

OBE理念的平面曲线参数方程教学设计研究

高晶英, 青 梅, 额尔敦布和

呼和浩特民族学院数学与大数据学院, 内蒙古 呼和浩特

收稿日期: 2026年9月14日; 录用日期: 2026年10月15日; 发布日期: 2026年10月21日

摘 要

本文以《解析几何》课程中平面曲线的参数方程为研究对象, 针对现有OBE教学设计研究偏宏观、同质化的问题, 完整阐述OBE理念指导下的微观化、案例化、主线串联化教学设计。在精准学情分析基础上, 从知识、能力、情感三个维度设定可观测、可测量的教学目标。通过课前预习、课中内化、课后拓展三个阶段, 以挂谷问题为主线串联教学任务。课堂教学以任务驱动方式突破教学重难点, 借助学习通任务引擎、GeoGebra画图软件等信息化手段, 实现预习资源推送、前测数据采集、课堂互动、课后评价与曲线可视化。

关键词

OBE理念, 解析几何, 参数方程, 教学设计

Research on the Teaching Design of Parametric Equations of Plane Curves Based on the OBE Concept

Jingying Gao, Mei Qing, Eerdun Buhe

School of Mathematics and Big Data, Hohhot Minzu College, Hohhot Inner Mongolia

Received: September 14, 2026; accepted: October 15, 2026; published: October 21, 2026

Abstract

This paper takes Parametric Equations of Plane Curves in the course of Analytic Geometry as the research object. In response to the problems that existing OBE teaching design research is relatively macro-level and homogeneous, it fully elaborates a micro-level, case-based, and main-line-connected teaching design under the guidance of the OBE concept. On the basis of precise analysis of students' learning conditions, observable and measurable teaching objectives are set from the three dimensions

of knowledge, ability, and emotion. Through the three stages of pre-class preview, in-class internalization, and post-class expansion, the Kakeya problem is used as the main line to connect teaching tasks. Classroom teaching breaks through key and difficult teaching points in a task-driven way. With the help of information-based means such as the Xuexitong task engine and GeoGebra graphing software, it achieves preview resource push, pre-test data collection, classroom interaction, post-class evaluation, and curve visualization.

Keywords

OBE Concept, Analytic Geometry, Parametric Equation, Teaching Design

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

解析几何是数学与应用数学专业本科生基础必修课，主要培养学生用代数方法研究几何问题数学思维。该课程以向量为工具、以坐标为桥梁，将几何图形与代数方程相连接，是学生从初等数学过渡到高等数学的关键课程之一。然而，任课教师在解析几何课程教学中主要面临三个困境。首先，教学目标的表述过于笼统。翻阅早期教学设计时，教学目标多采用“了解、掌握”等不容易判定教学效果的动词表述。学生学完一节课后，无法判断是否达成了教学目标，教师也难以准确评估教学效果。这种模糊性直接导致教学的随意性，同样的内容，不同教师可能教出完全不同的深度和广度。其次，教学过程的设计缺乏成果导向。传统的教学逻辑是讲定义(定理)、讲例题、布置作业，任课教师按部就班地呈现知识点。在教学过程中，每个环节让学生产出什么，往往缺少预先的设计。学生在课堂上处于被动接受的状态，对知识点的理解停留在模仿层面，缺乏能力层面的培养。最后，教学评价的重心偏移较大。在之前的评价体系中，平时成绩仅凭课堂考勤和几次作业给定。这意味着学生平时学得怎么样、困境在哪里、需要什么帮助，教师在教学过程中几乎无从知晓。上述问题的根源在于教学设计的起点出现了偏差，从教师打算教什么出发，而不是从学生应该学会什么出发。这一偏差使得教学目标、教学活动和教学评价三者之间缺乏内在的一致性。

成果导向教育(Outcome-Based Education, OBE)理念为解决上述问题提供了明确的理论指引[1]。该理念的核心主张可以概括为一句话：教学设计的起点不是教学内容，而是学生最终应该达成的学习成果。OBE 理念包含三个基本原则。第一，成果清晰化，学习成果必须是可观测、可测量的行为表现，而非笼统的“理解、掌握”等心理状态描述。第二，反向设计，从预期的学习成果出发，逆向地确定教学目标、设计教学活动、配置教学资源、选定教学工具。第三，持续改进，通过系统的评价收集学生学习成效的证据，据此调整教学策略，形成教学优化的闭环。

近年来,OBE 理念在解析几何课程中的研究大致形成三条路径。首先是课程层面的混合式教学重构,从课程目标、教学内容、教学方法与评价体系等方面构建线上线下闭环教学体系,其优势是框架完整、覆盖面广,但多停留在课程宏观设计层面,对具体章节中目标、活动、评价如何逐项对应、如何采集学习证据讨论不足[1]-[3]。其次是具体知识点的案例设计,围绕双曲抛物面、二次曲面等知识点,采用反向设计或以学生为中心的流程,提供了可操作的方法路径,但案例之间相对独立,较少以一条问题主线贯穿课前、课中、课后,也较少展示学习证据如何反过来调整教学策略[4]-[6]。最后是课程思政与信息技术

融入,从思政资源挖掘、GeoGebra 动态可视化、线上线下三阶段教学主线等方面展开,丰富了教学手段,但技术工具常作为演示辅助,尚未充分嵌入成果定义、证据采集、持续改进的闭环[7]-[14]。现有研究存在宏观化、同质化倾向:宏观课程框架多、微观章节证据少;通用流程多、与具体数学知识生成逻辑深度咬合少。本文的定位是教学设计微观化、案例化、主线串联化,以平面曲线的参数方程为微观案例,以挂谷问题为主线串联课前预习、课中内化、课后拓展,将学习通任务引擎和 GeoGebra 分别作为证据采集与可视化验证工具,使目标、活动、评价围绕可观测成果保持一致。与已有文献相比,本文从课程层面下沉到章节层面,强调问题主线贯穿和两课时递进,以科学精神、学习态度和应用价值自然融入,避免生硬标签,同时把技术工具纳入评价证据链,而非仅作课堂演示。

2. 学情分析与教学目标

2.1. 课前学情调研

按照 OBE 理念以学定教的要求,在开课之前,通过学习通平台发布前置知识测试与预习任务,摸清学生真实水平。任课教师可以尝试使用学习通平台的任务引擎模块发布课程相关任务,使学生在闯关体验中完成知识学习。前置知识测试包含向量线性运算与射影定理、平面曲线一般方程的求解、圆的参数方程等知识点。预习任务包括微课视频观看与资料查询。微课视频主要讲解平面曲线参数方程的定义,查询任务为学生了解挂谷猜想及其最新研究成果。在学习通任务引擎中发布几个引导性问题,要求学生完成课前任务后简要回答。最后通过问卷调查,了解学生的学习习惯与特点。

收集数据之后,可以给出基本的学情分析:第一,学生基本具备本节课所需的向量工具和圆的参数方程知识,可以在此基础上构建新知;第二,学生从几何约束到代数表达的转化能力偏弱,这正是参数方程推导要训练的核心能力;第三,大多数学生偏向通过实际问题导入新课,喜欢使用信息化手段,如 Geogebra 画图软件,帮助其理解基本概念。

2.2. 教学目标

依据学情分析,从三个维度设定本节课的教学目标。在表述方式上,刻意使用可观测、可测量的动词表述教学目标的具体内容,严格遵循 OBE 理念。知识目标包括两点:(1) 能准确区分平面曲线的向量式参数方程与坐标式参数方程,并能说明两者是同一数学对象的两种表达形式;(2) 能完整复述推导参数方程的四步流程:选取动点、构造向径、选择参数、建立方程。能力目标包括两点:(1) 能根据动点的几何运动特征选择合适的参数,独立完成曲线参数方程的推导,这是本节课的难点;(2) 能借助 GeoGebra 软件绘制参数方程对应的曲线并验证推导结果的正确性。情感目标包括三点:(1) 通过了解挂谷问题及相关前沿研究进展,增强对数学前沿研究的关注和对数学家科学精神的认同;(2) 通过独立完成摆线推导,体验从几何问题到代数表达的完整探究过程,建立数学学习的信心;(3) 通过应用案例,认识到数学知识并非纸上谈兵的公式,而是解决实际问题的有效工具。

2.3. 教学重难点及突破思路

教学重点是参数方程的两种定义形式。如果学生不能准确描述定义中的参数是什么、向径如何分解为坐标分量,后续的推导和应用都失去了基础。针对教学重点,突破思路:不直接给出参数方程的定义,而是从学生熟悉的圆的参数方程出发,让学生体会参数方程在描述复杂运动时的优点,再引出“引入三个变量分别表达 x 和 y ”的参数化思想。

教学难点是参数方程的推导,具体来说包括两个层面:一是在复杂的几何图形中识别出哪些向量关系可以利用,二是选取合适的参数并用它表达所有相关量。针对难点,设计三个层次的支撑:先用圆这

个最简单的案例演示选角为参、射影分解的完整流程；再用摆线作为核心案例，把构造的向径分解为三段向量分别求解；最后让学生以小组合作的方式完成内摆线参数方程的推导，把前面学到的方法迁移到新情境中。

3. 教学流程设计

本节课分为课前预习、课中内化、课后拓展三个阶段，如图 1 所示，其中课中内化分为两课时，以挂谷问题为主线贯穿整个教学过程。课前让学生查阅背景资料，第一课时从问题出发引出参数方程的定义和求解方法，完成摆线参数方程推导；第二课时推导内摆线参数方程并回扣挂谷问题的计算结果，进一步追问该面积是否为最小，引导学生继续探索。学习通任务引擎在各环节中承担资源推送、数据采集、互动组织、教学评价的功能。

3.1. 课前测试和预习

任课教师在学习通提前 3 天发布学习任务。任务模块包含三个内容：前置测试，一般以客观题为主；微课视频，任课教师提前制作平面曲线参数方程定义的视频；探究讨论，发布挂谷猜想资料查阅与提问任务。

测试结果显示，向量相关题目正确率最高，平均 87.7%，说明第一章的学习效果比较扎实；一般方程求解题平均正确率 79.6%，提示学生的几何建模能力有欠缺；圆的参数方程题正确率 91.8%，多数学生能写出圆的参数方程并能正确指出参数。学习通后台显示，91.2% 的学生完整观看了视频，49% 的学生在讨论区提交了思考。从提交内容看，多数学生能回答“参数方程用第三个变量把 x 与 y 关联起来”，基本理解了参数方程的本质，但是也有少数学生不参与课前预习任务，缺乏自己的思考。



Figure 1. Teaching flowchart
图 1. 教学流程图

3.2. 第一课时：课堂引入

一个优秀的课堂引入是一节课是否达到教学效果的关键。任课教师首先向学生提问挂谷猜想的最新研究成果。回顾学生课前查阅的背景资料，重新介绍相关研究进展，同时简单叙述挂谷猜想的重要论述，

强调青年数学家王虹敢于挑战百年未解难题的学术勇气和持之以恒的科学精神,为青年学子树立了榜样。

虽然挂谷猜想是一个很高深的数学问题,但是它的原始版本—挂谷问题,从表述上并不难理解。教师顺势引出挂谷问题的经典平面原型:一根长度为 1 的针,在平面上旋转 180° (允许移动支点),该针扫过区域的最小面积是多少?教师将该问题设置为课堂探究任务,假设针为长度 1 的线段,组织学生以小组为单位开展合作讨论,讨论时间按实际课堂效果而定。将学习通任务引擎的课中任务中发布作答入口,实时同步各组提交进度,实现课堂参与状态的动态监测。任务时限结束后,教师对各组提交的结论进行汇总梳理,讨论结果显示学生的初始猜想主要集中于将线段以端点或中点为旋转中心完成转向,对应得到两种不同的面积 $\pi/2$ 和 $\pi/4$,体现出学生初始认知中对“旋转”的理解仍局限于定点旋转的单一模式,尚未形成平移旋转结合的优化思维。

基于学生的认知现状,教师引入挂谷问题的早期研究结论,对学生现有认知形成拓展。该问题的提出者挂谷宗一曾构造出一种轮廓近似三角形的曲线图形,即三尖内摆线,其对应的扫过面积远小于上述两类定点旋转模型,是该问题早期研究中的最优构造。由于三尖内摆线的直角坐标方程推导复杂度较高,难以直接用于面积求解,而参数方程形式更便于完成积分运算,由此自然引出本节课参数方程的学习主题,以问题解决需求驱动学生对新知识的探究动机,完成从问题情境到核心教学内容的平滑过渡。

3.3. 第一课时:方程的定义

教师首先回顾一般方程的求解思路:在曲线上取动点 M ,设其坐标为 (x, y) ,寻找 x 与 y 之间满足的代数关系。但是对于复杂的摆线或内摆线上点的坐标 x 与 y 无法用初等函数的单一方程直接关联。由此引出参数化思想核心理念:引入第三个变量(参数 t),分别用 t 表达 x 和 y ,使其通过 t 间接关联。在此基础上,教师系统给出平面曲线参数方程的两种定义形式,分别是向量式参数方程 $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$ 和坐标式参数方程 $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t) \end{cases}$,其中 $\vec{i}, \vec{j}$ 是直角坐标系上的单位向量且 $a \leq t \leq b$ 。向量式参数方程的本质就是用已知向量线性表示未知向量。

讲解中强调两个关键点:一是 $\vec{r}(t)$ 为以曲线上动点 M 为终点的向径,二是参数 t 取遍区间内所有点时动点扫出完整的曲线。两种形式的关系通过对比说明,向量式便于推导,坐标式便于绘图和数值计算,学生须能熟练转化。在得到整个定义的过程中,教师要引导学生思考为什么不直接求解动点 M 的坐标,而是要求解以动点 M 为终点的向径坐标。

3.4. 第一课时:方程的推导——以摆线为核心

第一课时核心环节按示范、跟做两个层次展开,对应 OBE 理念中从理解到应用,再到迁移的认知发展路径。如果直接从摆线的方程出发,讲解方程的推导过程,学生可能无法接受。因此,通过学生高中时期熟悉的圆的图形开始,推导其参数方程,使学生初步感知参数方程的求解步骤以及参数的选取方法。参数方程的求解可以分为四步:首先是在曲线上取一点 M ,并以该点为终点构造向径 $\overrightarrow{OM}$,再用 x 轴和 y 轴上的单位向量 $\vec{i}, \vec{j}$ 把向量 $\overrightarrow{OM}$ 线性表示出来。最后利用射影定理求解单位向量的系数即可。

摆线是第一课时的核心案例。教师用 GeoGebra 演示半径为 a 的圆在 x 轴上无滑动滚动时圆周上一点 M 的运动轨迹,引导学生按取动点→构向径→选参数→推方程四步流程进行推导。推导完成后,教师要求以小组形式利用 GeoGebra 软件重新生成摆线的图形。这一验证环节使学生直观地看到代数方程与几何图形的对应关系,强化了解析几何以数驭形的核心思想。

3.5. 第二课时:内摆线探究与挂谷问题回扣

第二课时首先回顾第一课时的四步流程和摆线推导要点,然后进入变式探究。教师将摆线问题改为

“小圆(半径 b)在大圆(半径 a)内无滑动滚动, 求小圆上一点的运动轨迹”。将内摆线参数方程的求解也作为课中任务发布至学习通平台, 要求在限定时间内小组合作形式完成推导方程并上传结果。在此过程中, 教师要不断引导学生思考如何构造向径、如何选取参数等关键环节。教师根据学习通收集的提交情况, 在后续课中针对典型错误进行集中讲评。推导完成后, 教师回扣课堂引入环节的挂谷问题。近似三角形图形即为当 $a = 3b$ 时的内摆线, 同时求解其面积为 $\pi/8$, 从而完成了从问题提出到工具建构再到问题解决的完整闭环。教师接着提问, $\pi/8$ 是否为最小面积并引出别西科维奇 1928 年的结论, 即面积可以无限接近零, 将学生的认知从挂谷问题引向挂谷猜想的深层维度, 重新表述挂谷猜想的核心论断。

3.6. 第二课时: 应用拓展

在应用拓展环节, 为了使學生感受到平面曲线参数方程不仅有理论推导作用, 还有实际应用价值, 教师引入 Photoshop 钢笔工具作为教学案例。首先播放一段约 30 秒的钢笔工具抠图操作视频, 引导学生观察图形边缘所生成的曲线形态, 进而提出问题: 该曲线具有何种数学背景? 通过动态演示, 系统展示二次贝塞尔曲线与三次贝塞尔曲线的生成过程, 并给出相应的参数方程表达式, 阐明钢笔工具的数学本质即基于该参数方程实现对任意曲线轮廓的精确描述。通过该案例, 学生认识到参数方程并非仅限于理论推演的工具, 更是计算机图形学、计算机辅助设计等领域的核心技术支持, 从而在具体应用场景中深化对所学知识价值的认知。

3.7. 小结与作业布置

教师以板书形式梳理本节课的两个核心成果: 参数方程的两种定义形式和四步求解参数方程流程。随后通过学习通发布基础巩固和提升拓展两个层次的课后作业, 要求在规定时间内提交。

基础巩固作业: 辨析给定参数方程所属的类型(向量式或坐标式), 并阐释其中参数的几何意义。

提升拓展作业: 一个小圆在一个大圆内无滑动地滚动, 求解小圆的半径中点和半径的延长线上的一点的运动轨迹, 并利用 GeoGebra 软件画出曲线形状, 写出曲线参数方程求解的完整、规范推导流程。

3.8. 教学评价

本节课的教学评价遵循 OBE 理念的成果导向原则, 从知识、能力、情感三个维度分别设计评价方案, 以检验教学目标的达成情况。在知识目标的评价层面, 以课后基础巩固作业为基础, 检验学生是否能复述平面曲线两种参数方程的定义。在能力目标的评价层面, 以综合性拓展作业为载体, 检验学生能否独立完成曲线参数方程求解以及是否具备利用 GeoGebra 进行几何可视化的实践能力。情感目标的达成情况可采用间接测量方式。授课结束以后, 教师可以通过学习通平台发布讨论任务, 让学生表达课程的收获或感受, 重点关注学生对数学前沿研究的兴趣、对科学精神的体认以及对参数方程应用价值的认识。

4. 小结

本文完整呈现了 OBE 理念指导下平面曲线的参数方程的教学设计各个环节。针对现有 OBE 教学设计研究偏宏观、同质化的问题, 本文尝试以微观章节为案例, 以挂谷问题为主线, 将教学内容拆分为两课时递进实施。通过精准的学情分析把握教学起点, 以可观测、可测量的三维目标明确学习成果, 以反向设计的教学流程聚焦核心能力建构, 以多元化的评价体系实现教学改进的闭环。信息技术让这种转变变得可行, 通过学习通任务引擎支撑课前精准诊断学情、课中实时掌握认知进展、课后系统记录学习过程的数据化需求; GeoGebra 软件则将抽象的参数变化与轨迹形成变得直观可见。后续将在时间分配、个体评价机制、分层干预等方面持续改进, 以教学证据为基础推动教学质量的不断提升。

基金项目

呼和浩特民族学院教改项目(《民族院校《数学建模》课程课堂教学与学科竞赛协同育人创新教学模式研究》,项目编号 JY23021)。

参考文献

- [1] 萨仁胡, 杨梅荣, 哈申图雅. OBE 理念下高校解析几何线上线下混合式教学模式的构建与实践[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2025, 41(12): 77-80.
- [2] 黄瑾, 李琼琳. 混合式一流课程教学改革探讨——以师范院校《解析几何》课程为例[J]. 教育视界, 2025(10): 155-157.
- [3] 黄述亮. 基于师范认证的高等代数与解析几何教学改革[J]. 滁州学院学报, 2023, 36(2): 66-69.
- [4] 许文艳, 刘三阳. 基于“三结合, 三融合”的双曲抛物面教学设计[J]. 大学数学, 2025, 28(5): 71-74.
- [5] 董小燕, 王颖, 崔丽敏. 基于“以学生为中心”理念的“二次曲面”教学设计及实践[J]. 大学数学, 2025, 28(1): 109-112.
- [6] 林西芹. 融合·创新·赋能: 空间解析几何教学改革的探索与实践[J]. 山东工商学院学报, 2025, 24(4): 82-86.
- [7] 张俊青. 高校数学专业课程思政“怎么做?”——以《空间解析几何》为例[J]. 长治学院学报, 2023, 40(2): 119-124.
- [8] 谢克莱·热不哈提, 张四保. 解析几何课程融入课程思政的教学探索与实践[J/OL]. 南京师范大学学报(工程技术版), 2026, 1-8. <https://link.cnki.net/urlid/32.1684.T.20260430.0953.002>, 2026-10-10.
- [9] 赵霞. 解析几何课程思政教学设计与实践研究[J]. 大学教育, 2026(5): 110-114.
- [10] 朱军辉, 程春蕊, 娄光谱, 等. 在解析几何混合式教学中融入课程思政的实践[J]. 商丘职业技术学院学报, 2023, 22(5): 79-83.
- [11] 管雪冲. 师范院校解析几何课课程思政建设探索与实践[J]. 高教学刊, 2023, 9(12): 169-172.
- [12] 施永新. GeoGebra 软件在空间解析几何教学中的应用探析[J]. 宁德师范学院学报(自然科学版), 2018, 30(3): 330-336.
- [13] 荣鑫淼, 张春梅, 薛玲. “线性代数与解析几何”线上线下教学改革与探索[J]. 科教导刊, 2023(18): 126-128.
- [14] 生云鹤, 李方, 于浩然, 等. “双一流”建设背景下《空间解析几何》课程的教学改革与实践[J]. 高等教育学研究, 2025, 28(3): 34-37.