全部测量信息。在此基础上引入 PCA，从最大方差原则出发说明如何用少数相互正交的线性组合概括数据的主要变异，使特征分解与高维信息压缩问题建立直接联系，而不只是作为计算步骤讲授。教学中还比较变量是否标准化、样本所处过程阶段以及变量组

合变化对主成分结果的影响,说明 PCA 的解释依赖于变量尺度、样本范围和具体分析条件。

在此基础上进一步讨论:如果目的不是压缩信息,而是解释多个观测变量为什么会出现稳定的共同变化,应如何建模?由此引出 FA。PCA 通过观测变量的线性组合构造主成分,重点在于概括总体变异;FA 则用少数公共因子和特有变异描述变量间的相关结构,更关注共同变化背后的潜在结构。两种方法处理的都可能是高维相关数据,但研究目的不同,模型形式和结果解释也随之不同。对于因子的专业含义,课程不要求学生直接作机理判断,而是强调载荷结构只能提供解释线索。例如,“代谢状态”“传质状态”等解释需要结合过程知识提出,但仅凭因子分析结果还不能确认相应的物理或生物机制。

3.2. 过程状态识别与过程 - 质量关联

在过程状态识别模块中,教师先隐去批次或工况标签,让学生观察多元数据中是否存在可能的状态分组,由此进入聚类分析。之后再给出部分样本的已知状态,将任务改为依据多元测量判断新样本所属类别,并进一步学习判别分析。这样,聚类和判别不再作为两个彼此独立的方法讲授:前者面对类别未知的数据,用于发现可能存在的结构;后者利用已有类别信息,对新样本进行识别。学生需要根据是否有类别信息以及实际分析目的,判断应选择哪一种方法。

在过程质量分析模块中,课程以青霉素浓度或批次产量等作为响应变量,讨论多个相关过程变量如何用于质量分析和预测。由于此前已经学习 PCA,学生通常会想到先对自变量降维,再建立回归模型。以此为切入点比较主成分回归与 PLS:PCA 寻找的方向主要反映自变量自身的变异,而 PLS 构造潜变量时还考虑其与响应变量之间的关系。因此,自变量中变异较大的方向未必对质量预测最有用。在解释 VIP 等指标时,课程进一步区分变量的预测贡献与机理作用,避免仅依据模型中的重要性指标作出因果判断。

4. IndPenSim 支撑的贯穿式实践教学

4.1. 以虚拟工程现场替代“换名式案例”

工程案例进入数学课堂,并不等于实现了专业融合。如果只是把教材中的变量换成“温度”“压力”“浓度”,再按既定步骤完成 PCA 或聚类,教学仍然停留在算法验证层面。真实工程情境有助于基础知识与工程实践相联系,但工业数据在课堂使用中也会存在一些现实限制,如企业保密、数据缺失、背景信息不完整,以及教学过程难以重复等。考虑到这些问题,课程采用 IndPenSim 工业青霉素补料分批发酵仿真平台,作为贯穿课程的“虚拟工程现场”。该平台基于机理模型建立,并利用工业规模历史发酵数据进行验证,模拟 100,000 L 青霉素发酵过程,包含温度、pH、溶氧、CO₂、黏度、生物量和青霉素浓度等过程变量[9]。公开数据包括 100 个批次的过程变量与 Raman 测量,并包含不同控制策略及故障造成的过程偏移[10]。

课堂中并不直接使用完整的工业数据,而是根据教学内容进行筛选。选取温度、pH、溶氧、CO₂、黏度、生物量和青霉素浓度等过程含义较明确的变量,并选择部分正常和异常批次,同时保留数据中的动态变化、变量关联和批次差异。教师只补充理解变量作用所需的基本专业背景,不要求学生掌握完整的发酵动力学。这样既能控制专业知识的进入程度,也能让学生在解释统计结果时回到具体工程过程。

4.2. 由验证性实验升级为三级实践任务

实践教学分为基础性实验、综合性实验和开放性项目三个层次,任务难度和学生自主程度逐步增加。

基础性实验主要用于理解统计方法及其使用条件。以 PCA 为例,学生分别改变是否标准化、分析全发酵周期还是某一阶段、所选变量以及样本批次数量,比较主成分、方差贡献率和载荷的变化,并讨论结果发生变化的原因。实验不要求得到唯一结论,而是通过改变数据和分析条件,使学生看到 PCA 结果

与变量尺度、样本范围和数据结构之间的关系。

综合性实验开始减少教师给出的分析步骤。例如针对正常发酵批次中溶氧、CO₂和黏度的共同变化，学生先观察数据，再自行选择 PCA 或因子分析等方法进行分析，并结合必要的过程知识解释结果。当溶氧和 CO₂在第一主成分上均有较大载荷时，可以提出这种共同变化可能与代谢状态或发酵阶段有关，但不能据此直接确定机理，还需要考虑共同时间趋势、操作策略和控制回路等因素。学生据此说明当前结果可以支持哪些判断，以及还需要什么数据或分析才能进一步验证。

开放性项目不再给出算法名称，而是直接给出工程问题。例如，某青霉素发酵批次最终质量明显下降，要求学生利用该批次和历史正常批次的过程数据，判断异常从何时开始、主要涉及哪些变量，并分析现有证据是否足以解释质量下降。学生自行决定数据预处理、降维、正常状态基线以及判别分析、PLS 等方法的使用，并比较不同模型得到的结果。项目最终提交工程数据分析报告，重点说明问题如何界定、为什么选择相应方法、不同证据之间是否一致，以及结论能够成立到什么程度。

5. 课堂组织、人工智能审辨与评价改革

5.1. “问题 - 理论 - 实验 - 审辨 - 迁移”的课堂组织

与课程内容调整相配合，各知识单元从具体工程数据问题出发组织教学。课堂先呈现具有代表性的数据现象，不直接给出算法名称，让学生判断需要解决什么问题、可能采用什么方法。在此基础上，教师讲授相应的统计原理和数学推导，再通过计算实验考察模型结果。实验前要求学生根据理论作出预判，并将预期与程序输出进行比较。得到统计结果后，学生还需结合工程背景区分数据现象、模型结论和可能的机理解释，说明当前证据能够支持哪些判断。随后更换批次、过程阶段或分析目标，要求学生重新考虑方法选择。

这种安排并不减少数学理论和推导的教学，而是先让学生看到理论所要解决的问题，再进入统计原理和计算过程。学生不仅需要完成模型计算，还要解释结果、判断结论成立的条件，并在问题发生变化时重新选择方法。

5.2. AI 由答案提供者转向“可质疑命题”的生成者

人工智能技术正在由教学辅助工具逐步走向教育教学过程中的协同与融合[11]。在大学数学教育中，也已有研究探索“师 - 生 - AI”协同的问题导向教学模式[12]。基于此，本课程不将生成式人工智能作为统计判断的替代者，而是将其输出作为需要分析、质疑和验证的命题，使 AI 的使用进入“证据链”的审辨过程。

生成式人工智能可以用于代码编写、资料检索和结果整理，但不应代替学生完成模型选择。课程要求学生在使用 AI 前先说明研究问题、候选方法及选择依据，再借助 AI 完成程序实现和辅助分析。对于 AI 给出的结果解释，学生也需要进行判断。例如，AI 可能根据 PLS 结果得出“某变量 VIP 最高，因此提高该变量可以增加青霉素产量”的结论。学生需要指出，较高 VIP 只能说明该变量在当前预测模型中较为重要，并不能据此判断因果作用，还需要结合过程阶段、控制策略和机理知识进一步分析和验证。

因此，本课程使用 AI 的重点不在于获得更快的答案，而在于把 AI 生成的解释转化为可审辨的分析对象，引导学生区分模型结果、专业解释与工程结论，识别推理中隐含的假设和证据缺口，并判断还需要哪些数据或分析才能支持进一步结论。

5.3. 由“算得对”转向“分析得有依据”

课程评价与复杂工程问题分析能力相对应，见表 2。基本理论和统计方法仍占主要权重，用于考查学

生对数学基础和模型原理的掌握；同时增加综合实验、开放工程项目和汇报答辩等过程性评价，关注问题识别、模型选择、结果解释和证据判断。在开放项目中，不以是否采用教师预设方法作为主要评分依据，而要求学生说明问题如何界定、模型为何适用、数据能够支持哪些判断、专业解释依赖哪些假设，以及现有分析还不能说明什么。评价中进一步考察模型选择依据、证据是否充分以及结论是否超出数据和模型所能支持的范围。

Table 2. Assessment components and suggested weights
表 2. 课程评价内容及建议权重

评价内容	建议权重	主要评价目标
理论与基本方法	40%	基本概念、数学原理与统计方法
基础与综合实验	20%	数据处理、模型应用与模型行为解释
开放工程项目	25%	问题识别、模型选择与证据组织
汇报与答辩	15%	专业解释、结论边界与质疑回应

为使问题识别、模型选择和证据判断等评价目标进一步可操作化，在综合实验、开放工程项目和汇报答辩中，可设置“问题链－证据链”分析能力评价量规。评价不以是否采用教师预设方法或得到唯一结论为主要标准，而关注学生能否从工程情境中界定分析问题，依据数据特征选择方法，组织统计证据，并说明专业解释所依赖的条件、结论能够成立的范围以及进一步验证的路径。具体评价维度见表 3。

Table 3. Assessment rubric for problem chain-evidence chain analytical competence
表 3. “问题链－证据链”分析能力评价量规

评价维度	基础水平	发展水平	较高水平
问题界定	主要复述任务，分析目标不明确	能将工程任务转化为较明确的统计问题	能结合工程背景和数据特征明确分析对象、范围和判断目标
方法选择与证据组织	能完成基本计算，但方法选择或结果使用依据不足	能根据问题选择适当方法并提取主要统计结果	能比较候选方法并组织多种统计结果形成相互支持或检验的证据
假设提出	容易将统计结果直接解释为工程机理	能区分统计结果与专业解释，并提出合理解释	能提出多个可能解释并结合专业背景比较其合理性
边界识别	很少说明数据、模型和结论限制	能指出部分模型条件和数据限制	能识别模型假设、样本范围和替代解释，并据此限定结论强度
反思验证	将当前分析结果视为最终结论	能指出仍需进一步验证	能针对具体证据缺口提出新的数据分析、模型比较或实验验证方案

期末考核也按照上述评价思路，相应减少直接指定统计方法的题目，增加不提供方法提示的综合性问题。例如，给出某工程过程 30 个高度相关的在线变量以及正常、异常历史样本，要求学生分别设计过程状态表征和异常识别方案，并说明为什么选择相应方法、模型能够回答哪些问题，以及结论存在哪些限制。这样的题目不仅考查算法和计算，还要求学生把具体问题、数据特征、模型选择和结果解释联系起来。评分时可结合表 3，从问题界定、方法选择与证据组织、边界识别等维度评价学生的分析过程，而不只依据最终计算结果给分。

上述评价量规主要用于学生学习过程与课程考核，并不等同于对课程改革效果本身的实证评价。本文主要讨论课程内容调整和教学方案设计，目前尚未对改革实施效果进行统计分析。后续教学中，可设置知识点和难度相近、但工程情境不同的前测与后测，并结合开放项目评分、学生报告和访谈材料，考察学生在问题识别、模型选择、证据解释和结论边界等方面的变化，据此判断课程改革的实际效果并调整后续教学。

6. 讨论与结语

“问题链-证据链”课程设计的重点，不是简单增加工程案例，而是改变工程问题和专业知识在教学中的作用。工程问题与统计知识共同组织课程内容，使学生围绕高维信息提取、潜在结构分析、状态识别和质量关联等任务学习相应方法；在模型得到结果之后，还需要结合专业背景提出可能的解释，说明现有证据能够支持哪些判断，以及哪些问题仍需进一步验证。这样，统计方法的学习不再止于计算和结果读取，而是延伸到模型选择和工程解释。这一设计的主要拓展在于，将问题驱动的方法学习与统计结果的证据审辨前后衔接，使结论边界和进一步验证需求由隐性的分析要求转化为可教学、可评价的课程内容。

课程改革同时需要保持多元统计分析本身的学科基础。协方差、特征分解、潜变量和多变量回归等理论内容不能因工程案例的加入而弱化。专业知识主要用于理解数据背景和判断统计解释是否合理，IndPenSim 和生成式人工智能分别用于提供可重复的工程数据环境和辅助分析，也不能代替真实生产实践或学生自己的判断。本文的改革重点，是让学生在掌握统计理论和方法的基础上，知道面对工程数据时如何选择模型、解释结果，并判断结论能够成立到什么程度。

参考文献

- [1] 黄云清. 基于新工科理念推进大学数学教学改革[J]. 中国大学教学, 2020(2): 28-31.
- [2] 李大潜. 将数学建模思想融入数学类主干课程[J]. 中国大学教学, 2006(1): 9-11.
- [3] 孙妍妍, 彭迪. 复杂工程问题解决认知建模及其课堂教学策略研究[J]. 中国大学教学, 2024(10): 68-76.
- [4] 刘党社. 基于 OBE 理念的“多元统计分析”教学改革研究[J]. 黑龙江教育(高教研究与评估), 2020(1): 18-20.
- [5] 郑国庆, 夏强, 夏英俊. 数据科学视角下“多元统计分析”课程教学改革探讨[J]. 黑龙江教育(高教研究与评估), 2022(7): 40-41.
- [6] 姜美玲. 基于问题的学习: 一种可资借鉴的教学模式[J]. 全球教育展望, 2003, 32(3): 62-66.
- [7] 冯锐, 杨红美, 郭灿, 陈宏原. 基于案例推理的学习环境设计研究[J]. 中国电化教育, 2011(10): 33-39+47.
- [8] 黄荷暑, 顾光, 方文昌. 统计学教学改革探索[J]. 黑龙江教育(高教研究与评估), 2016(11): 28-32.
- [9] Goldrick, S., Ștefan, A., Lovett, D., Montague, G. and Lennox, B. (2015) The Development of an Industrial-Scale Fed-Batch Fermentation Simulation. *Journal of Biotechnology*, **193**, 70-82. <https://doi.org/10.1016/j.jbiotec.2014.10.029>
- [10] Goldrick, S., Duran-Villalobos, C.A., Jankauskas, K., Lovett, D., Farid, S.S. and Lennox, B. (2019) Modern Day Monitoring and Control Challenges Outlined on an Industrial-Scale Benchmark Fermentation Process. *Computers & Chemical Engineering*, **130**, Article 106471. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2019.05.037>
- [11] 别敦荣. AI 技术应用于大学教育教学的理论阐释[J]. 中国大学教学, 2024(5): 4-9.
- [12] 都琳, 徐爽, 徐宗本. 师-生-AI 协同课堂: 人工智能赋能大学数学教育的载体及实践[J]. 中国大学教学, 2025(4): 59-65+81.