Advances in Education 教育进展, 2026, 16(11), 1387-1394
Published Online November 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.16112514

Hans汉斯

典型工程应用案例课堂教学实践与探索

吴聪伟，方晓峰，王泰山

火箭军工程大学基础部数学教研室，陕西 西安

收稿日期：2026年10月10日；录用日期：2026年11月10日；发布日期：2026年11月18日

摘　要

针对当前《概率论与数理统计》教学中存在的“重知识传授轻学习构建”以及“工程应用场景模糊”等现有问题，提出并验证一种“教学插片”式课堂组织模式。该模式在保持原有课程体系和教学节奏不变的前提下，将一段以真实数据为载体的自主探究任务，嵌入理论讲授的知识点应用环节，由学生在问题与数据驱动下自主完成统计建模过程。选取“德军装备产能估计”和“V1飞弹落点分析”这两个二战期间关于概率统计的典型应用案例为核心教学载体，将其拆解为分层课堂探究任务，分别嵌入到离散型均匀分布、泊松分布、参数估计、假设检验等课程核心知识点，以问题驱动学生自主完成数据分析、模型构建、参数推演与结果校验，弱化教师单向讲授模式。平行对照教学实践表明，“教学插片”模式在不打破原有教学节奏的前提下，学生自主统计建模能力有所提升，基础理论课程与工程应用间的关联度有所提升，切实改善“重传授、轻建构”和“工程应用贴合度低”的教学痛点。

关键词

教学插片，装备产能估计，离散型均匀分布，泊松分布，统计建模

Classroom Teaching Practice and Exploration of Typical Engineering Application Cases

Congwei Wu, Xiaofeng Fang, Taishan Wang

Mathematics Teaching and Research Section, Department of Basic Sciences, Rocket Force University of Engineering, Xi’an Shaanxi

Received: October 10, 2026; accepted: November 10, 2026; published: November 18, 2026

Abstract

To address the existing problems in the teaching of Probability Theory and Mathematical Statistics,

文章引用: 吴聪伟, 方晓峰, 王泰山. 典型工程应用案例课堂教学实践与探索[J]. 教育进展, 2026, 16(11): 1387-1394.
DOI: 10.12677/ae.2026.16112514

such as "emphasizing knowledge transmission while neglecting learning construction" and "ambiguous engineering application scenarios", this paper proposes and verifies a "teaching insert" classroom organization model. Under the premise of keeping the original curriculum system and teaching rhythm unchanged, this model embeds an independent inquiry task based on real data into the knowledge application stage of theoretical lectures, allowing students to independently complete the statistical modeling process driven by problems and data. Two typical application cases of probability and statistics during World War II—"German equipment production capacity estimation" and "V1 flying bomb landing point analysis"—are selected as the core teaching carriers. They are decomposed into layered classroom inquiry tasks and embedded respectively into core knowledge points such as discrete uniform distribution, Poisson distribution, parameter estimation, and hypothesis testing, thereby using problems to drive students to independently complete data analysis, model construction, parameter derivation, and result verification, and weakening the one-way lecture mode of teachers. Parallel controlled teaching practice shows that, under the premise of not disrupting the original teaching rhythm, the "teaching insert" model improves students' independent statistical modeling ability and enhances the correlation between basic theory courses and engineering applications, effectively alleviating the teaching pain points of "emphasizing transmission while neglecting construction" and "low relevance to engineering applications".

Keywords

Teaching Insert, Equipment Production Capacity Estimation, Discrete Uniform Distribution, Poisson Distribution, Statistical Modeling

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

在数智化课程建设的大背景下，我校《概率论与数理统计》课程教学建设实现全面升级，线上教学平台日趋完善，数字化教学资源持续丰富，混合式教学、情境化教学等新型教学模式得到广泛应用，课堂教学形式更加多元、教学信息化水平显著提升[1]。但现阶段课程教学仍存在突出短板，核心体现为理论知识向工程应用转化的能力培育严重不足，具体体现在课堂教学中“缺乏能够匹配专业岗位的工程应用案例”以及“工程应用场景模糊，案例有壳无核”[2]。

当前教学创新多集中于载体与形式，尚未深度对接岗位定量分析需求，缺乏真实问题牵引的自主探究教学训练。教学过程中多由教师预设随机变量类型、确定分布模型、给出解题框架，学生只需代入数据完成计算，缺乏从原始数据出发、自主挖掘规律、研判分布条件、构建统计模型、输出结论的系统性训练。以离散均匀分布、假设检验核心章节为例，课堂习题均直接给定模型前提与假设条件，而真实应用环境中，装备产能测算、空袭落点研判等任务，需要学生自主完成条件甄别、模型选取、参数推演与结果校验。长期的模式化训练导致学生普遍出现“懂理论、会计算、不会工程应用”的浅层学习问题，面对真实工程定量场景时，难以独立搭建完整的统计分析逻辑链条，数理支撑应用的核心能力培育存在明显短板[3]-[5]。

教学素材脱离工程实际场景、应用闭环缺失，导致育人目标流于形式。课程配套的教学资源仍存在“有工程外壳、无应用内核”的突出问题，课堂例题多依托生活化场景，少量习题经过过度简化与人工虚构处理，普遍存在无真实应用场景、无原始实测数据的短板，未能实现真实场景、真实数据、真实工程应用的深度融合[6]。现有工程例题仅简单植入坦克、防空、装备等工程元素，刻意设置理想化计算条件，脱离工程实际约束与战史真实逻辑。例如常规坦克产能抽样习题未依托真实战史数据，缺失装备编

码规则、生产偏差修正、情报误判背景等要素；防空统计习题仅采用抽象虚拟数据，未结合 V1 飞弹空袭、城市防空部署、兵力调配、平民疏散等真实需求。失真化、模板化的案例教学割裂了统计理论与应用的内在关联，学生难以认知概率统计在情报研判、产能评估、防空分析中的应用价值，仅将数理学习等同于纸面解题，育人导向虚化，难以支撑未来岗位能力发展[2] [7] [8]。

针对上述问题，现有研究多从案例选取、情境创设切入，但大多停留在“用案例讲理论”层面：案例多用于导入或总结，以教师讲解为主，学生跟随为辅，且往往需要单独课时或较大幅度调整课程体系，落地成本较高。本文的贡献不在于案例本身的新颖性，而在于提出并验证一种“教学插片”式课堂组织模式。该模式在保持原有课程体系和教学节奏不变的前提下，将一段 15 至 20 分钟、以真实数据为载体的自主探究任务，嵌入理论讲授的知识点应用环节，由学生在问题和数据驱动下自主完成统计建模过程。与传统案例教学相比，该模式的区别在于：传统案例多用于导入或总结，本模式嵌入知识点应用环节，承担“自主建构”功能；传统案例以教师讲解为主，本模式以分层任务单驱动，教师只作思路提示；传统案例常需单独课时或重构课程体系，本模式仅替换原有习题与部分讲授环节，落地成本更低、可复制性更强。本文围绕该模式的设计思想、实施策略及其在特定教学情境下的有效性展开研究，并通过一个学期的平行对照教学进行初步验证。

2. 典型工程应用案例

2.1. 德军坦克产能估计问题

1942 年诺曼底登陆筹备阶段，盟军依靠战俘口供、空中侦察主观估算德军四号坦克月产量高达 1800 台，过高预估德军装甲实力，导致登陆反坦克装备配置方案严重失衡[9]。为修正情报偏差，美英情报人员设计了基于无偏估计的序列估计方法，通过战场随机缴获四号坦克底盘序列号作为简单不放回随机样本，给出了合理有效的产能估计，其估计值 327 台与战后斯佩尔军工档案真实月度产量 342 台相对误差仅 4.4%。而传统情报预估的相对误差超过了 400%。

假设总体为$1,2,\cdots,N$，代表了四号坦克生产序列号，N 为月度未知总产量，为待估参数；样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$，代表了战场缴获的 n 台坦克对应的编号信息，满足简单均匀随机抽样条件，符合离散均匀分布模型假设[10]。统计量$M=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$表示战场缴获坦克的最大编号，用 M 的观察值 m 作为 N 的估计会产生系统性低估，因此需要通过概率分布与数学期望推导，构造无偏估计量。

2.1.1. 无偏点估计模型

M 的分布律为$P\{M=i\}=\dfrac{C_{i-1}^{n-1}}{C_N^n},i=n,n+1,\cdots,N$，其数学期望为

$$E(M)=\sum_{i=n}^{N} i\cdot\frac{C_{i-1}^{n-1}}{C_N^n}=\frac{n}{C_N^n}\sum_{i=n}^{N}C_i^n=\frac{n\cdot C_{N+1}^{n+1}}{C_N^n}=\frac{n(N+1)}{n+1}$$

由无偏性$E(M)=m$有$\dfrac{n(N+1)}{n+1}=m$，从而得四号坦克月产量估计值为

$$\hat{N}=m\left(1+\frac{1}{n}\right)-1$$

2.1.2. 四分位空置修正模型

采用 $\hat{N}$ 对 N 进行估算会出现高估情形[10]，原因是统计数据显示，缴获四号坦克序列号在百号四段区间的占比仅有 11%的落在第 4 段(与预期的 25%相差较大)，可见总体$1,2,\cdots,N$的后半段空置率高，这和前面无偏估计模型中将$X_1,X_2,\cdots,X_n$作为简单不放回随机样本有所冲突(默认编号是连续无空缺)。因

此，取四分位空置修正系数为前三段的实际占比(89%)与理论占比(75%)的比值，即 $K=\frac{89\%}{75\%}$，利用 K 修正四号坦克月产量估计值为

$$N^{*}=\frac{\hat{N}}{K}=\frac{m}{K}\left(1+\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{K}$$

采用四分位空置修正模型修正后的估计方法更为客观真实，这也从侧面说明理论模型的应用要充分结合实际情况才能真正服务于实际的工程问题。实际上，当时德军给各坦克生产厂分配百号独立编号区块，但由于年度产能调整、生产线切换、型号迭代会导致区块末尾大量编号空置、不生产坦克。若没有通过数据分析并采用四分位空置修正方法，所得估计和实际坦克月产量相差较大。

德军坦克产能估计问题涉及到离散型均匀分布、离散型分布律、数学期望、点估计、无偏性等概率统计核心知识点。此部分可拓展至有限总体区间估计(黑豹坦克负重轮拓展内容)。诺曼底战前仅缴获两台黑豹坦克残骸，通过负重轮轮胎模具最大编号 $M_{\max}$ 构造模具总数单侧置信上界 $M_U=M_{\max}\times 1.04$，结合单模具日产能、月度生产天数、备件损耗比例多层折算坦克月度装配产能区间，属于有限总体下区间估计综合应用。

2.2. V1 飞弹落点分布问题

1944 年 V1 巡航导弹持续轰炸伦敦，民众普遍观测到局部区域飞弹落点集中，英军情报部门面临关键问题：落点聚集是德军精准制导打击军工、市政核心目标，还是纯随机分布？两种结论对应完全不同的战略决策、防空资源调配和居民疏散方案。统计学家 R.D. Clarke 划定伦敦南部 144 平方千米稳定落弹密度区域，划分为 576 个 0.25 km^2 独立方格，统计每个方格内 V1 命中数量，利用泊松分布描述空间随机事件分布规律，结合卡方拟合优度检验对比观测频数与理论频数，验证落点随机假设[4] [11] [12]。

2.2.1. 泊松分布

假设单位方格内落弹数为随机变量 X，若落点服从随机分布，则

$$P(X=k)=\frac{\lambda^{k}e^{-\lambda}}{k!},k=0,1,2,\cdots$$

其中 λ 为单位方格内平均落弹数。本案例中，单个方格为独立空间单元，单枚飞弹落点相互独立，满足泊松分布适用条件。

2.2.2. 泊松参数矩估计

利用区域总落弹数与方格总数计算均值估计值

$$\lambda=\frac{537}{576}=0.932$$

代入泊松函数计算 $k=0,1,2,3,4,\geq 5$ 各自的理论方格数，并与实地观测频数进行比对，见表 1。

Table 1. Observed V1 flying bomb landing counts per grid square and poisson theoretical expected values
表 1. V1 飞弹方格落弹观测值与泊松理论期望值

单个方格落弹数量 k	泊松理论方格数量	实地观测方格数量
0	226.74	229
1	211.39	211
2	98.54	93
3	30.62	35

续表

4	7.14	7
≥5	1.57	1
合计	576	576

2.2.3. 卡方拟合优度检验

原假设 H_0：飞弹落点服从泊松分布(即随机分布)；备择假设 H_1：不服从泊松分布。检验统计量为

$$\chi^2 = \sum_k \frac{\left(\text{观测频数}_k - \text{理论频数}_k\right)^2}{\text{理论频数}_k}$$

检验结果 $p = 0.88$，远高于显著性水平 0.05，无法拒绝原假设，落点聚集现象未能超出随机涨落的预期范围。据此推断 V-1 不具备精确制导能力，英军据此调整防空部署。后世学者依托伦敦市政完整轰炸档案，选取同密度区域复现该实验，得到 $p = 0.70$，与[7]中原始结论高度一致[4] [6]。

3. “教学插片”式课堂教学设计与效果分析

3.1. 模式设计思想

我们提出并验证了一种“教学插片”式课堂组织模式。“教学插片”，是指在保持原有课程体系和教学节奏不变的前提下，将一段 15 至 20 分钟、以真实数据为载体的自主探究任务，嵌入到理论讲授的知识点应用环节，由学员在数据驱动下自主完成“条件判断–模型选择–参数推演–结果校验”的完整统计建模过程。

与传统案例教学相比，该模式有三点区别：第一，传统案例多用于课堂导入或章节总结，起“激发兴趣”或“印证理论”作用，而“教学插片”嵌入知识点应用环节，承担“自主建构”功能；第二，传统案例多由教师讲解、学员跟随，而“教学插片”以分层任务单驱动，教师只作思路提示，不输出公式；第三，传统案例往往需要单独课时或重构课程体系，而“教学插片”仅替换原有习题与部分讲授环节，落地成本可控、可复制性强。两套案例均按上述模式设计，分属独立课时的插片环节。坦克产能案例嵌入离散均匀分布与点估计章节，V1 飞弹案例嵌入泊松分布与假设检验章节。以下分别给出两个案例的完整教学设计方案。

3.2. 案例一：德军坦克产能估计

3.2.1. 课前阅读材料

课前 1 至 2 天推送阅读材料，定位为“激发认知需求”而非“预习数学知识”，不涉及分布名称、估计方法或检验术语。材料包含：(1) 1942 年诺曼底登陆筹备阶段，盟军将德军四号坦克月产量误估为 1800 台，战后解密真实值为 342 台；(2) 5 台缴获坦克的原始序列号；(3) 前置思考题：“如何从少量编号推断总体规模？”

3.2.2. 课堂探究任务单

Table 2. Case 1 classroom inquiry worksheet
表 2. 案例一课堂探究任务单

任务内容	学员活动	教师引导问题
观察 5 个编号特征	判断是否满足“等可能、独立抽取”的抽样条件	这些编号是随机缴获的吗？编号之间有关联吗？

续表

比较样本最大值与总体总量	发现最大值必然低估真实值的规律，推导“间隔”的数学期望	用最大编号直接当总产量，会偏高还是偏低？为什么？
构造无偏估计量	推导 $\hat{N}=m\left(1+\frac{1}{n}\right)-1$ 并代入原始数据计算	怎样修正才能让估计“不偏”？
引入四分位空置频数	分析前 3 段实际占比 89%与理论占比 75%的差异，修正估计结果	为什么编号后段会大量空置？这对估计有什么影响？

根据上述真实的二战坦克序列号数据，本环节设计了包含四个子任务的课堂探究任务单，具体任务内容、学员活动及教师引导问题如表 2 所示。

3.2.3. 课堂实施流程

课堂插片以 3 分钟情境导入开场，呈现 1800 台与 342 台的巨大数字落差以制造认知冲突，明确“5 台缴获坦克能否反推全部产能”的核心任务；随后 12 分钟进入分层自主建构阶段，教师仅做思路提示而不输出公式，学员按任务单逐层推进；最后 5 分钟回归理论主线，分组计算统计估计值与传统情报值相对于真实产量 342 台的误差，自主归纳定量方法的精度优势，教师点明该结论对诺曼底登陆装备配置的调整意义，并将插片结论与无偏估计、误差分析等理论要点逐一对应。

3.3. 案例二：V1 飞弹落点分布

3.3.1. 课前阅读材料

课前推送材料，同样定位为“激发认知需求”，包含：(1) 1944 年伦敦防空困境与落点聚集现象描述；(2) 144 km^2 区域划分为 576 个方格的基本信息；(3) 537 枚总落弹数；(4) 前置思考题：“聚集是精准打击还是随机现象？”

3.3.2. 课堂探究任务单

本环节将“伦敦防空困境”转化为具体的课堂探究活动。任务单通过设置“任务内容－学员活动－教师引导问题”的三维支架，引导学生从判断泊松分布的前提条件入手，逐步完成平均落弹数的计算、理论频数的推导以及卡方统计量的构造。具体任务如表 3 所示。

Table 3. Case 2 classroom inquiry worksheet
表 3. 案例二课堂探究任务单

任务内容	学员活动	教师引导问题
呈现 576 个方格落弹观测频数	判断方格落弹数是否满足“事件独立、密度恒定、低概率”三前提	什么条件下才能用泊松分布描述落点？
计算平均落弹数	利用总落弹数与方格总数计算 $\lambda=0.932$	这个 λ 代表什么含义？
计算理论频数	代入泊松函数计算 $k=0,1,2,3,4,\geq 5$ 的理论频数并与观测值对比	理论值和观测值差得多吗？
构造卡方统计量	计算检验值、确定 p 值	卡方统计量衡量的是什么？
做出检验结论	以 $\alpha=0.05$ 为阈值判断是否拒绝原假设	检验结论对防空决策意味着什么？

3.3.3. 课堂实施流程

课堂插片以 3 分钟情境导入开场，指出落点聚集现象将直接影响城市疏散与防空火力分配，核心统计任务是“判断落点分布是否偏离随机”；随后 12 分钟按任务单递进式推演；最后 5 分钟回归理论主

线，复盘两种检验结论对应的决策差异，教师补充英军据此判断 V-1 无精确制导能力、从而调整防空部署的真实历史，并将插片结论与泊松分布适用条件、卡方检验理论等要点逐一对应。

3.4. 效果分析

选取两个同层次学员班开展为期一学期的对照教学。实验班($n = 35$)采用上述插片式自主探究模式，对照班($n = 77$)沿用教材配套的生活化例题进行常规讲授，两班在前期课程成绩、生源构成、课时总量方面均无显著差异，具备对照可比性。学期末统一设置综合建模大题(20 分)，以精简历史材料为题干但不提示具体分布类型，考查学员从原始数据到完整统计结论的自主建模能力。

实验班 86.9%的学员可独立完成从数据提取、参数推演、检验误差分析到结论输出的完整过程(得分率 $\geq 80\%$)，其中 74.3%能主动说明模型适用条件；对照班仅 41.2%可搭建完整框架，多数学员面对未预设分布类型的数据时无法自主启动建模流程。实验班 90.7%能具体描述离散均匀分布在产能测算中的应用，86.2%能准确说明泊松检验在落点研判中的作用，并能举例说明统计结论对决策的影响；对照班仅 31.5%能建立统计理论与实际任务的联系。

上述数据表明，以 15 至 20 分钟教学插片形式融入真实应用案例的自主探究模式，在不打破原有教学节奏的前提下，于自主建模能力与应用认知两个维度上均初步表现出优于常规讲授模式。

4. 反思与讨论

本研究基于两套二战统计史料，设计了“教学插片”式自主探究模式，并在一个学期的对照教学中进行了初步验证。结合实施过程与数据结果，仍有以下问题值得进一步讨论。(1) 研究样本具有特殊性。实验班与对照班均来自同一院校、同一层次的学员群体，样本量有限(实验班 $n = 35$，对照班 $n = 77$)，且学员前期基础、学习习惯等虽经统计检验无显著差异，但仍可能受到班级氛围、教师投入等非可控因素影响。其普适性仍需更大范围、更多轮次的重复验证。(2) 该教学模式对教师提出了更高要求。教师需要提前理解史料背景、预判学员在分层任务中可能出现的困难，并在课堂中从“讲授者”转向“引导者”。如果教师对案例中的数据逻辑、模型适用条件把握不足，容易出现“任务放得开、收不拢”的情况。因此，实施该模式前，教师团队需进行必要的集体备课与试讲打磨。(3) 该模式并不适用于所有知识点。对于定义、公式推导等理论性较强的内容，常规讲授仍具有效率优势；“教学插片”更适合嵌入到知识点应用环节，用于促进学员自主建构与迁移应用。后续可进一步探索该模式在区间估计、回归分析等章节中的适用性，并逐步积累可复用的真实案例资源库。此外，与传统案例教学相比，“教学插片”模式的优势主要体现在：不改变原有课程体系与教学节奏，仅替换原有习题与部分讲授环节，教师备课负担增量有限；以分层任务单驱动，学生在数据驱动下自主完成建模，避免案例教学容易滑向“教师讲案例、学生听故事”的问题。当然，这种模式对教师的课堂引导能力提出了更高要求，若任务层次设计不当，可能出现“放得开、收不拢”的情况。

综上，本研究提出的“教学插片”模式，其价值主要在于提供了一种低成本、可嵌入、以真实数据驱动学员自主建模的教学组织思路。其推广需要结合课程特点、学员基础与教师准备情况作必要调整，不宜简单照搬，必要时调整任务层次与课堂时长。

5. 结语

两套二战史料在嵌入《概率论与数理统计》课堂教学后表现出明显优势。其一，史料可信完整。坦克案例源自 1947 年 JASA 文献，样本数据、推导过程与战后档案真值均可溯源；V1 案例拥有伦敦市政厅原始轰炸档案及 Shaw 与 Shaw (2019)的数字化复现数据支撑，观测频数可直接用作课堂演算素材。两

案例无需人为虚构，天然具备真实情报研判的情境特质。其二，知识点覆盖精准。坦克案例覆盖随机抽样、离散均匀分布、点估计、无偏性、区间估计(拓展)等知识点，V1 案例覆盖泊松分布、矩估计、卡方拟合优度检验，两案例分属独立课时，教师仅需替换原有习题与部分讲授环节，无需课程体系重构。其三，弱化单向灌输并强化自主建构。全部分布判定、参数推导与检验流程由学生在数据驱动下自主完成，学生须主动调用数学期望、概率质量函数等已有知识进行综合运用，由此倒逼完整统计思维链条的训练，破解“套公式刷题”型浅层学习。其四，缓解工程应用场景模糊问题并拓宽国防视野。坦克案例指向“从装备残骸推断工业产能”的军工生产情报分析，V1 案例指向“从落点分布反推武器制导能力”的防空策略研判，两类场景互补，覆盖装备产能评估与空袭态势分析两个典型国防定量领域。

综上，文章针对我校《概率论与数理统计》课堂中“学生自主建模训练缺失”与“工程素材虚化”两大短板，将德军坦克产能估计与 V1 飞弹落点分析两套二战统计实证史料转化为 15 至 20 分钟的教学插片，嵌入离散均匀分布、泊松分布、参数估计、假设检验等核心知识点，在不打破原有教学节奏的前提下实现了真实史料进课堂。教学改造聚焦单一主线，落地成本可控；对照数据表明，实验班在自主建模能力与工程应用认知两个维度上均初步表现出优于对照班。两套史料可溯源、数据可复现、决策可复盘，后续可进一步挖掘 V2 火箭落点、德军轮胎分层抽样、弹药消耗预测等二战统计史料，持续扩充工程探究素材库，推动真实统计案例常态化融入院校概率统计课程教学。

参考文献

[1] 艾小川, 戴明强, 冯杭. “教”“学”平衡的工程数学课程混合式教学探索与实践[J]. 高教学刊, 2023, 9(8): 144-147.

[2] 顾丽娟, 司守奎, 李文彬. 新时代军事教育背景下概率论与数理统计课程创新教学改革研究[J]. 高等数学研究, 2026, 29(1): 91-95.

[3] 刘晓燕, 刘波, 刘孝磊. 军队院校《概率论与数理统计》课程思政探索与实践[J]. 创新教育研究, 2022, 10(6): 1255-1258.

[4] Shaw, L.P. and Shaw, L.F. (2019) The Flying Bomb and the Actuary. *Significance*, **16**, 12-17. https://doi.org/10.1111/j.1740-9713.2019.01315.x

[5] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2019.

[6] Shaw, L.P. (2019) Supplementary Analysis of V-1 Flying Bomb Spatial Distribution. https://lukefshaw.net

[7] Lidstone, G.J. (1942) Notes on the Poisson Frequency Distribution. *Journal of the Institute of Actuaries*, **71**, 284-291. https://doi.org/10.1017/s0020268100047594

[8] Clark, G., Gonye, A. and Miller, S.J. (2021) Lessons from the German Tank Problem for Introductory Statistics Teaching. *The Mathematical Intelligencer*, **43**, 19-28. https://doi.org/10.1007/s00283-021-10082-w

[9] Miller, S.J., Sharma, K. and Yang, A.K. (2024) The German Tank Problem with Multiple Factories. *The PUMP Journal of Undergraduate Research*, **7**, 231-257. https://doi.org/10.46787/pump.v7i0.4249

[10] Ruggles, R. and Brodie, H. (1947) An Empirical Approach to Economic Intelligence in World War II. *Journal of the American Statistical Association*, **42**, 72-91. https://doi.org/10.1080/01621459.1947.10501915

[11] Clarke, R.D. (1946) An Application of the Poisson Distribution. *Journal of the Institute of Actuaries*, **72**, 481. https://doi.org/10.1017/s0020268100035435

[12] Evans, D. (2018) Wartime Statistical Intelligence and Military Decision Analysis. Taylor & Francis.