

高观点下高考数学数列的研究

——以2021~2026年新高考全国I卷为例

陈园梅, 吕一兵

长江大学信息与数学学院, 湖北 荆州

收稿日期: 2026年9月10日; 录用日期: 2026年10月12日; 发布日期: 2026年10月19日

摘要

新高考改革背景下, 数列作为离散函数载体, 是考查逻辑推理、数学运算、数学抽象核心素养的重要板块。本文以2021~2026新高考全国I卷数列真题为研究对象, 立足高观点, 即高等数学(数列极限、离散分析)、竞赛数学(序列构造、数论性质)、函数离散化视角, 梳理试题考点与命题演变, 挖掘试题背后的知识本源, 剖析命题立意, 总结命题规律, 提出教学与备考建议。研究发现: 新高考I卷数列命题从套路化求和转向新定义、递推变形、离散性质探究、多模块融合, 试题以初等知识为基础, 但背景蕴含离散数学思想, 强调从函数视角理解数列, 弱化机械题型训练, 突出探究与迁移能力。

关键词

高观点, 新高考, 数列

Research on Sequences in Gaokao Math from a High-Level Perspective

—Taking the 2021~2026 National Paper I of the New Gaokao as an Example

Yuanmei Chen, Yibing Lyu

School of Information and Mathematics, Yangtze University, Jingzhou Hubei

Received: September 10, 2026; accepted: October 12, 2026; published: October 19, 2026

Abstract

Under the background of the new college entrance exam reform, sequences, as carriers of discrete functions, are an important part for testing logical reasoning, mathematical operations, and core

mathematical abstraction skills. This article takes the sequence questions from the 2021~2026 National College Entrance Exam Paper I as the research object, based on a high-level perspective—that is, advanced mathematics (sequence limits, discrete analysis), competition math (sequence construction, number theory properties), and the discretization of functions. It sorts out the test points and trends in question design, explores the underlying knowledge behind the questions, analyzes the intention behind the questions, summarizes the patterns, and offers teaching and exam preparation suggestions. The research finds that the sequence questions in the new Paper I have shifted from routine summation problems to exploring new definitions, recursive variations, and discrete properties, as well as integrating multiple modules. The questions are built on basic knowledge but their context contains discrete math ideas, emphasizing understanding sequences from the function perspective, reducing mechanical exercises, and highlighting exploration and transfer skills.

Keywords

High Viewpoint, New College Entrance Exam, Sequences

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

1.1. 研究背景

德国菲利克斯·克莱因主张站在高观点视角审视中学教材、了解中学知识、指导中学教学。他立足于初等数学教育,以“高观点下的初等数学”意识,目的在于实现中学数学教育“现代化”[1]。通过做高考题,发现近年来的高考数学命题趋势逐渐偏向以高等数学为背景的知识考查。其中数列在高考中很重要。

数列问题不仅是高中数学重要内容,也是中学数学与大学数学之间联系的桥梁。《数学分析(华东师范大学第五版)上册》第二章内容是数列极限,也为微积分学习奠定基础;数列因为具有离散性,所以也为后面学习离散数学做了铺垫;并且通过学习数列知识还可以引出数项级数、函数项级数等,这也是大学数学级数理论的基础。

数列也是高考的热点之一。它在高考中占据着很重要的地位,而且高考对数列的知识点考查比较全面,综合性强,这对一些学生进入大学学习高等数学奠定了知识基础。首先,高考会对等差数列和等比数列进行考查,从它们的定义、通项公式、求和公式及一些性质等方面去考查基础知识;其次,考查数列题时一般是综合题型,常与函数、不等式、解析几何等综合考察,如在2024年数学新高考一卷在第19题考查数列与新概念结合的知识;在2025年数学新高考一卷中第16题考查将等比数列与函数求导结合起来进行考查。

1.2. 高中和大学数列概述

1.2.1. 高中数列概述

高中数学人教A版教科书中数列的概念[2]:一般地,我们把按照确定的顺序排列的一列数称为数列,数列中的每一个数叫做这个数列的项,数列的第一个位置上的数叫做这个数列的第1项,常用符号 a_1 表示,……,第 n 个位置上的数叫做这个数列的第 n 项,用 a_n 表示。

数列与函数的关系:从函数观点看,数列可以看成以正整数集 N^* (或它的有限子集)为定义域的函数 $a_n = f(n)$ 当自变量按照从小到大的顺序依次取值时所对应的一系列函数值。

1.2.2. 大学数列概述

以《数学分析(华东师范大学第五版)上册》课本为例, 大学中数列极限的概述[3]:

$\forall \varepsilon > 0$, $\exists N \in \mathbb{Z}^+$, $\forall n > N$ 时, $|a_n - a| < \varepsilon$ 称 a 为 $\{a_n\}$ 的极限, 记 $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = a$ 。

2. 高中数学与大学数学数列间的教学联系

2.1. 新课标高中数学与大学数学数列的断层问题

数列作为高中数学中衔接初等数学与高等数学的关键知识点, 其教学质量对学生数学思维的培育以及后续知识的学习具有比较重要的影响, 长期以来是数学教育领域的研究热点之一[4]。

高中数学中涉及的数列知识点是基础的, 到了大学学习知识的时候, 直接学习数列极限, 所以高中数学与大学数学数列间有断层问题。

高中数学中的数列板块, 重点探究等差数列和等比数列, 涉及二者的基本定义、通项公式、前 n 项和公式等, 注重公式的应用与计算, 但对概念和定理的讲解相对较浅, 缺乏严格的证明。例如在高中阶段学生只需要记住等差数列和等比数列的通项公式和求和公式等, 并能灵活应用, 以用于解题。而华东师范大学数学分析课本中的数列内容深入研究的是数列的极限、收敛性等概念, 对每个概念和定理都进行了严格的定义和证明, 这就要求具备较强的逻辑推理能力。所以两者在知识深度与严谨性方面有断层问题。

高中数学数列部分, 以等差数列、等比数列这两种特殊数列为核心, 同时学习一些简单的数列求和与通项公式的求解方法, 所接触的数列类型和问题较为有限。而华东师范大学数学分析课本中的数列内容更加广泛, 除了研究一般数列的性质和极限外, 还会涉及到数列的敛散性判别法(如比较判别法、比值判别法等)、数列与级数的关系等内容, 这些内容在高中数学中基本没有涉及。

2.2. 新课标高中数学与大学数学数列的衔接问题

部分高等数学知识是将中学数学知识的理论进行深化后所得出的[5]。以斐波拉契数列为例, 古时候人们就已对等差数列和等比数列求和进行了记载, 此后, 人们着手探寻正整数的平方、立方、四次幂乃至 n 次幂的求和公式。待到 17 世纪代数符号得到广泛运用, 数列求和问题完成了从有限到无限、从数项到函数项的演变, 逐步发展成为现代分析学的重要分支——级数理论。

在高中, 聚焦等差数列与等比数列这两类具体数列, 重点学习其通项公式、前 n 项和公式等, 解决了求和等“有限项”问题, 所以高中学生们重点学习的是有限个项的数列的和, 但直到大学学习更为复杂的级数, 比如在《数学分析》里学到的调和级数 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ 。后续又学习了正项级数的收敛问题和一般数项级数的收敛问题。正项级数的收敛问题中, 柯西总结了判断方法: 比式判别法和根式判别法; 一般数项级数的收敛问题中, 学习了三个定理, 数列的柯西收敛准则、数项级数的柯西收敛准则和莱布尼茨判别法。

学生在高中掌握等差数列、等比数列的前 n 项和公式, 能够初步认识级数相关知识, 为步入大学后的数学学习提供铺垫。

3. 高观点下对高考数学试题内容数列的探究

3.1. 2021~2026 年高考数学试题中数列考点分布情况

2021 年新高考 I 卷第 16、17 题中, 考查内容为一般数列的错位相减法求和及分组求和, 这也是常考的知识点, 注重运算求解能力。

2022 年新高考 I 卷第 17 题中, 考查内容为用累乘法求数列的通项公式, 注重运算求解能力。

2023 年新高考 I 卷第 7、20 题中, 考查内容为等差数列的概念、性质、求和公式及等比数列与概率综合应用。

2024 年新高考 I 卷第 19 题考查数列与新概念结合的知识, 这是一次新的考查方式。

2025 年新高考 I 卷中第 16 题将等比数列与函数求导结合起来进行考查。

2026 年全国 I 卷第 7、14 题中, 考查内容为等差、等比数列及其求和等延伸问题, 注重对通项及部分和的灵活运用[6]。

Table 1. 2021~2026 national paper I sequence exam point distribution
表 1. 2021~2026 全国 I 卷数列考点分布

节	考点	2026 年	2025 年	2024 年	2023 年	2022 年	2021 年
4.1 数列的概念及表示	考点: 数列的概念及表示						
4.2 等差数列	考点 1: 等差数列及其前 n 项和						
	考点 2: 等差数列的性质及应用				T ₇ ; T ₂₀		T ₁₇
4.3 等比数列	考点 1: 等比数列及其前 n 项和	T ₁₄	T ₁₃				
	考点 2: 等比数列的性质及应用						
4.4 数列的求和	考点: 数列的求和		T ₁₆				
4.5 数列的综合	考点: 数列的综合	T ₇		T ₁₉		T ₁₇	T ₁₆

由表 1 可见, 数列考查集中在等比数列及其前 n 项和、数列综合, 等差数列性质也偶有涉及。等比数列基础、数列综合大题出现频次较高, 数列求和、等差数列基础直接考查偏少。考题兼顾基础公式与综合应用, 综合题多以解答题形式出现。

3.2. 2021~2026 年高考数学数列题目高观点背景溯源

Table 2. Tracing the background of high viewpoints
表 2. 高观点背景溯源

年份	题号	题型	高观点背景溯源
2021	17	解答	分段离散序列、下标分类思想
2022	17	解答	序列收敛估计、离散不等式
2023	7、20	选择+解答	有理序列构造、整数序列性质
2024	19	解答	序列子集重构、离散分组构造
2025	13、16	填空	递推变换、差分思想
2026	7、14	选择 + 填空	整数序列建模

由表 1 和表 2 可知, 高考数列题考查形式不再固定解答题第一题, 选填和解答组合出现, 新定义压轴出现。2021~2026 年新高考 I 卷数列试题以等差、等比为初等载体, 高观点依托离散数学、差分方程、组合分拆与生成函数思想。试卷逐步脱离错位相减、裂项相消的套路化考查, 转向子数列、衍生序列、新定义探究、集合分拆与多模块融合。我们可将高观点多用于教研溯源, 解题仍依托高中知识, 引导教学跳出题型记忆, 重视数学抽象与推理素养的培育。

3.3. 高观点视角下典型真题深度剖析

例 1. 2025 年全国 I 卷第 16 题。

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $\frac{a_{n+1}}{n} = \frac{a_n}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$ 。

(1) 证明: 数列 $n\{a_n\}$ 是等差数列;

(2) 给定正整数 m , 设函数 $f(x) = a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_mx^m$, 求 $f'(-2)$ 。

初等思路: 对本题进行分析, 第一问中根据题目所给条件 $\frac{a_{n+1}}{n} = \frac{a_n}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$ 化简, 即可证明结论;

第二问需先求出 $\{a_n\}$ 的通项公式, 代入函数并求导, 函数两边同乘以 x , 作差并利用等比数列前 n 项和得出导函数表达式, 即可得出结论。

本题将数列与导函数融合在一起, 第一问是从结构出发, 需要构造等差数列, 属于常规题目; 第二问求导也很简单, 求导后两问融合在一起, 用错位相减法来求值。试题意在考查学生面对具体问题时, 能够把不同模块的所学知识融会贯通、综合运用, 避免把各知识板块相互割裂, 出现“知识孤岛”的现象, 以此引导学生搭建完整的数学知识体系。

高观点: 内核在于差分方程与生成函数理论。第一问递推变形本质是一阶线性差分方程, 通过离散积分因子变换, 将变系数递推化为常系数差分; 第二问多项式求导对应数列生成函数的系数变换, 使所求和恰好对接第一问得到的等差数列。试题搭建闭环, 把差分、生成函数思想融入高中题型, 不使用大学概念。它体现离散微积分思想, 将差分类比导数、求和类比分, 打破数列与函数的壁垒, 考查转化归能力, 警示教学不能只固化错位相减题型套路, 要重视递推变换与模块融合素养。

例 2. 2026 年全国 I 卷第 7 题。

一百零八塔位于宁夏回族自治区青铜峡市, 以其独特的建筑格局和深远的历史文化闻名遐迩。该塔群共有 108 座塔, 依山势自上而下排成 12 行, 将第 i 行中塔的座数记为 $a_i (i=1, 2, \dots, 12)$, 其中 $a_1 = 1$, $a_2 = a_3 = 3$, $a_4 = a_5 = 5$, 且 $a_6, a_7, \dots, a_{12}$ 是一个首项为 7, 公差为 2 的等差数列。将 $a_1, a_2, \dots, a_{12}$ 分为 6 组, 每组 2 个数, 使得每组的 2 个数之和可构成一个项数为 6 且公差为 $d (d > 0)$ 的等差数列, 则 $d = (\quad)$

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

解析: 由已知 $a_1 = 1$, $a_2 = a_3 = 3$, $a_4 = a_5 = 5$, $a_i = 7 + 2(i-6) = 2i - 5$, $i = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$,

所以数列 $\{a_n\}$ 的前 12 项的和为 $1 + 6 + 10 + \frac{(7+19) \times 7}{2} = 17 + 91 = 108$,

设新数列为 $\{b_n\}$, $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$,

由已知数列 $\{b_n\}$ 为等差数列, 设其公差为 d , $d > 0$,

又 $\{a_n\}$ 的前 12 项都为奇数, $\{b_n\}$ 所有项都为偶数,

由已知 d 为正偶数, b_1 为正偶数,

则 $6b_1 + \frac{6 \times 5}{2} \times d = 108$, 故 $b_1 + \frac{5}{2}d = 18$,

若 $d = 2$, 则 $b_1 = 13$, 矛盾,

若 $d=6$, 则 $b_1=3$, 矛盾,

若 $d=8$, 则 $b_1=-2$, 矛盾,

若 $d=4$, 则 $b_1=8$, 此时可取 $b_1=a_1+a_6=8$, $b_2=a_2+a_7=12$, $b_3=a_4+a_8=16$, $b_4=a_3+a_{11}=20$, $b_5=a_5+a_{12}=24$, $b_6=a_9+a_{10}=28$, 满足要求;

初等思路: 本题核心考点为等差数列在实际情境中的应用。其题目的核心概念: 等差数列前 n 项和公式; 若将等差数列按固定项数分组, 各组之和可能构成新的等差数列。题目解题要点: 先根据总项数和首项、公差求出原数列, 再按要求分组, 利用新数列的等差性质列方程求解。题目的拓展关联: 等差数列与等比数列是数列的基础模型, 在实际问题中常用于描述均匀增长或等距分布的现象。

高观点: 本题内核属于组合数学中的集合分拆问题。命题不考查复杂通项计算, 重在离散数学的不变量思想, 即无论如何两两分组, 全体组之和恒等于原数列总和, 结合奇偶不变量建立不定方程, 缩小参数范围, 再验证配对的存在性。试题警示不可盲目穷举凑数, 优先挖掘整体不变量。该题延续新高考数列命题方向, 把子集、分拆的离散思想下沉到选择小题, 重点考查数学建模翻译与逻辑推理素养, 规避机械套路化解题。

4. 结论与建议

F·克莱因数学教育思想的持续传播, 究其原因在于其回应了数学教育长期面临的一些数学知识的碎片化、数学与现实之间的脱节等问题[7]。所以高中数学教师有必要将中学数学教材与大学教材相结合, 以适应现在高考的发展, 要充分利用高等数学的特点, 并立足中学课本, 把高等数学相关知识融入日常课堂教学。

综合 2021~2026 年新高考全国 I 卷数列试题研究可以发现, 该套试卷数列题目以等差、等比数列作为基础考查载体, 具备低起点、高观点、重素养的命题特点。试题外在考查数列通项求解、数列求和、递推变形、数列构造等高中数学知识, 背后蕴含差分方程、离散微积分、生成函数、组合分拆以及不变量等大学离散数学思想。命题逐步弱化错位相减、裂项相消等固化套路题型的考查力度, 更多偏向子数列、衍生数列、新定义探究、集合配对以及数列与导数的跨模块综合问题, 着重体现数列作为离散函数的本质, 重视整体性质分析与逻辑构造能力。试题坚持高观点立意、初等路径作答的原则, 不允许直接使用大学数学定理解题, 重在考查学生数学抽象、逻辑推理与数学建模的核心素养。

在实际教学过程中, 教师应当帮助学生牢固树立数列是离散函数的基本认知, 建立差分与导数、求和与积分之间的类比联系, 适当降低套路化题型的机械训练比重, 把教学重心放在递推变形、下标处理、整体分析和构造论证能力的培养上。教师自身可以借助高观点视角把握试题的命题本源, 将差分、生成函数、组合分拆等思想转化为高中课堂可落地的教学思路, 加强新定义与情境化题型训练, 提升学生文字条件翻译、探究证明以及存在性验证的能力, 同时注重逻辑严谨性, 区分必要条件与充分条件, 规范书写证明与构造类题目的答题过程。

5. 研究不足与展望

本文仅研究新高考 I 卷 2021~2026 数列试题, 后续可以拓展新高考 II 卷、地方卷对比; 进一步可以研究: 高观点素材如何适度转化为高中课堂探究活动。新高考数列未来命题方向预计继续保持: 以等差等比为载体, 加强离散探究, 新定义、衍生序列、子序列仍是高频命题方向, 持续考查逻辑推理素养。

参考文献

[1] 菲利克斯·克莱因. 高观点下的初等数学(第一卷)算术代数分析[M]. 舒湘芹, 陈义章, 杨钦樑, 译. 上海: 复旦大

学出版社, 2017.

- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准日常修订版(2017 年版 2025 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2025.
- [3] 华东师范大学数学系. 数学分析(上册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [4] 刘兆伦. 基于“问题驱动 + 支架式”混合教学的高中数列教学研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广东技术师范大学, 2026.
- [5] 孙林坡. 中学数学与高等数学的衔接研究[J]. 延边教育学院学报, 2021, 35(5): 118-121.
- [6] 黄种生. 加强基础考查聚焦数学能力——2026 年高考全国 I 卷数学试题评析[J]. 中学数学, 2026(11): 48-50.
- [7] 邹岩, 代钦. F·克莱因的数学教育思想在中国的传播及其影响——纪念 F·克莱因逝世 100 周年[J]. 数学教育学报, 2026, 35(4): 75-80.