

人工智能赋能工科高等数学教学

——以“空间解析几何”为例

刘馨莹, 张立溥

浙江传媒学院媒体工程学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2026年9月9日; 录用日期: 2026年10月10日; 发布日期: 2026年10月16日

摘要

在教育数字化战略持续推进的背景下, 生成式AI为课程教学改革提供了新的技术路径。空间解析几何作为高等数学的重点与难点章节, 涵盖向量运算、平面与空间直线、二次曲面等内容, 是电磁场、天线原理和信号空间分析等专业课程的重要基础。该章节对学生的三维空间想象能力要求较高, 而依赖静态PPT和板书的传统教学模式难以帮助学生形成完整的空间几何直观。为此, 本文以空间解析几何整章为改革载体, 构建了生成式AI支持的“课前-课中-课后-评价”全流程教学模式, 并融入三维可视化演示、电子信息工程案例与课程思政元素。研究选取某高校电子科学与技术专业两届学生开展准实验对比, 通过单元前测与后测考察教学效果。结果表明, 在本研究样本范围内, 生成式AI辅助教学有助于降低空间认知门槛、提高学生对本章知识的掌握水平。同时, 教学实践仍需关注AI幻觉、工具依赖及教育数据伦理等问题。本研究可为高等数学抽象章节的数字化教学改革提供实践参考。

关键词

生成式人工智能, 空间解析几何, 工科数学, 人机协同, 教学改革

AI-Empowered Advanced Mathematics Teaching for Engineering Majors

—A Case Study of “Space Analytic Geometry”

Xinying Liu, Lipu Zhang

School of Media Engineering, Communication University of Zhejiang, Hangzhou Zhejiang

Received: September 9, 2026; accepted: October 10, 2026; published: October 16, 2026

Abstract

Against the backdrop of the continuous advancement of educational digitalization strategies,

generative artificial intelligence (AI) offers a new technological pathway for curriculum teaching reform. As a key and challenging chapter in Advanced Mathematics, Space Analytic Geometry covers vector operations, plane and spatial straight lines, quadric surfaces, and other topics, serving as an essential foundation for specialized courses, such as electromagnetic field theory, antenna principles, and signal space analysis. This chapter places high demands on students' three-dimensional spatial imagination abilities; however, traditional teaching methods relying on static PPT presentations and blackboard writing often fail to help students develop a complete spatial geometric intuition. To address this issue, this paper takes the entire chapter of Space Analytic Geometry as the reform subject and constructs a full-process teaching model supported by generative AI, encompassing "pre-class - in-class - post-class - evaluation". This model integrates 3D visualization demonstrations, electronic and information engineering case studies, and curriculum-based ideological and political education elements. A quasi-experimental comparison was conducted between two cohorts of students majoring in Electronic Science and Technology at a university, with unit pre-tests and post-tests employed to assess teaching effectiveness. The results indicate that, within the scope of this study's sample, generative AI-assisted instruction contributes to lowering the threshold for spatial cognition and improving students' mastery of the chapter's knowledge. Meanwhile, teaching practice still requires attention to issues, such as AI hallucinations, reliance on AI tools, and educational data ethics. This study may provide practical references for the digital teaching reform of abstract chapters in Advanced Mathematics.

Keywords

Generative Artificial Intelligence, Space Analytic Geometry, Engineering Mathematics, Human-Machine Collaboration, Teaching Reform

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着教育数字化战略持续推进,生成式人工智能逐步进入高校课堂,推动高等教育由单一的技术工具应用转向教学理念与课堂模式的深层变革。在高等数学教学中,生成式 AI (Artificial Intelligence) 可用于生成多模态教学素材、可视化呈现抽象几何对象、分析学情数据和推送自适应习题,为破解传统教学难点提供新的可能[1]-[3]。

高等数学是理工科专业的核心基础课程,具有知识体系层层递进、概念高度抽象、理论与工程实践联系紧密等特点,承担着知识传授、逻辑思维训练、科学素养培育和价值引领等多重育人任务。学界从数学可视化和智能教学系统两条路径展开了持续探索。在数学可视化研究方面,国内外学者较早关注到动态几何软件(如 GeoGebra、Mathematica)对抽象概念直观化的促进作用,将代数方程映射为可交互的空间图形能够有效降低学生在空间想象过程中的认知负担。近年来,生成式 AI 的图像生成、自然语言交互与动态模拟能力使“智能图解生成”、“交互实验探究”和“动态过程模拟”等教学模式成为可能。在智能教学系统方面,研究已从早期的自适应练习推送扩展到知识图谱驱动的学情诊断与个性化路径规划。尽管生成式 AI 赋能高等数学教学和案例教学等方向已有较多探讨[4] [5],但现有研究多聚焦于单一技术工具的效能验证,将生成式 AI 系统性地嵌入某一完整章节教学全流程的实践探索仍较少见。

空间解析几何是衔接代数运算与三维几何的关键章节,其中向量的数量积与向量积、平面与空间直线方程、旋转曲面和柱面等内容,直接支撑电磁场分析、天线波束建模、信号空间分解等后续专业学习。

然而，传统教学仍存在三方面突出问题：第一，章节内容高度依赖空间想象能力，仅凭二维静态板书和 PPT 课件，学生难以形成三维空间直观，容易陷入公式的机械记忆；第二，课堂例题多为纯数学题型，缺少真实应用情境，数学习题与后续专业课程相互割裂，学生难以体会解析几何作为工程工具的实际价值，学习内驱力不足；第三，受课时限制，教师难以及时掌握全体学生的空间认知误区，作业和测验反馈周期较长，班级内部的认知差异可能持续扩大，进而加剧学习分化。

针对上述问题，已有研究从不同角度探索了空间解析几何的教学改革路径[6]-[8]。在此基础上，本文以空间解析几何整章为改革载体，构建生成式 AI 支持的全流程教学实施方案。该方案围绕“课前 - 课中 - 课后 - 评价”四个环节展开，将 AI 分别嵌入备课与学情诊断、课堂可视化研讨、个性化练习与学情分析、全过程数据评价之中，形成完整的教学闭环。以“平面及其方程”为代表性课例，展示具体教学设计。并选取两届电子科学与技术专业学生开展准实验对比，检验改革效果，总结实践经验与不足，为高等数学抽象章节改革提供可借鉴的实践样本。

2. 生成式 AI 支持下空间解析几何教学实施路径

2.1. 全章节整体教学实施思路

空间解析几何概念抽象，教学重点在于使学生掌握向量的坐标运算及其几何应用，如建立平面与空间直线的方程。曲面方程的建立，尤其是旋转曲面、柱面及空间曲线等内容，对学生的空间想象能力要求较高，是低年级学生普遍面临的学习难点。综合章节定位、学生认知难点与课程思政育人目标，并结合电子科学与技术专业特点及后续课程需求，表 1 梳理了本章的具体教学要求。

将生成式 AI 融入高等数学教学，并非简单地把 AI 工具叠加到原有课堂中，而是要使其嵌入完整的教学链条。基于此，本研究构建了“课前 - 课中 - 课后 - 评价”四段式全流程教学模式。该模式以“教师主导、AI 辅助”的人机协同为核心理念，课前侧重 AI 赋能备课与前置学情诊断，课中侧重 AI 辅助可视化演示与专业案例研讨，课后侧重 AI 驱动的个性化练习与学情追踪，评价环节则贯穿全程，依托学习行为数据与知识图谱构建多元过程性评价体系。

Table 1. Teaching requirements for space analytic geometry in electronic science and technology major

表 1. 电子科学与技术专业空间解析几何教学要求

目标层级	具体教学要求
知道	了解空间直角坐标系的基本结构、向量的基本概念及其几何表示、曲面方程的基本概念，以及常见二次曲面的方程与图形特征。
领会	理解向量运算的几何意义、两向量垂直与平行条件的代数表征、方向余弦与向量方向的对应关系、平面与直线方程的几何内涵，以及旋转曲面与柱面的形成原理。
应用	能够熟练进行向量的坐标运算，准确判断向量的平行与垂直关系；能够熟练求解平面和直线的标准方程，掌握以坐标轴为旋转轴的旋转曲面方程，以及母线平行于坐标轴的柱面方程的求解方法。
综合	能够实现空间几何问题与代数问题的相互转化，准确分析空间曲线与曲面的位置关系，求解空间曲线在坐标平面上的投影，并能针对简单的实际场景建立空间几何模型。

(1) 课前环节：AI 赋能备课与前置学情诊断

教师利用生成式 AI 制作本章三维可视化素材、预习题和专业情境导学案例，并对所有 AI 生成资源进行数学逻辑正确性与工程场景合理性的双重校验。学生在线完成预习任务后，AI 汇总答题数据并识别班级共性易错点，如对向量数量积几何意义的误解；教师据此调整课堂教学的重点与难点。

(2) 课中环节：AI 赋能可视化演示与专业案例研讨

AI 不替代教师完成定理推导与证明, 而是重点解决抽象三维对象难以直观呈现的教学难点, 以降低认知门槛、丰富案例情境。针对空间向量、平面、直线及各类二次曲面, 利用 AI 生成可交互的三维模型, 将代数方程映射为空间图形, 使抽象数学对象得到直观呈现。在此基础上, 结合天线、雷达波束和电磁场分布等工程背景生成案例, 开展探究式教学, 并将课程思政自然融入教学过程, 引导学生认识数学知识的工程价值。最后, 通过随堂测验即时收集学习反馈, 动态调整教学节奏。

(3) 课后环节: AI 赋能个性化学习与学情分析

针对学生作业和测验中的错题, AI 自动推送同类变式训练, 帮助学生查漏补缺。同时, 明确 AI 作为思维脚手架的定位, 要求学生独立完成向量、平面方程等内容的演算与推导, 禁止直接复制 AI 生成的计算结果, 以防范思维惰性。AI 汇总作业和测验数据, 形成本章学情报告, 定位学生的知识短板, 为多元化过程性评价提供支持。

(4) 评价环节: AI 赋能全过程数据驱动评价

评价环节贯穿教学全程, 而非仅置于课后。AI 系统持续采集学生课前预习数据、课中随堂测验结果、课后作业完成情况与变式训练表现, 构建多维学习画像。基于知识图谱技术, 系统可追踪学生对各知识节点的掌握程度与认知发展轨迹, 为教师提供可视化的学情报告。教师据此实施精准干预, 学生也可通过个人学习报告实现自我诊断与针对性改进。

与此同时, 须同步落实 AI 内容审核、学生工具使用规范和学习数据安全等风险管控机制。具体而言, 首先, 建立 AI 生成教学内容的人工审查制度, 对三维模型、工程案例和习题进行数学正确性与工程合理性校验。其次, 对学生学习数据进行匿名化、脱敏处理, 并设置分级访问权限。再次, 定期组织教师教研培训, 提升教师在提示词设计、AI 内容校验和教育伦理等方面的实践能力。最后, 在课堂教学中明确学生使用 AI 工具的边界, 要求学生独立完成演算与推导, 禁止直接复制 AI 生成的计算结果, 以防范 AI 幻觉、数据泄露和学生过度依赖等风险。

上述教学模式的构建, 以认知负荷理论[9]和 TPACK 框架[10]为理论基础。根据认知负荷理论, 空间解析几何中三维对象的空间关系属于内在认知负荷, 难以通过教学手段直接降低。而传统教学中依赖静态 PPT 呈现空间几何对象所造成的信息表征不当, 则属于可优化的外在认知负荷。本研究利用 AI 生成可交互三维模型, 其理论依据在于通过双重编码机制同时激活视觉与语言两个加工通道, 降低单一通道的认知负担, 使学生将更多的认知资源投入到空间关系的深层加工之中。TPACK 框架则为本研究中“教师主导、AI 辅助”的人机协同定位提供了分析视角。在 AI 赋能教学的情境下, 教师的技术知识、教学法知识与学科内容知识面临重构。教师需要具备提示词设计能力以有效调用 AI 生成资源, 需要依据学情数据动态调整教学策略, 并能够对 AI 生成的数学内容进行学科正确性校验。研究表明, AI 在数学教学中的应用效果取决于教师批判性评估与情境化适配其建议的能力[11]。因此, 本模式在设计上坚持“AI 不替代教师完成定理推导与证明”, 正是基于上述理论对技术角色边界的明确界定。

2.2. 代表性课例: 平面及其方程

本研究使用的生成式 AI 工具为 DeepSeek, 用于生成三维模型脚本、教学案例与习题。三维可视化模型则通过 GeoGebra 呈现, 由 DeepSeek 生成脚本代码后导入 GeoGebra 生成可交互图形。学情数据依托超星学习通平台采集与分析, 该平台可记录学生预习答题、随堂测验、作业提交等行为数据, 并自动生成学情报告。接下来我们以“平面及其方程”为代表性课例, 面向电子科学与技术专业一年级学生, 具体呈现上述教学模式的实施策略。

(1) 课前预习阶段

教师借助生成式 AI 制作三维示意图, 呈现空间中点、向量与平面的位置关系。例如, 教师可输入提

示词:“请生成一段 GeoGebra 脚本代码,绘制平面 $2x+3y-z=6$,并用红色箭头标注其法向量 $(2,3,-1)$,要求图形可拖动旋转。”DeepSeek 输出脚本代码后,教师校验并导入 GeoGebra,即可生成可交互的三维平面与法向量演示图。通过在线教学平台布置预习任务,引导学生复习向量数量积运算,并配套雷达探测平面建模的导学材料。学生完成预习题后,AI 汇总答题数据,识别学生对向量数量积的常见理解误区,教师据此调整课堂教学重点。所有 AI 生成资源均须经过教师校验。

(2) 课堂导入与新知讲授

课堂导入阶段,利用 AI 生成雷达探测波束等效平面的三维模型,提出工程问题,引导学生思考如何用平面方程描述探测界面的空间位置。例如,教师可向 DeepSeek 提问:“请为电子科学与技术专业大一学生设计一个雷达探测平面建模案例,包含波束指向的物理含义和已知波束指向与探测面上一点求平面方程的完整解答。”同时,引入我国雷达科研团队攻坚克难的案例,阐明基础数学对电子信息工程技术的支撑作用,开展价值引领。

新知讲授阶段,利用 AI 可交互三维模型动态演示向量的垂直关系,通过拖动平面法向量观察平面空间姿态的变化,直观揭示法向量与平面方程之间的对应关系。这一设计遵循认知负荷理论的“减少外在负荷”原则。可拖拽的三维模型将静态图形中隐含的空间关系显性化,避免了学生因在头脑中自行旋转二维图形而产生的额外认知负担。教师完整推导平面的点法式方程和一般式方程,引导学生发现法向量与平面方程系数之间的关系;讲授两平面平行与垂直的判定条件,并结合电磁场场景开展案例分析,渗透严谨计算的工程职业素养。

(3) 课堂练习、小结与课后任务

课后分层布置基础必做题和拓展选做题。基础题包括平面方程的标准计算、法向量求解及平面位置关系的判断,侧重巩固课堂所学的基本技能。拓展题要求学生自主设定工程情境(如雷达探测面的空间指向、天线阵列的平面布局)并建立相应平面方程,同时阅读雷达科普材料,撰写数学与工程结合的短评,旨在打通数学知识与工程应用之间的关联。客观题由 AI 批改并标记高频错题,推送以法向量与平面方程对应关系为核心的同类变式训练。教师则重点审阅拓展探究作业,关注学生数学表达与工程关联能力的综合表现。

(4) 评价环节

评价贯穿本章教学全程。课前预习数据(完成率、正确率、常见错误类型)由 AI 自动记录并纳入评价体系。课中随堂测验通过 AI 即时统计答题正确率,识别共性认知盲区。课后作业与变式训练数据由 AI 持续追踪,生成每位学生的知识掌握图谱。本章教学结束后,AI 汇总全部学习行为数据,各项数据按预设权重计入课程平时成绩。

3. 实证结果与分析

选取某高校电子科学与技术专业 2024 级学生(对照组,采用无生成式 AI 辅助的传统教学模式)和 2025 级学生(实验组,采用上述 AI 辅助教学模式)作为研究对象,两组样本量均约为 80 人,教学改革覆盖空间解析几何完整章节。本研究属于一线教学改革中的准实验研究,学生并非随机分组,且未进行严格的统计显著性检验,因此所得结论仅反映本次教学实践中的描述性效果。

3.1. 两届学生学习效果对比

为比较两组学生的学习效果,设置内容与评分标准完全相同的单元前测和单元后测,满分均为 100 分。单元前测于本章教学前实施,考查平面向量代数基础和基本空间认知等前置知识,不涉及本章新内容,用于判断两组学生的初始水平。单元后测于本章全部教学结束后随堂实施,覆盖空间向量运算、平

面与空间直线、二次曲面和空间曲线投影等核心知识，并设置少量工程应用题，用于评价学生对整章知识的掌握情况。优秀率按 90~100 分统计，及格率按 60 分及以上统计，结果见表 2。

Table 2. Comparison of excellence rates and pass rates in unit tests between two student cohorts
表 2. 两届学生单元测试优秀率与及格率对比

对比指标	组别	单元前测		单元后测	
		优秀率	及格率	优秀率	及格率
2024 级(对照组)		14.2%	91.4%	16.9%	86.4%
2025 级(实验组)		13.4%	92.1%	24.3%	94.2%

从单元前测的优秀率和及格率看，两组学生的初始水平接近，具备开展准实验对比的基础。2024 级对照组完成本章学习后，优秀率由 14.2% 升至 16.9%，提高 2.7 个百分点；及格率由 91.4% 降至 86.4%，下降 5.0 个百分点。这一结果提示，仅依靠静态板书和 PPT，部分学生可能难以形成稳定的空间直观，学习分化仍较明显。2025 级实验组引入 AI 三维可视化演示、交互式答疑和结合专业案例的个性化练习后，优秀率由 13.4% 升至 24.3%，提高 10.9 个百分点；及格率由 92.1% 升至 94.2%，提高 2.1 个百分点。就描述性结果而言，实验组单元后测优秀率和及格率分别比对照组高 7.4 和 7.8 个百分点，显示出一定的教学改善趋势。

3.2. 结果分析

描述性结果显示，生成式 AI 辅助教学模式在空间解析几何章节中呈现出积极的教学效果。首先，三维可视化模型能够直观呈现法向量、平面与直线的空间关系以及常见二次曲面的图形特征，有助于降低空间想象门槛，减少对公式的机械记忆。其次，AI 可快速识别错题并推送变式训练，帮助学生及时弥补知识漏洞、深化理解，在一定程度上减少学习掉队现象。最后，将天线、雷达等电子信息工程案例引入教学，有助于打通数学与后续专业课程之间的联系，使学生认识到解析几何的实际应用价值，增强学习内驱力。课程思政案例的融入也有助于激发学生的专业使命感和课堂参与度。

试卷作答情况和课堂观察也反映出本次改革的局限。少数学生对 AI 三维模型产生依赖，独立进行空间推导的能力有所弱化。与基础计算题相比，两届学生在综合性工程应用题上的得分差距较小。这表明，AI 主要发挥辅助直观理解的作用，不能替代学生独立的逻辑推演训练，对高阶综合能力的促进作用仍需进一步检验。因此，教学中既要防范学生对 AI 工具的过度依赖，保护其空间逻辑思维能力，也不能为了突出案例学习而削弱必要的数学理论推导。

4. 结语

在教育数字化背景下，将生成式 AI 应用于“空间解析几何”整章教学，可借助三维可视化展示、工程案例生成、学情诊断和个性化习题推送等方式降低三维空间认知门槛，并通过 AI 内容审核、数据伦理规范和学生使用规则控制相关风险。与传统板书和 PPT 教学相比，本研究中的 AI 辅助教学在学生知识掌握方面呈现出一定改善趋势，同时兼顾知识传授、能力训练和课程思政价值引领。但生成式 AI 始终是教学辅助工具，教师必须坚持主导地位，不能将教学决策和逻辑推导交由机器完成。

第一，对于向量代数与空间解析几何等高度依赖空间想象的抽象章节，AI 多模态可视化能够弥补静态板书的局限，但必须配套学生独立演算和空间推导训练，避免学生只观察模型而忽视推导过程。

第二，面向电子信息类工科专业开展高等数学教学改革，应主动挖掘数学知识与天线、电磁场等专业场景的结合点，增强学生对数学应用价值的认同。

第三,开展 AI 赋能教学改革不能只关注工具本身,还应同步建立 AI 生成内容审查、学习数据安全和教师教研培训等配套制度,防范 AI 幻觉、学生思维惰性和数据隐私泄露等风险。

本研究仅在单一院校的电子科学与技术专业中,围绕空间解析几何章节开展了小规模准实验,样本量有限,研究结论的推广存在一定边界。后续将扩大试点专业范围和样本规模,持续迭代 AI 教学资源库,完善学生 AI 使用行为的引导策略,并探索将该模式迁移至高等数学的其他抽象章节。

致 谢

感谢浙江传媒学院 2025 年第二十批校级教学改革项目(jgxm202531)资助。

参考文献

- [1] 苏倩,路广志,吴娟. AIGC 在高等数学智能微题库建设中的实践探索[J]. 电脑知识与技术, 2025, 21(29): 159-161+174.
- [2] 邵新慧,沈海龙,史大涛. 人工智能赋能大学数学基础课程教学范式改革与实践[J]. 大学教育, 2025(20): 33-37.
- [3] 肖君,白庆春,陈沫,等. 生成式人工智能赋能在线学习场景与实施路径[J]. 电化教育研究, 2023, 44(9): 57-63+99.
- [4] 郑佳璇. 融合、重构与超越: 人工智能时代高等数学教育的范式转型与路径创新[J]. 教育研讨, 2026, 8(2): 128-134.
- [5] 张国珍. 基于案例教学的高等数学教学改革研究[J]. 高教学刊, 2025, 11(26): 137-140.
- [6] 严静,钱克仕. 利用 Matlab 辅助高等数学空间解析几何教学[J]. 江苏理工学院学报, 2020, 26(4): 106-110.
- [7] 达娃玉珍,央金措姆. 高等数学空间解析几何教学的实践研究[J]. 秦智, 2026(3): 129-131.
- [8] 生云鹤,李芳,于浩然,等. “双一流”背景下空间解析几何教学改革与实践[J]. 高等数学研究, 2025, 28(3): 34-37.
- [9] Sweller, J. (1988) Cognitive Load during Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive Science*, **12**, 257-285. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202_4
- [10] Mishra, P. and Koehler, M.J. (2006) Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record: The Voice of Scholarship in Education*, **108**, 1017-1054. <https://doi.org/10.1177/016146810610800610>
- [11] Segal, R. and Klemer, A. (2026) Dialogic Interactions between Mathematics Teachers and Genai: Multi-Environment Task Design and Its Contribution to TPACK. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **57**, 1997-2021. <https://doi.org/10.1080/0020739x.2025.2551363>