

# 人工智能赋能空间解析几何四重混合教学模式的构建与实施

黄留佳<sup>1</sup>, 赵 唯<sup>2</sup>, 卢卫君<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>广西民族大学人工智能学院, 广西 南宁

<sup>2</sup>华东理工大学数学学院, 上海

<sup>3</sup>广西民族大学数学科学学院, 广西 南宁

收稿日期: 2026年9月25日; 录用日期: 2026年10月21日; 发布日期: 2026年10月28日

## 摘 要

空间解析几何是高校数学类专业核心基础课程, 以向量法和坐标法为数形结合的工具, 承载从初等几何直观向高等代数抽象过渡的桥梁功能。然而, 课程内容的高度抽象性与对逻辑思维和空间想象能力的高要求, 使教学长期面临沉默课堂、学生参与度低、空间思维培养不足等困境。本文针对上述痛点, 结合混合式教学与人工智能赋能教育的研究现状, 构建了“课前线上感知 - 课堂线下建构 - 课后线上强化 - 次课堂线下迁移”四重混合教学模式。该模式以“学习四遍”为认知主线, 形成螺旋上升的认知闭环; 普及化的人工智能技术以“计算引擎、可视化实验平台、即时诊断器和个性化资源生成器”的角色深度嵌入各环节, 通过动态可视化突破空间想象瓶颈, 通过即时诊断精准定位典型认知障碍。实践遵循“线下艰难思考属人的目的性活动, 线上人工智能辅助属工具性活动”的边界原则, 使学生在与人工智能的协作中完成从“被动接受”到“主动建构”的转变, 为空间解析几何课程的智能化转型提供了可复用的实践范式。

## 关键词

空间解析几何, 四重混合教学模式, 人工智能赋能, 教学新形态, 人机协作日志

## Construction and Implementation of an Artificial Intelligence-Enabled Four-Fold Blended Teaching Model for Spatial Analytic Geometry

Liujia Huang<sup>1</sup>, Wei Zhao<sup>2</sup>, Weijun Lu<sup>3\*</sup>

\*通讯作者。

文章引用: 黄留佳, 赵唯, 卢卫君. 人工智能赋能空间解析几何四重混合教学模式的构建与实施[J]. 教育进展, 2026, 16(10): 2000-2009. DOI: 10.12677/ae.2026.16102312

<sup>1</sup>School of Artificial Intelligence, Guangxi Minzu University, Nanning Guangxi<sup>2</sup>School of Mathematics, East China University of Science and Technology, Shanghai<sup>3</sup>School of Mathematical Sciences, Guangxi Minzu University, Nanning Guangxi

Received: September 25, 2026; accepted: October 21, 2026; published: October 28, 2026

## Abstract

Spatial analytic geometry is a core foundational course for mathematics majors in colleges and universities. Using vector and coordinate methods to combine algebra and geometry, it serves as a bridge from elementary geometric intuition to higher algebraic abstraction. However, the course's high abstraction and its demanding requirements for logical thinking and spatial imagination have long resulted in silent classrooms, low student participation, and insufficient development of spatial thinking. To address these issues, this paper proposes a quadruple blended teaching model—"online pre-class perception, offline in-class construction, online after-class reinforcement, and offline transfer in the secondary classroom"—based on current research in blended learning and AI-enabled education. The model follows a cognitive mainline of "learning four times" to form a spiraling cognitive loop. Popularized Artificial Intelligence technology is deeply embedded in various stages as a "computing engine, visualized experimental platform, instant diagnostic tool, and personalized resource generator"; dynamic visualization breaks the bottleneck of spatial imagination, while real-time diagnosis precisely identifies typical cognitive obstacles. The practice adheres to the boundary principle that offline difficult thinking is a human purposeful activity, whereas online Artificial Intelligence assistance is a tool activity. This enables students to transform from passive acceptance to active construction through collaboration with Artificial Intelligence, providing a reusable paradigm for the intelligent transformation of spatial analytic geometry courses.

## Keywords

Spatial Analytic Geometry, Four-Fold Blended Teaching Model, Artificial Intelligence (AI) Enablement, New Teaching Paradigm, Human-AI Collaboration Logs

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Open Access

## 1. 引言

空间解析几何是高等院校数学类专业的一门核心基础课程，也是全国大学生数学竞赛数学类专业组的三大主要考试科目之一。作为从中学平面解析几何向大学高等数学过渡的桥梁，该课程以向量法和坐标法为数形结合的基本工具，凸显向量方法具有结构化表达、可计算操作和可推广推理的优势[1]。从学科思想史来看，空间解析几何的创立不仅是数学技巧的革新，更是笛卡尔理性主义哲学思想的胜利——通过坐标系将“数”与“形”统一起来，为后世科学提供了一套描述世界的通用语言。从教育价值来看，该课程给予学生的是一种“结构化的理性直觉”，其本质任务是让学生体验数学对象脱离物理实体而在符号逻辑中独立存在，完成从三维直观走向高维抽象的认知跨越。

然而，正是这一跨越造成了学生普遍遭遇的深层阻力：从感官直觉到符号抽象的断裂，从静态方程到动态想象的矛盾，此外冗长的向量计算也遮蔽了几何直观。这些阻力不是课程缺陷，而是其设计意图

——破局在于转化阻力。在教学实践中，上述认知跨越的艰巨性被多重现实困境进一步放大：教材的公理化叙事体系隐藏了知识生成的问题背景，学生难以完成进行态的认知重构；从中学学习惯向大学结构语言切换时，面临思维方式与符号系统的深层断裂；传统课堂依赖静态图形与板书，学生难以在二维媒介上建立三维几何对象的准确表征[2][3]；大班教学环境下，预习有效性不足、空间思维培养不足、个性化教学难以落实等痼疾长期存在[4]。上述问题迫切要求对课程教学进行系统性变革。

信息技术与人工智能(AI)的深度融合，正在重塑大学数学课程的教学生态。在线视频平台与 MOOC 资源的爆发式增长，使混合式教学成为改革主流方向[5][6]。空间解析几何课程依托“课前－课中－课后”三重闭环积累了丰富的经验[7][8]，但课后环节往往局限于知识巩固，缺乏驱动高阶思维的深度学习设计[9]。AI 技术的普及能为信息生成与传播提供极大的便利，尤其是 AI 的动态可视化、实时诊断与个性化推荐能力，能够将抽象几何结构转化为可交互体验，有效帮助学生跨越空间认知断层[10]–[12]，已有研究初步验证了 AI 在数学课程中作为“计算引擎、可视化平台与智能助教”的协同价值[13]。然而，如何将 AI 有机嵌入混合式教学全链条，使之超越工具属性、真正服务于“以学生思维发展为目的”的教育本质，仍是亟待探索的课题[14]。

针对空间解析几何“概念多、公式杂、分类乱”导致的抽象理解难、空间想象培养难、个性化教学落实难等痛点，本研究突破传统“课前－课中－课后”三重闭环，构建“课前线上感知－课堂线下建构－课后线上强化－次课堂线下迁移”四重混合模式。该模式以“学习四遍”为主线：线上预习初步感知，课堂讲授系统建构，课后人工智能辅助练习巩固内化，次课堂研讨拓展迁移升华，形成螺旋上升闭环。AI 作为计算引擎、可视化实验平台、即时诊断器和个性化资源生成器嵌入各环节：课前动态可视化辅助空间表征；课堂“禁用 AI”以守护艰难思考；课后精准诊断并推送变式训练；次课堂批判审查、纠错 AI 内容，训练元认知。实践表明，该模式能激发主动学习，促使学生从“被动接受”转向“主动建构”，为课程智能化转型提供借鉴[9][15][16]。

以下将从 AI“四重混合”教学模式的构建、教学模式的实施路径、教学典型案例与效果反馈四个方面进行系统阐述。

## 2. AI“四重混合”教学模式的构建

认知负荷理论[17]区分内在、外在与关联认知负荷，指出教学设计应降低外在负荷、促进图式建构。空间解析几何中三维图形与代数符号的双重抽象易造成外在负荷过重，AI 动态可视化将抽象结构转化为可交互视觉表征，降低外在负荷，使工作记忆聚焦于概念理解，这为课前线上感知、课堂 AI 演示与课后 AI 练习提供了设计依据。建构主义[18]认为知识是学习者在社会互动中主动建构的，小组协作与“再发现”式教学正是其体现：学生在 GeoGebra 中经历“观察－猜想－代数验证”，在同伴讨论与互评中完成从“解题者”到“翻译官”的认知跃迁，实现概念的内化与迁移。基于认知负荷理论与建构主义学习理论，四重混合模式的各环节由此获得理论支撑，形成“降低负荷－主动建构－社会协商－迁移升华”的闭环。

### 2.1. 四重混合教学模式

当前主流的混合式教学模式虽已从传统课堂走向“课前－课中－课后”三重闭环，但课后环节通常停留于知识巩固与练习层面，缺少一个将知识转化为综合应用能力、实现认知跃升的“升华”环节。空间解析几何的教学目标不仅包括知识理解和技能掌握，更重要的是空间想象能力的培养和综合应用能力的形成，为达成这一目标，有必要在认知闭环中增设一个专门的高阶思维训练场景。

AI 以“计算引擎、可视化实验平台、即时诊断器和个性化资源生成器”的角色嵌入教学，使“人机

协同”从理念走向实践。基于这一认识，本研究提出“四重混合”教学模式，其核心理念可概括为：以“课前线上感知－课堂线下建构－课后线上强化－次课堂线下迁移”四重环节重构教学流程，以“学习四遍”为认知主线形成螺旋上升的完整闭环，以 AI 技术全程赋能实现人机协同的动态适配。

“四重混合”教学模式是指在空间解析几何课程教学中，按照“课前线上－课堂线下－课后线上－次课堂线下”四个教学环节有序展开，通过“预习－内化－巩固－升华”为认知主线，依托 AI 技术为全程赋能工具，达成学生空间想象能力与综合应用能力协同发展为目标的教学模式。四个环节的时空属性、教学功能与主导学习方式如表 1。

Table 1. The four stages of the four-fold blended teaching model

表 1. “四重混合”教学模式的四重环节

| 环节        | 时空属性  | 核心教学功能    | 对应认知层次 | 主导学习方式   |
|-----------|-------|-----------|--------|----------|
| 第一重：课前线上  | 线上/课外 | 知识预习与情境感知 | 识记、理解  | 自主探究式学习  |
| 第二重：课堂线下  | 线下/课内 | 知识内化与深度互动 | 应用、分析  | 协作研讨式学习  |
| 第三重：课后线上  | 线上/课外 | 知识巩固与精准练习 | 综合、评价  | 个性化自适应学习 |
| 第四重：次课堂线下 | 线下/课内 | 知识升华与综合应用 | 创造、创新  | 项目实践式学习  |

“四重混合”模式的构建遵循四项核心原则：认知闭环的完整性——从“预习”到“内化”到“巩固”再到“升华”，形成从低阶认知到高阶思维逐级递升的完整闭环；学习空间的互补性——四个环节在线上与线下、课内与课外之间交替展开，充分利用不同教学空间的独特优势；教学功能的递进性——四个环节对应识记理解、应用分析、综合评价、创造创新四个认知层次；AI 技术的全程嵌入性——人工智能在四个环节中分别扮演智能导学、动态可视化、个性化练习、智能评价等差异化角色。

2.2. “四遍”认知主线的内涵设计

“四重混合”模式以下面“学习四遍”为认知主线，贯穿四个教学环节。需要强调的是，此处的“四遍”并非知识的简单重复，而是遵循“输入－联结－输出”学习序列的四个递进层次，每遍对应特定的认知目标与教学功能。

第一遍是感知与激活，发生在课前线上环节。其认知目标是让学生对新知识形成整体印象并激活相关前概念，不追求细节的完全掌握，而是通过情境化问题导入与诊断性前测，帮助学生建立对新知识的基本感知，同时暴露其认知盲区。

第二遍是建构与内化，发生在课堂线下环节。这是学习中的核心枢纽，要求学生在新知识的框架内进行理解、关联与整合，将课前获得的零散感知上升为结构化的认知体系。其核心任务是“建立连接”——连接新知识与已有经验、连接不同知识点之间的逻辑关系、连接抽象符号与具体几何意义。

第三遍是巩固与精准强化，发生在课后线上环节。如果说第一遍是“广撒网”式的整体感知、第二遍是“建框架”式的系统内化，那么第三遍则是“补漏洞”式的精准修复，通过变式练习与错因分析来帮助学生识别并修复认知体系中的薄弱环节。

第四遍：迁移与升华，发生在次课堂线下环节。前三遍完成的是“输入－加工－巩固”的认知积累，第四遍则实现“输出－整合－创新”的关键一跃，学生将已内化的知识迁移至新的问题情境，完成综合性的项目任务或开放性的挑战课题。

2.3. 教师、学生与 AI 的人机协同机制

“四重混合”模式的变革意义不在于引入技术工具的多寡，而在于重新定义教与学中“人”与“机”

的协同边界。核心理念是：技术普及化的 AI 不应替代数学理解，而应扩展人的认知边界；技术不应控制学习进程，而应服务于思维成长。基于此，人机协作遵循一个总原则——AI 负责“算、看、诊、推”（处理计算、生成可视化、诊断错误、推送变式），人负责“问、证、悟、判”（提出问题、完成证明、领悟本质、判断价值）。这一分工的本质是：将机器擅长的重复性、规模性、即时性工作交给 AI，将人类独有的批判性、创造性、价值性工作留给师生。

在这一框架下，教师聚焦认知框架搭建、思维示范与教学决策，AI 则承担可视化呈现、即时诊断、个性化生成与伴随式答疑四项功能。两者的协同贯穿四个教学环节：课前 AI 诊断学情、教师调整策略；课中教师主导问题链、AI 辅助可视化演示；课后 AI 推送变式练习与错因分析；次课堂教师设计项目任务、AI 提供拓展资源与验证工具。横贯全程的“人机协作日志”记录 AI 介入的频次、类型与效果，形成“过程记录→数据回流→精准诊断→迭代优化”的闭环。

机制运行遵循三条风险防控原则：先尝试、后提示、再反思——学生须先独立尝试方可借助 AI 获取提示；AI 生成内容须经教师审核——确保数学证明与概念定义的严谨性；保持纸笔推导与口头论证环节——逻辑推理能力不可被工具替代。

三者形成“教师主导认知框架、AI 赋能学习过程、学生保持主体地位”的协同生态，这不是技术对教学的替代，而是对教师核心价值的解放与放大，也是教学从“技术辅助”走向“人机深度协同”新范式的根本标志。至此，前述“四重”环节架构、“四遍”认知主线与“人机协同”运行机制共同构成了本模式的完整设计，其总体框架如图 1 所示。

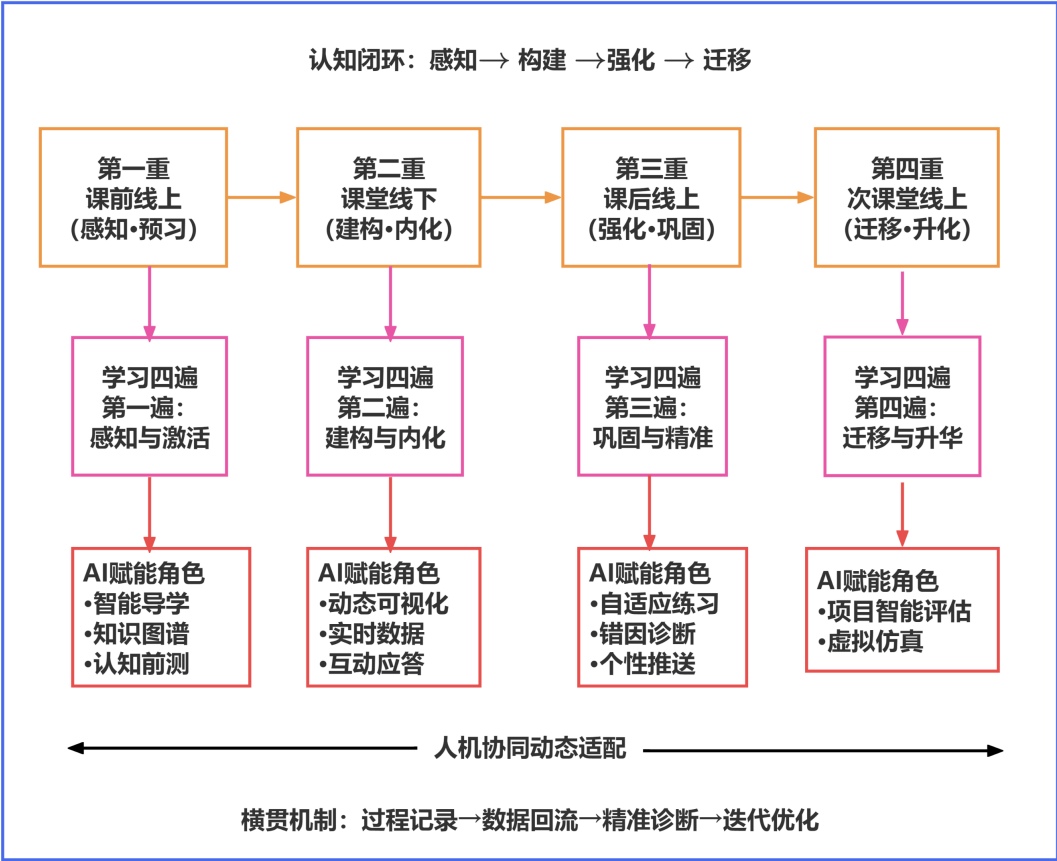


Figure 1. Framework of the AI-enabled four-fold blended teaching model  
图 1. AI 赋能“四重混合”教学模式总体框架图

### 3. AI“四重混合”教学模式的实施路径

四重混合模式的实施,关键在于明确每一重环节的核心任务与AI、教师、学生的角色分工。其总体运行逻辑是:AI负责算、看、诊、推,教师负责问、证、悟、判,学生始终是思维建构的主体。本研究以DeepSeek大模型(DeepSeek-chat,深度求索)为主要AI平台,通过Python调用,温度0.3,用于苏格拉底式启发答疑;GeoGebra Classic 6.0用于几何可视化;超星学习通AI平台(V6.0)用于学情诊断与资源推送;Desmos 3D用于动态演示。所有AI工具均遵循“先尝试后提示、AI不直接给完整证明、关键环节纸笔完成”三条边界协议。

#### 3.1. 课前线上——自主预习与学情诊断

课前线上环节的核心任务是“激活认知图景、暴露思维断点”,让学生在进入课堂前完成基础感知,同时为教师提供精准学情画像。具体实施包含三个层次:其一,微课视频与知识图谱预习。教师依托智慧课程平台发布微课与知识图谱任务,拟定预习提纲(如“两向量向量积”涵盖几何意义、运算性质、坐标表示及应用),帮助学生形成知识结构的总体印象。其二,交互式AI数字教材阅读与自测。AI数字教材嵌入动态演示与即时反馈,学生在阅读中完成知识自测[13],实现“阅读即诊断”。其三,智能导学系统推送与诊断。系统基于知识图谱推送个性化前测,自动生成学情热力图,精准定位薄弱点。前测重点诊断三类概念迷思:将向量仅视为“带方向的线段”而方向信息未参与推理、将向量坐标与点坐标混淆、误以为向量存在除法运算。

AI在此环节聚焦三个具体场景:个性化路径生成、自动批改与诊断、智能导学对话——后者以大语言模型的苏格拉底追问引导学生探索概念边界,帮助学生“发现自己不知道什么”。通过课前精准诊断,教师得以在课堂上有针对性地设计认知冲突,实现“先学后教、以学定教”[14]。

#### 3.2. 课堂线下——深度探究与空间思维建构

课堂线下环节的核心任务是突破空间想象瓶颈,将课前碎片化感知整合为系统化的结构认知,这是从“知道”到“理解”的关键一跃。实施围绕三条线索展开:一是“教师引导+AI演示”双线协同,教师基于学情报告设计问题链,AI动态建模实时响应,但逻辑推导由学生自主完成;二是“再发现”式教学,引导学生完成从“解题者”到“翻译官”的第一次认知跃迁,即拿到图形不再先想“它长什么样”,而是问“满足什么代数条件的东西会落在这个图形上”;三是小组协作与代数验证,学生利用GeoGebra观察几何图像族随参数变化的规律,经历“观察-猜想-代数验证”的完整探究过程。课堂坚持“禁用AI”的护栏原则,在关键推导环节守护学生的艰难思考。

课堂环节的协同模式可概括为:教师用问题链驱动深度思考,AI用可视化支撑直观感知,学生在“再发现”中完成从“算几何”到“结构几何”的认知跃迁,并以代数推导完成逻辑确认。

#### 3.3. 课后线上——AI支撑的巩固拓展与个性化学习

课后线上环节旨在通过精准的个性化练习和拓展,帮助不同水平的学生在各自基础上实现巩固与提升。AI智能题库依据个体学情动态生成“千人千题”,智能批改区分“符号规则混淆”与“行列式计算失误”等错因并推送变式;AI助教以启发式提问引导学生自己发现错误根源,特别针对“不知道如何提问”的困境,通过追问帮助学生定位问题类型;系统根据错题生成“变式陷阱题”,并从知识图谱调用关联概念进行补偿推荐。教师负责审核推送内容、设定目标与集中反馈,将精力集中于结构性问题诊断。

#### 3.4. 次课堂线下——AI融合的项目实践与高阶思维培养

次课堂线下环节是四重混合模式区别于传统三重闭环的关键,核心目标是帮助学生实现从“巩固”

到“升华”的认知跃迁，即从“静态接受”转向“动态生成”。实施包含三个维度：一是项目式学习，学生以小组为单位完成“编写程序自动判别 17 类二次曲面”、“用外积与混合积推导异面直线距离并可视化”等综合任务，教师引导学生抓住“外积”这一核心工具，将全书公式尝试用向量积与混合积重新推导；二是降维打击式跨学科对比，将二次曲面分类置于高等代数二次型标准形框架下审视，体验“从高处理解低维”的认知迁移；三是“极限扰动”思维训练，每遇定义追问“系数为零怎么办”，每遇定理追问“特征根重根怎么办”，AI 辅助生成退化情形的可视化案例与反例素材。教师设计开放任务与思维框架，AI 提供拓展资源与验证工具，学生在“做数学”中完成认知升华。

四重环节的整体逻辑是课前线上负责“感知与暴露”，课堂线下负责“建构与突破”，课后线上负责“巩固与诊断”，次课堂线下负责“迁移与升华”。AI 的角色从“预习助手”逐步过渡到“探究伙伴”“诊断专家”和“验证工具”，教师则从“知识讲授者”转变为“认知冲突设计者”和“思维框架提供者”，形成“感知 - 建构 - 巩固 - 迁移”的螺旋进阶闭环。

#### 4. AI 赋能解析几何教学典型案例

本文选取“混合积与双重外积”、“空间中的直线”两个单元开展教学实践。前者作为详细案例，呈现 AI 赋能下四重混合教学的全流程；后者以框架形式说明该模式的迁移应用。

##### 4.1. 案例一：AI 赋能下“混合积与双重外积”四重混合教学实施流程

本案例聚焦混合积  $(\alpha, \beta, \gamma)$  的定义及几何意义(绝对值  $|(\alpha, \beta, \gamma)|$  等于以三个向量  $\alpha, \beta, \gamma$  为相邻棱的平行六面体体积)、共面与手性判定、三阶行列式表示、双重外积公式  $(\alpha \times \beta) \times \gamma = (\alpha \cdot \gamma)\beta - (\beta \cdot \gamma)\alpha$  及 Jacobi、Lagrange 恒等式。教学难点在于混合积运算性质的几何直观、仿射坐标系下行列式对应关系以及双重外积  $(\alpha \times \beta) \times \gamma = (\alpha \cdot \gamma)\beta - (\beta \cdot \gamma)\alpha$  的向量论证。教学按“课前线上 - 课堂线下 - 课后线上 - 次课堂线下”四重环节展开。

###### 4.1.1. 课前线上——AI 驱动的自主预习与学情诊断

课前 2 天在教学平台教师发布 8~10 分钟微课和 GeoGebra 作图指南，设置混合积符号判别、共面判定等预习测试。AI 统计答题数据，生成班级学情画像，识别共性错题与薄弱知识点，并针对符号判别错误推送“右手系与左手系”动态教程，针对共面判定错误推送“混合积为零的几何意义”微视频。AI 同时生成预习报告，标注课堂需重点突破的“思维断点”。学生观看微课、完成测试并查看个性化薄弱资源。教师利用人机协助进行辅助备课及学情预判，并根据数据分析进行调整教学策略，人机协作示例如表 2。

Table 2. Example of human-AI collaboration log

表 2. 人机协作日志示例

| 日志字段      | 记录内容                | 示例                                     |
|-----------|---------------------|----------------------------------------|
| 任务与目的     | 你试图用 AI 辅助完成什么教学任务？ | 让学生理解“空间直线与平面的交点”的几何意义                 |
| AI 做了什么   | AI 生成了什么内容/建议？      | AI 生成了 5 道从易到难的练习题，并附带三维动态演示的代码片段      |
| 你验证/修改了什么 | 你检查了哪些内容？删改了什么？     | 验证了题目答案的准确性；删除了 AI 生成的过于复杂的“异面直线距离”拓展题 |
| 你的决策与理由   | 你最终决定采用/放弃什么？为什么？   | 采用前 3 道基础题用于课堂练习，放弃拓展题因为超出学生当前认知负荷     |

#### 4.1.2. 课堂线下——AI 辅助的深度探究与空间思维建构

课堂以学情热力图为切入点,用“三个向量 $\alpha, \beta, \gamma$ 如何决定平行六面体体积”激活学生课前感知。在混合积几何意义探究中, AI 三维交互模型动态展示平行六面体, 学生调换向量顺序, 观察混合积数值与符号变化, 归纳循环可交换与反交换规律, 建立“符号-手性-体积”认知链。在双重外积公式 $(\alpha \times \beta) \times \gamma = (\alpha \cdot \gamma)\beta - (\beta \cdot \gamma)\alpha$ 探究中, 学生分组计算并对比结果, AI 直观呈现其不满足结合律, 教师引导完成向量论证与坐标证明。随后 AI 推送分层任务: 基础层为练习混合积计算与共面、手性判断; 提高层为验证循环可交换与反交换性质; 拓展层为用混合积推导线性组合并与克莱姆法则类比。课堂坚持“禁用 AI”的护栏原则, 在关键推导环节守护学生的艰难思考。最后对比直角坐标系与仿射坐标系下混合积计算, 建立与线性代数行列式的联系。

#### 4.1.3. 课后线上——AI 支撑的混合积巩固与错因诊断

AI 智能题库依据课堂表现和预习数据生成“千人千题”: 基础薄弱者侧重混合积计算与符号判别, 中等者侧重双重外积与坐标证明, 学有余力者侧重 Jacobi、Lagrange 恒等式。AI 自动批改并归类概念、计算、符号等错因, 生成个人错题本。AI 助教 24 小时在线, 以苏格拉底式提问引导答疑, 并依据数据推送混合积在物理、计算机图形学中的应用案例及教材配套资源。

#### 4.1.4. 次课堂线下——AI 融合的四面体项目与迁移升华

以“空间四面体几何不变量探究”为 PBL 任务, AI 随机生成三组四面体构型, 学生计算体积、判断共面、求法向量并验证 Jacobi 恒等式, AI 提供 3D 可视化看板供组间对比互评。教师引导开展降维类比: 二维行列式对应平行四边形面积, 三维混合积对应平行六面体体积, 并推广至 Gram 行列式, AI 生成类比思维导图。最后设置“极限扰动”问题: 三向量逐渐趋近共面时混合积如何变化, 学生动态调参观察体积趋零过程, 深化对共面判定与体积计算本质关联的理解。

### 4.2. 案例二: AI 赋能下“空间中的直线”四重混合教学实施流程

本案例将同样四重混合教学模式迁移至“空间中的直线”, 核心内容包括直线方程形式、点与直线、直线与平面、两条直线的位置关系及距离公式。

课前线上, AI 推送直线一般方程向量方程、点向式参数方程与连等式方程的相互转化、方向向量求解、位置关系判定的微课与测试, 生成学情热力图, 并针对外积求方向向量 $u = n_1 \times n_2$ 、参数式转化、线面关系混淆等问题推送动画、模板和三维交互模型。

课堂线下, 以“一条直线如何‘出生’”激活空间想象; AI 动态演示点向式、参数式、一般式转化及外积求方向向量, 展示点到直线距离与对称点的几何对应。分层任务中, 基础层练方程转化与距离计算, 提高层练线面位置关系、夹角与直线轴的平面束方程, 拓展层练过定点且与已知直线相交、平行于已知平面的直线方程。最后绘制“空间直线知识图谱”。

课后线上, AI 智能题库按基础、中等、拓展分层, 错因归类为概念、公式、计算和空间想象偏差; AI 助教围绕“为何一般方程需两个平面”、“线面夹角公式”、“异面直线公垂线方向向量”等苏格拉底式答疑; 推送机械设计、计算机图形学、机器人运动学应用。

次课堂线下, 以“异面直线公垂线的求解与可视化”为 PBL 任务, AI 生成三组难度递增构型, 学生判断异面、计算公垂线长度与方程并三维可视化; 通过“二维平行线距离-三维异面直线公垂线-n 维子空间距离”进行降维类比; 设置极限扰动问题, 观察公垂线长度随共面或平行趋势的变化; 学有余力者进一步探究与两异面直线均相交且平行于给定平面的直线轨迹。

综上, 两个案例均表明, AI 以计算引擎、可视化平台、即时诊断器和资源生成器角色嵌入四重混合

教学,能有效促进学生在解析几何学习中从“被动接受”转向“主动建构”。

## 5. 教学效果与反馈

经过两年多实践,该模式取得积极成效,笔者三所教的两个班级学生满意度均达 90.27%。学生认知由“看见图形”转向“写出结构”,能主动将空间解析几何与高等代数融合,理解行列式与二次曲面的几何意义。

知识掌握上,知识图谱将向量、坐标、曲面、方程等概念结构化,学生反馈“知识点关系更明了”。四轮螺旋强化——向量翻译、共线共点、坐标与基、线性相关性——推动学生从“会算”走向“会想”。2022~2025 年期末成绩呈偏右正态分布,约 12% 学生尚不完全适应,提示需加强精准帮扶。

教学公平上, AI 个性化路径与学情诊断回应了学生基础差异,提升了学习效率与动机。竞赛方面,学生参加全国大学生数学竞赛获奖率显著提升,空间解析几何部分试题的得分贡献发挥了重要作用。

综合而言,本模式在满意度、知识掌握、教学公平及能力提升四个维度的成效相互支撑、形成闭环,共同验证了 AI 赋能“四重混合”教学模式在空间解析几何课程中的实践价值。

## 6. 结语

本研究针对空间解析几何课程中认知负荷重、空间表征单一、个性化路径缺失等问题,本研究构建了“课前线上感知-课堂线下建构-课后线上强化-次课堂线下迁移”四重混合教学模式,并将 AI 嵌入各教学环节。其核心创新在于:在传统“课前-课中-课后”三重闭环之外增设“次课堂线下”环节,并以“学习四遍”为认知主线,形成“感知-建构-巩固-迁移”的螺旋进阶路径。实践以“向量翻译、共线共点、坐标与基、线性相关性”四轮强化推进,帮助学生实现从“解题者”到“翻译官”、从“记忆公式”到“掌握不变量”的转变。

实践表明,技术普及化的 AI 动态可视化有助于突破空间想象瓶颈,知识图谱促进知识结构化与意义建构,四重环节推动低阶认知向高阶思维跃升。遵循“AI 负责算、看、诊、推,人负责问、证、悟、判”的人机协同原则及三条边界协议,可确保技术服务于思维成长。教学效果已在满意度、知识掌握、教学公平与竞赛表现等方面得到验证,但仍有约 12% 的学生尚不完全适应,需加强精准诊断与分层帮扶。

未来可深化知识图谱与 AI 大模型的融合,完善全过程多元评价,并将该模式向高等数学、线性代数等抽象课程推广,探索 VR/AR 在空间认知教学中的深层应用,为高校数学课程数智化转型提供可复用的实践范式。

## 基金项目

本研究广西民族大学第三批校级一流本科课程“空间解析几何”项目(No. RC2400004378)的资助。

## 参考文献

- [1] 生云鹤,李方,侯秉喆. 空间解析几何[M]. 第 5 版. 北京: 科学出版社, 2022.
- [2] 徐文学,姚纯青. 空间解析几何课程改革的探索[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2021, 46(4): 167-171.
- [3] 王泽平. 空间解析几何课程混合式教学实践探究[J]. 中国多媒体与网络教学学报(上旬刊), 2025(3): 33-37.
- [4] 张丽娟. 大学数学课程混合式教学的困境与突破[J]. 数学教育学报, 2024, 33(2): 89-94.
- [5] 顾燕红,等. 从 B 站“抢”回学生[EB/OL]. 深圳大学数学科学学院, 2023.  
[https://mp.weixin.qq.com/s/4T4ONZ5JXFD5SP7m2Pifmw?scene=25#wechat\\_redirect](https://mp.weixin.qq.com/s/4T4ONZ5JXFD5SP7m2Pifmw?scene=25#wechat_redirect), 2026-08-30.
- [6] 沈广艳. 基于慕课平台的线上线下混合式教学的设计与实践——“解析几何”教改案例[EB/OL]. 东北师范大学数学与统计学院, 2019. <https://czdkt.nenu.edu.cn/anli/anli36.pdf>, 2026-08-31.

- 
- [7] 黄瑾, 李琼琳. 混合式一流课程教学改革探讨——以师范院校《解析几何》课程为例[J]. 秦智, 2025(10): 155-157.
- [8] 魏波. 基于翻转课堂模式的以问题为中心的教学设计——以空间解析几何教学为例[J]. 湖北函授大学学报, 2018, 31(1): 167-168.
- [9] 袁磊, 徐济远, 刘沃奇. 数智教育生态下人机协同教学范式转型[J]. 开放教育研究, 2025, 31(2): 108-117.
- [10] 金盈, 常双. 人工智能帮助学生突破空间想象瓶颈——以高中数学复习课《空间几何体的表面积与体积》为例[J]. 人民教育, 2025(Z3): 72-73.
- [11] 孙喆. AI 赋能解析几何构建个性化学习路径的实践研究[J]. 辽宁教育, 2026(7): 97-99.
- [12] 李珊, 杨天愉. AI 赋能高等数学课程混合式教学改革研究与探索[J]. 教育进展, 2026, 16(1): 915-923.
- [13] 黄廷祝团队. 打造线性代数与空间解析几何课程智能化升级——在线智慧课程、交互式 AI 数字教材与智能助教协同的“人机协同”教学新模式[EB/OL]. <https://www.math.uestc.edu.cn/info/1033/9119.htm>, 2026-08-31.
- [14] 洪涛清, 刘婉, 张剑锋. 省级一流课程空间解析几何的建设与实施路径[J]. 鲁东大学学报(自然科学版), 2022, 38(3): 206-211.
- [15] 乔雪峰. 从工具赋能到智能协同: 生成式人工智能驱动的教育模式转型[J]. 南京社会科学, 2025(1): 126-134.
- [16] 胡细, 樊庆端. AI 赋能高等数学课程创新教学模式的探索与实践[J]. 教育进展, 2026, 16(7): 1476-1482.
- [17] Sweller, J. (2026) Cognitive Load during Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive Science*, **12**, 257-285. [https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202\\_4](https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202_4)
- [18] Vygotsky, L.S. (1978) *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.