Advances in Education 教育进展, 2026, 16(11), 342-357
Published Online November 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.16112392

Hans汉斯

高中生批判性思维倾向与数学问题解决能力的关系研究

——基于南京市某中学的实证调查

秦子然*，高　翔

南京信息工程大学教师教育学院，江苏　南京

收稿日期：2026年10月3日；录用日期：2026年11月2日；发布日期：2026年11月9日

摘　要

为探讨高中生批判性思维倾向与数学问题解决能力之间的具体关系，并借助书写过程深入揭示学生在真实解题过程中的思维表现，本研究选取南京市某示范性高中393名高中生作为研究对象，运用《高中生数学批判性思维倾向量表》与《高中生数学问题解决能力测试卷》进行实证调查。通过定量统计与基于真实作答书写过程的分析发现：高中生数学批判性思维倾向与问题解决能力呈显著正相关($r = 0.392, p < 0.01$)；批判性思维倾向中的“寻找真相”维度对问题解决能力的预测贡献最为显著；学生在真实解题书写过程中展现出“重计算推导、轻逻辑阐释与反思”的典型特征，其“解释”维度得分稍显滞后。基于此，教学应强化思维过程可视化训练、创设情境化认知冲突，推动高中生批判性思维与问题解决能力的协同发展。

关键词

批判性思维倾向，问题解决能力，高中数学

A Study on the Relationship between High School Students' Critical Thinking Disposition and Mathematical Problem-Solving Ability

—An Empirical Investigation Based on a Middle School in Nanjing

Ziran Qin*, Xiang Gao

School of Teacher Education, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing Jiangsu

*通讯作者。

文章引用: 秦子然, 高翔. 高中生批判性思维倾向与数学问题解决能力的关系研究[J]. 教育进展, 2026, 16(11): 342-357. DOI: 10.12677/ae.2026.16112392

Received: October 3, 2026; accepted: November 2, 2026; published: November 9, 2026

Abstract

To explore the specific relationship between high school students' critical thinking disposition and mathematical problem-solving ability, and to reveal students' thinking performance in authentic problem-solving processes through written responses, this study selected 393 high school students from a demonstration high school in Nanjing as research participants. The High School Students' Mathematical Critical Thinking Disposition Scale and the High School Students' Mathematical Problem-Solving Ability Test were employed for an empirical investigation. Through quantitative statistical analysis and analysis based on authentic written problem-solving processes, the findings are as follows: a significant positive correlation exists between high school students' mathematical critical thinking disposition and problem-solving ability ($r = 0.392$, $p < 0.01$); the "truth-seeking" dimension of critical thinking disposition makes the most significant predictive contribution to problem-solving ability; students exhibit a typical characteristic of "emphasizing calculation and derivation while neglecting logical explanation and reflection" in their authentic written problem-solving processes, with their performance in the "explanation" dimension lagging slightly behind. Accordingly, teaching should strengthen the visualization of thinking processes and create contextualized cognitive conflicts to promote the coordinated development of high school students' critical thinking and problem-solving abilities.

Keywords

Critical Thinking Disposition, Problem-Solving Ability, High School Mathematics

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 问题提出

数学问题解决能力是现代教育体系中培养学生核心素养的关键目标之一。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2025 年修订)》明确指出，要引导学生学会从数学角度发现和提出问题、分析和解决问题[1]。然而在日常教学实践中，教师常观察到一种现象：部分学生虽然能够熟练套用公式完成常规计算，但在面对结构不良或开放性问题时，却往往缺乏深入探究的能力与严密的逻辑阐释能力。这表明单纯的技能训练难以自然转化为高质量的问题解决能力，其背后深层次的思维品质——一个学生面对问题时的批判性思维倾向，往往扮演着至关重要的角色。

批判性思维是一种高阶的、理性的认知活动，个体能够按照某种特定的思维做出严密的思考和推理[2]。在数学学习中，批判性思维倾向表现为在数学学习活动中有目的、有意识地对已有的数学表述和数学思维过程、结果做出自我调节性分析、判断、推理、解释和调整的个性品质[3]。已有研究表明，批判性思维能够显著影响学生在复杂情境中的问题解决表现[4]，帮助学生识别假设、评估理由并得出逻辑结论，这正是数学问题解决能力的重要体现。然而，现有研究大多停留在抽象的问卷测量与分数之间的相关性分析上，缺乏对学生实际解题过程中用文字表达思维过程的质性考察，难以直观呈现批判性思维倾向究竟如何具体渗透并作用于问题解决过程。

基于此，本研究拟以南京市某示范性高中高中生为例，将定量问卷测量与基于真实作答书写试卷的

质性分析相结合，深入探讨高中生批判性思维倾向与问题解决能力的关系，并重点结合学生在测试卷上的真实书写过程，例如对逻辑理由的补充、对方法反思的呈现等。揭示当前高中生在问题解决过程中的思维特征与短板，以期为高中数学教学中渗透思维品质培养提供实证支撑。

2. 研究设计

2.1. 研究对象

本研究选取南京市某所示范性高中高二年级学生作为调查对象，样本涵盖重点班、非重点班及实验班三种班级类型，以及物理类与历史类两种选科方向。正式测试发放问卷与测试卷 430 份，利用一节课(45 分钟)时间集中完成并当场回收。剔除无效试卷后，最终回收有效样本 393 份(有效率 91.4%)。其中，男生 249 人(63.36%)，女生 144 人(36.64%)；物理类学生 269 人(68.45%)，历史类学生 124 人(31.55%)；重点班 188 人(47.84%)，非重点班 35 人(8.91%)，实验班 170 人(43.26%)。

2.2. 研究工具

2.2.1. 《高中生数学批判性思维倾向量表》

参照加利福尼亚批判性思维倾向量表(CCTDI) [5]及彭美慈等编制的 CTDI-CV [6]，结合高中生认知特点进行修订(见附录 1)。量表采用李克特 5 点计分法(1 分“非常不符合”至 5 分“非常符合”) [7]。通过预测试与项目分析，最终形成包含“自信心与求知欲”、“认知成熟度”、“分析性与系统性”、“寻找真相”四个维度和一道测谎题共 21 个题项的正式量表。验证性因子分析显示模型拟合良好($\chi^2/df = 2.696$, RMSEA = 0.066, CFI = 0.918, TLI = 0.905)，总量表的 Cronbach’s α 系数为 0.904，表明量表具有良好的信效度。

2.2.2. 《高中生数学问题解决能力测试卷》及评分标准

本测试卷的编制紧扣高中数学课程标准，旨在精准探测学生在核心模块的问题解决能力。在内容选择上，聚焦于函数、解析几何、立体几何及概率统计四大主干模块(表 1)，这些内容在高中课程中占比极大，是构建数学核心素养的基石。在题目设计上，刻意规避单一公式套用，转而设置易错陷阱与思维障碍。在设问方式上，采用“原题 + 问题”的开放式结构，不要求学生仅给出答案，而是强调可视化其思考过程、对比不同解法并总结反思。这种设计能最大程度调动学生的元认知，促使他们在纠错与辨析中，真正提升分析问题与解决问题的综合能力。

评分标准参考 Delphi 报告[8]与 Ilyas 的批判性思维综合框架[9] (见附录 2)。每道大题在经典母题的基础上，设置引导学生阐述理由、说明假设、评估方法及总结反思的子问题。结合数学学科特点，将问题解决能力划分为阐释、分析、推理、评价、解释五个维度，测试卷的评分标准参考了 Facione 等的“整体批判性思维评分标准(HCTSR)”细化各维度的等级描述[10]，分数越高表明数学问题解决能力越强。每个维度满分 5 分，每题 25 分，总分 100 分(见表 2)，完整评分标准见附录 3。测试卷的 Cronbach’s α = 0.916，累积方差解释率 = 64.972%，因子载荷 = 0.563~0.805，区分度 = 0.6156 > 0.4，测试卷信效度、区分度良好。为保证编码可靠性，研究者首先在理解分析框架与程序的基础上进行讨论交流，随后各自独立完成试编码并核对。第一次编码 kappa = 0.849；经协商讨论达成一致后，第二次编码 kappa = 0.864，表明编码具有较高的一致性。

3. 研究结果与分析

3.1. 总体状况

(1) 批判性思维倾向分析

对 393 名有效样本在量表各维度上的得分进行了描述性统计分析。由于各维度题项数量一致，均采用维度均分进行后续比较，结果如表 3 所示。

Table 1. Structure and item distribution of the high school students' mathematical problem-solving test
表 1. 高中生数学问题解决测试卷的结构和题目分布

题目类型	主题	知识点	题号	原题分值	批判性思维赋分分值
选择题	函数	三次函数、导数、方程与不等式	第 1 题	6	25
解答题	几何与代数	解析几何、双曲线、向量	第 2 题	4, 6, 8	25
		立体几何、空间向量、二面角	第 3 题	6, 7, 8	25
	概率与统计	随机变量、分布列、条件概率	第 4 题	10, 8	25
总分				63	100

Table 2. Sample table and scoring example
表 2. 样表与评分示例

① 函数模块原题示例	1、设直线 $y=t$ 与函数 $f(x)=x(x-3)^2$ 图象的三个交点分别为 $A(a,t),B(b,t),C(c,t)$，且 $a<b<c$，则(　)。 A. $f(x)$ 图象的对称中心为(2, 2)　　B. abc 的取值范围为(0, 12) C. ac 的取值范围为(0, 4)　　D. $c-a$ 的取值范围为 $\left(3,2\sqrt{3}\right)$		
② 函数模块问题示例	问题：(1) 你用了什么方法判断选项 A？并写出推导过程。你是如何利用导数确定函数的单调区间和极值点的？以及你判断不同的根所在的区间是？ (2) 在判断选项 B 时， abc 的范围你是如何确定的？(写出过程)；在判断选项 C 和 D 时你的方法是？(写出过程)，除了该方法，你还想到了什么方法？ (3) 做完这道题后，你认为“三次方程有三个实根”与“直线与三次函数图象有三个交点”这两个条件之间有什么关系？下次遇到类似的“直线与三次函数图象交点”问题，你会优先采用什么思路？		
③ 评分标准	阐释	5 分	正确说明对称中心的验证方法(2 分)；写出 $f(2+x)+f(2-x)=4$ 或求二阶导(2 分)；得出对称中心为(2, 2) (1 分)
	分析	5 分	正确求导 $f'(x)=3x^2-12x+9$ (2 分)；正确解出极值点 $x=1$ (极大值 4)、$x=3$ (极小值 0) (2 分)；说明图象分析对后续选项的作用(1 分)
	推理	5 分	正确写出根与系数关系(2 分)；正确得到 $a+b+c=6$、$ab+ac+bc=9$、$abc=t$ (2 分)；得出 $t\in(0,4)$ (1 分)
	评价	5 分	指出 B 选项错误(2 分)；解释判断 C 和 D 使用的方法及理由(2 分)；说出除了该方法，还想到什么其他方法(1 分)
	解释	5 分	正确说明“三个交点”等价于“方程 $f(x)=t$ 有三个实根”(2 分)；总结一般思路(如数形结合、根与系数关系) (3 分)

Table 3. Descriptive statistics of high school students' mathematical critical thinking disposition and the mean scores of each dimension
表 3. 高中生数学批判性思维倾向及各维度平均分的描述性统计

检验变量	N	最小值	最大值	平均值	中位数	标准差	得分率
自信心与求知欲	393	1.000	5.000	3.437	4.000	1.065	68.74%
认知成熟度	393	1.000	5.000	4.344	4.000	0.653	86.88%
分析性与系统性	393	1.000	5.000	3.648	4.000	0.912	72.96%
寻找真相	393	1.000	5.000	3.774	4.000	1.015	75.48%
数学批判性思维倾向	393	1.000	5.000	3.801	4.000	0.979	76.02%

由表 3 可知，高中生数学批判性思维倾向的整体均值为 3.801 (满分 5 分)，得分率为 76.02%，表明学生整体处于中等偏上水平。从各维度来看，认知成熟度维度得分最高(M = 4.344，得分率 86.88%)，说明高中生在面对数学问题时的认知反思和判断能力相对成熟，能够结合已有知识对问题进行多角度审视。寻找真相维度(M = 3.774，得分率 75.48%)和分析性与系统性维度(M = 3.648，得分率 72.96%)得分居中，表明学生在主动探究数学问题的本质和系统分析方面表现尚可，但仍有提升空间。自信心与求知欲维度(M = 3.437，得分率 68.74%)得分相对较低，表明学生在数学学习中的自我效能感和内在动机相对不足，部分学生面对数学问题时缺乏足够的信心，主动探索数学知识的意愿也有待加强。

(2) 数学问题解决能力分析

数学问题解决能力五个维度分析如表 4 所示。学生得分呈现明显差异：阐释(M = 3.568)与分析(M = 3.494)维度表现较好，而解释维度(M = 2.784)得分偏低，且标准差最大(SD = 0.881)。这初步反映出学生在基本的代数运算与公式推导的“算”上较为熟练，但在将思维过程转化为书面文字表达的说理与解释上存在普遍困难。

Table 4. Descriptive analysis of mathematical problem-solving ability
表 4. 数学问题解决能力描述性分析

维度	均值	标准差	方差	偏度		峰度	
				统计	标准误	统计	标准误
阐释	3.568	0.653	0.427	−0.587	0.123	1.059	0.246
分析	3.494	0.624	0.389	−0.503	0.123	0.876	0.246
推理	3.354	0.681	0.464	−0.518	0.123	0.552	0.246
评价	3.320	0.732	0.536	−0.611	0.123	0.704	0.246
解释	2.784	0.881	0.777	−0.338	0.123	0.024	0.246

3.2. 相关性分析

3.2.1. 批判性思维倾向与数学问题解决能力的相关性分析

为探究高中生数学批判性思维倾向与数学问题解决能力之间的关系，采用皮尔逊(Pearson)相关分析法对两者进行相关性分析，结果如表 5 所示。

由表 5 可知，批判性思维倾向与数学问题解决能力之间的皮尔逊相关系数为 r = 0.371 (p < 0.01)，达到显著水平。依据埃维森和格根提出的相关性强弱判断标准：介于 0.75 和 1.00 之间的任何 r 值代表了一个很强的正相关性。类似地，介于−0.70 和−0.30 之间和 0.30 到 0.70 之间的 r 值代表了一个适中的相关性

[11]。因此，高中生批判性思维倾向与数学问题解决能力之间相关性显著。这一结果表明，批判性思维倾向越强的学生，其数学问题解决能力也越高。

Table 5. Correlation analysis between mathematical critical thinking disposition and mathematical problem-solving ability
表 5. 数学批判性思维倾向与数学问题解决能力的相关性分析

	批判性思维倾向	数学问题解决能力
批判性思维倾向	1	
数学问题解决能力	0.371**	1

注：**在 0.01 级别(双尾)，相关性显著。

3.2.2. 数学问题解决能力各维度与批判性思维倾向各维度的相关性分析

为进一步探究批判性思维各维度与数学问题解决能力各维度深层次的关系，进行各维度之间的相关性分析，结果如表 6 所示。

Table 6. Correlation analysis of the sub-dimensions of each variable
表 6. 各变量子维度的相关分析

	阐释	分析	推理	评价	解释	自信心与求知欲	认知成熟度	分析性与系统性	寻找真相
阐释	1								
分析	0.828**	1							
推理	0.716**	0.790**	1						
评价	0.746**	0.777**	0.796**	1					
解释	0.714**	0.698**	0.691**	0.723**	1				
自信心与求知欲	0.213**	0.257**	0.260**	0.231**	0.237**	1			
认知成熟度	0.255**	0.223**	0.224**	0.244**	0.214**	0.408**	1		
分析性与系统性	0.140**	0.154**	0.209**	0.170**	0.184**	0.680**	0.469**	1	
寻找真相	0.419**	0.461**	0.444**	0.434**	0.426**	0.540**	0.345**	0.446**	1

注：**在 0.01 级别(双尾)，相关性显著。

由上表可知，批判性思维中寻找真相维度与数学问题解决中的分析(r = 0.461)和推理(r = 0.444)呈现出较强的正相关性。这表明求真务实的态度、对客观依据的追问以及突破思维定式的意愿，是驱动学生深入剖析问题结构(分析)并进行严密逻辑演练(推理)的关键内驱力。其余各维度都呈现不同强度的显著相关性，表明批判性思维倾向与数学问题解决能力有着密不可分的联系。

3.2.3. 高中生数学问题解决能力书写过程分析

为了进一步揭示学生在不同知识领域中的具体认知差异与思维特质，对 393 份测试卷中四个核心模块在五大维度上的得分均分情况先进行交叉对比，结果如表 7 所示。

结合以上不同模块不同维度的均分，综合学生作答过程进行对比分析，得出三个显著特征：

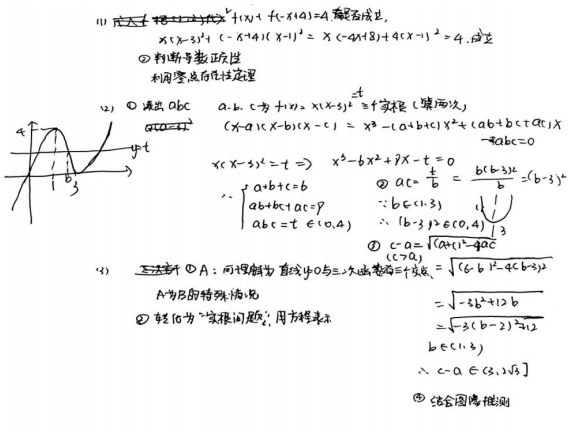
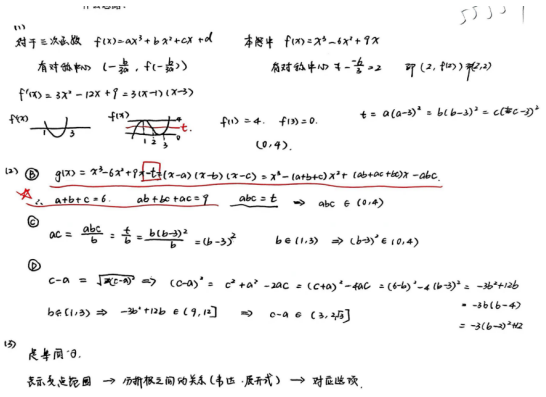
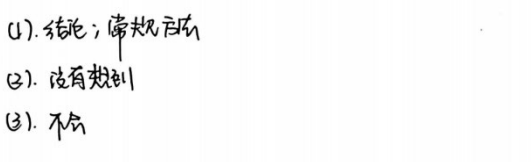
特征一：学生重计算推导，轻书面表达思考过程能力

综合上述分析可以发现，四个题目学生阐释与分析维度的平均分较高，推理与评价的平均分其次，而解释维度的平均分最低。这一“重算轻说”的现象在解析几何与函数模块中尤为突出。

Table 7. Comparison of mean scores of high school students' mathematical problem-solving ability across different modules
表 7. 高中生数学问题解决能力各模块均分对比

	函数	解析几何	立体几何	统计与概率
阐释	3.631	3.514	3.048	4.079
分析	3.583	3.430	3.053	3.911
推理	3.422	3.186	3.020	3.789
评价	3.476	3.025	2.94	3.835
解释	2.812	2.364	2.249	3.713

Table 8. Examples of students emphasizing calculation and derivation while neglecting written expression of thinking processes
表 8. 学生重计算推导而轻书面表达思考过程示例

学生作答示例	说明
	学生能够用语言书写完整论证
	学生擅长用符号语言求解过程
	学生未能解出题目且无法用语言描述

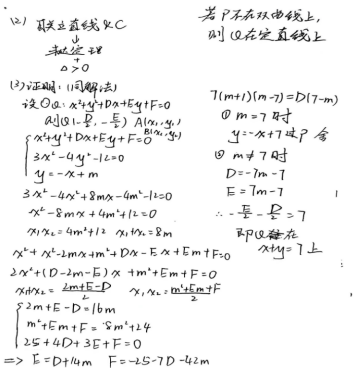
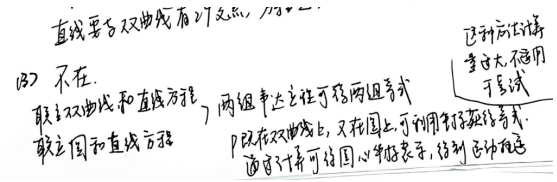
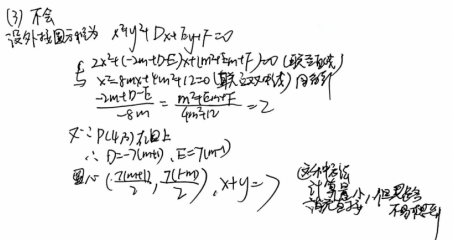
由表 8 可知，学生在解析几何求双曲线标准方程的问题中，大部分学生能够顺畅联立方程组、求解并正确计算出参数，但在要求对“为何两个独立条件能够唯一确定双曲线方程”进行几何本质解释时，仅少部分学生能够在答题纸上用准确的语言表达代数约束与几何轨迹的关系。大部分学生的书面作答呈现出“直觉化”或“套话化”特征，例如直接书写“因为有离心率和过一点，所以可以解出方程”或“符合双曲线定义”，缺乏对解析几何本质以及条件独立性的论证。

究其原因，学生长期受应试训练影响，习惯将解决问题简化为算术演练，把解题等同于计算得出正确答案。这种缺乏“数学说理”的解题习惯，反映出其批判性思维中的“阐释”与“解释”能力缺失——学生能够执行解题操作，却只有极少数学生能够向他人或自己清晰阐明该题背后的逻辑性。

特征二：模式化解题抑制高阶反思与批判性思维

在评价维度上，该维度要求学生运用不同的方法进行解题反思。四个模块的平均得分在解析几何与立体几何模块得分最低，这表明学生极度缺乏对解题策略进行比较、优化与批判性审视的习惯。以解析几何与立体几何综合题为例，解析几何中，学生往往依赖直接设切线求解，未充分考虑到设点法还是设线法，或是其他方法更优。立体几何中，存在“综合几何法(建系法)”与“向量法”两种解题路线。表 9 显示，大部分学生无论几何体图形特征如何，习惯依赖在第一小问求证就直接采取建系算坐标的固化套路。

Table 9. Examples of students emphasizing pattern-based problem solving
表 9. 学生重模式化解题示例

学生作答示例	说明
	学生能够给出一题多解方法，未对比不同方法优劣
	学生未给出一题多解方法，但对比不同方法优劣
	学生给出一题多解方法，并对比不同方法优劣

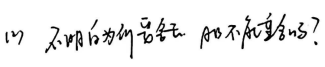
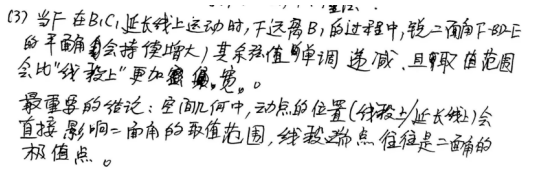
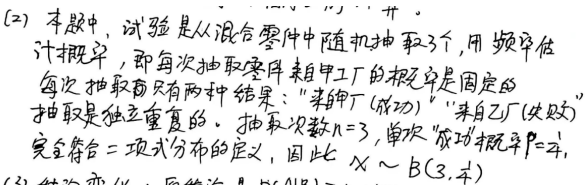
当错误的解法导致计算量增加或是中间步骤算错时，学生普遍缺乏“审视当前策略是否最优”的意识，而是盲目重新演算繁琐过程，或是停止作答。在考场上，反而会丧失最宝贵的时间。在后续要求的“解法比较与反思”作答项中，仅有少数学生指出了建系法对空间位置关系的依赖以及传统几何法在寻找辅助线时的直观优势；绝大多数学生的反思性书写仍停留在因为“建系法简单不易错”或“套公式比较方便”，表现出对机械解题模板的高度依赖。

这样模式化训练使学生形成了强烈的方法路径依赖，忽视了问题解决过程中的“元认知监控”。批判性思维的核心在于“批判与择优”，学生在解题中缺失了“评价”这一环，导致其无法跳出固有的思维定式去评估不同策略的效率与适用边界。

特征三：不同知识模块间的作答差异显著

比较不同知识模块可以发现，解析几何在四个模块中的整体得分率最低，而概率与统计则以较高的整体得分率呈现出相对均衡的表现。究其原因，解析几何将形与数深度融合，要求学生在代数变形(符号运算)与几何直观(图形特征)之间进行。作答文本表明，学生往往因极高的代数运算负荷，导致大脑无暇顾及“几何意义的解释”与“逻辑维度的自我检查”。相比之下，概率与统计试题通常植入具体的真实生活情境，其语言表达更贴近日常逻辑。表 10 显示，学生在该模块不仅能较好地完成概率计算，且在解释实际含义时，表达的通顺度与逻辑严密性均显著高于解析几何。

Table 10. Examples of students’ written processes in different modules
表 10. 学生在不同模块书写过程示例

学生作答示例	说明
	学生在解析几何 未能正确舍解作答
	学生在立体几何优秀作答
	学生在概率与统计优秀作答

认知负荷理论解释了这一差异：解析几何的高强度代数推导占用了绝大部分工作记忆空间，克制了高阶批判性思维(评价、解释)的产生与运用；加上学生在应试极短的时间下，难以进行一题多解或不同方法的比较处理。而概率统计情境赋予了思维具体的语义依托，降低了抽象表述的门槛，更容易激活学生的批判性反思与表达能力。

4. 讨论与教学建议

本研究也存在其局限性：由于采用横断调查设计，所得结论更多反映变量间的相关关系，而学生本

身认知发展水平、学习动机或先前知识基础等未测量的第三变量可能影响测试表现，在因果推断上存在一定限制。为此，结合认知负荷理论与学习动机理论，针对高中数学教学提出以下针对性建议：

(一) 注重强化“说理与解释”训练，破除书面表达瓶颈：针对学生在“解释”维度得分最低且标准差较大的现状，从认知负荷理论来看，学生可能因工作记忆容量超载而难以组织数学语言。教师在日常教学中不应仅停留在算出正确答案，应增设“解题思路口述”与“规范证明过程撰写”环节，引导学生用准确的数学语言阐述解题依据。要求学生展示问题解决的过程，解释、说明解题方法和答案的合理性，这样会为学生提供对自身数学思维活动过程和结果的反思机会，有助于培养学生的数学推理能力和良好的数学思维品质[12]。

(二) 创设开放与批判性课堂氛围，提升“寻找真相”思维动力：针对该维度学生得分较低的情况，从学习动机理论出发，内部动机与自我效能感是驱动深度探究的关键。教师在教学中应积极地将“解题”训练升级为“思维训练”，注重引导学生对解题过程进行反思，课堂上进行培养批判性思维的教学，可以引起学生的兴趣，辨别真伪，寻找反例，猜想反驳的教学活动，很容易使学生投入，不失为激发学生学习数学热情的一个有效手段[13]。因此，数学课程必须要有利于培养学生清晰的思维能力和分析问题、解决问题的方法以及对未来的预测能力，依托“寻找真相”的驱动作用，使学生的创新意识与应用意识得到强化[14]。总结解题过程的经验与教训，反思解题过程的成败得失及其原因[15]，使问题解决真正成为思维品质发展的载体。教学设计中应减少单一的标准答案灌输，增加“一题多解”、“错因分析”与“质疑反思”活动，鼓励学生敢于对已有解法提出质疑，增强数学探究自信。

(三) 借助可视化工具(如 GeoGebra)强化“分析性与系统性”：教师应立足对话路径与互动特征，重构课堂话语结构，优化互动策略。充分发挥课堂言语互动促进学生批判性思维等高层次思维培养的功能[2]，从而有助于培养学生的批判性思维。例如充分利用 GeoGebra、人工智能交互式现代数学教学软件，将抽象的代数与几何关系直观呈现，帮助学生在动态变化中捕捉不变规律。训练系统思考与分析能力，更在潜移默化中实现了从“解题技巧”到“思维品质”的跃升，让数学问题解决能力与批判性思维在深层认知中融为一体、协同生长。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[2] 孙学敏, 唐海军, 赵文君, 等. 面向批判性思维培养的初中数学课堂对话可视化路径研究[J]. 数学教育学报, 2025, 34(5): 22-31.

[3] 刘其知. 数学批判性思维与试误教学的探索[D]: [硕士学位论文]. 石家庄: 河北师范大学, 2007.

[4] Dela Cruz, N.R.C. and Punay, R.A. (2026) A Correlational Study on Critical Thinking Skills and Math Problem-Solving Performance among Grade 11 Students of Talavera Senior High School. *International Journal of Advanced Multidisciplinary Studies*, **6**, 16-30.

[5] Facione, P.A. and Facione, N.C. (1992) The California Critical Thinking Dispositions Inventory (CCTDI): Test Manual. California Academic Press.

[6] 于斌斌, 于良芝. 面向 LIS 研究与实践的批判思维倾向量表: 对 CTDI-CV 进行简化的可行性检验[J]. 图书与情报, 2020(4): 21-27.

[7] Likert, R. (1932) A Technique for the Measurement of Attitudes. *Archives of Psychology*, **22**, 5-55.

[8] Facione, P.A. (1990) Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction. Executive Summary. The Delphi Report. California Academic Press.

[9] Ilyas, H. (2015) Critical Thinking: Its Representation in Indonesian ELT Textbooks and Education. Ph.D. Thesis, University of York.

[10] Facione, P.A. and Facione, N.C. (1994) Holistic Critical Thinking Scoring Rubric. California Academic Press.

[11] 埃维森, 格根. 统计学[M]. 吴喜之, 程博, 柳林旭, 全莉萍, 钟文瑄, 熊怀羽, 译. 北京: 高等教育出版社, 2000.

[12] 张文宇, 张守波. 海峡两岸小学数学教材分数内容例题的比较研究[J]. 数学教育学报, 2015, 24(3): 68-72.
[13] 孙联荣. 数学教育中培养批判性思维的探讨[J]. 数学教育学报, 1995(4): 16-20.
[14] 朱德全, 魏林. 基础教育数学创新大课程的广延性与整合性[J]. 数学教育学报, 2001(2): 1-5.
[15] 涂荣豹. 数学解题学习中的元认知[J]. 数学教育学报, 2002, 11(4): 6-11.

附　录

附录 1. 《高中生数学批判性思维倾向预测试量表》

《高中生数学批判性思维倾向预测试量表》						
题号	题目	非常符合	符合	不确定	不符合	非常不符合
1	在数学学习中，当我的想法和其他大多数同学的想法不一样时，我会直接赞同他们的想法。					
2	对于一个数学问题，如果我的答案与参考答案不一样时，我会直接以参考答案为准。					
3	当我看到一个数学问题复杂难懂时，我便放弃解决。					
4	当别人的答案与我不一样时，我会客观反思并寻求该数学问题的结果真相。					
5	我会从多个角度去思考数学问题，而不仅为了得到答案。					
6	我在处理数学难题时，我会对概念、定义等最根本的内容进行思考，从而找到解决问题的突破口。					
7	我发现自己常去思考别人解决数学问题的方法。					
8	我总会先分析数学问题的重点所在，然后再解答它。					
9	遇到数学难题时，我会策划出一套系统的解题步骤去解决					
10	解答复杂的数学问题时，我相信能够解决。					
11	我认为自己拥有良好的数学思维能力。					
12	不需要思考而全凭记忆作答的数学测验比较适合我。					
13	在面对数学问题时，因为我能作出客观的分析，所以我的同学会找我询问数学思路。					
14	在数学学习中，我敢于表达出富有创新性和独特性的见解。					
15	在研究数学问题时，我常常会追寻问题的本质与来龙去脉。					
16	我渴望知道更多的数学知识。					
17	面对数学错题的时候，我很想知道自己错在哪里，解题的正确思路是什么，从而了解自己哪一部分的知识点较为薄弱。					
18	所谓事情的真相，就是个人对这件事情的看法。					
19	解决数学难题的最好方法是自己先深入思考，并善于运用多种策略寻求突破。					
20	我相信经过自己逻辑验证和理性分析的数学结论，并愿意根据新的证据调整自己的看法。					
21	思维的开放性意味着在数学探究中，我愿意考虑不同的思路和方法，并运用逻辑与证据来辨别和确立真知。					

附录 2. Ilyas 的批判性思维框架

一级标题	内涵	代码	二级标题	示例
1. Questions of clarification (澄清)	要求学生澄清概念、想法或通过举例使表述更清晰。	C1	解释含义	……是什么意思？ “……”这句话是什么意思？
		C2	解释以澄清	你的基本核心观点是……还是……？ 你能进一步解释一下吗？
		C3	举例说明	请举一个关于……的例子。
2. Questions that probe assumptions (假设)	探究学生的潜意识假设或前提。	As1	提出假设并解释假设	你在做出怎样的假设？ 相反，我们可以做出什么样的假设？ 凯伦做出了怎样的假设？ 为什么会有人做出这个假设？
		As2	估计	你猜测……吗？ 你是否认为大约是……？ 你为什么认为这个假设在这里是成立的？
3. Questions that probe reasons and evidence (理由和证据)	要求学生提供理由和证据，或对现有的理由与证据进行审视。	R1	论证并提供证据	请给出你的答案的理由。 你认为……吗？为什么？ 你这么说有什么理由？ 请提供证据支持你的答案。 根据图片，你认为……吗？
		R2	质疑理由和证据	文本作者提供了什么证据？ 作者给出了哪些理由？ 这些理由足够吗？ 这个证据可以质疑吗？为什么？
4. Questions about viewpoints or perspectives (观点或视角)	要求学生展现个人观点/视角，或理解并呈现他人的视角。	Pe1	从个人角度提问	你似乎是在从___的角度来探讨这个问题。你为什么选择这个视角而不是那个视角呢？
		Pe1	从不同的视角和观点提问	有人(能)从另一种方式来看待这个问题吗？ 对以下观点发表你的看法： 你认为我们应该对……采取什么措施？
5. Question that probe implication, consequences and alternatives (暗示、后果和替代方案)	要求学生推导问题的暗示、后果，或提出替代性的解决方案与观点。	Al1	提供不同的方式或其他选择	……有哪些方法？ 还有其他方法吗？ 有什么替代方案？ 你能提出更好的解决方案吗？
		Al2	探索不同的方式	哪种方式更好？ 探索并比较不同的方式。 将不同的方式进行分类。

续表

6. Questions about question (对问题进行提问)	引导学生对“问题本身”进行讨论、分析或解构(元认知提问)。	Q1	对问题进行质疑	为什么这个问题很重要？ 我们能把这个问题进行拆解吗？ 这个提问清晰吗？我们理解它了吗？ 这个问题容易回答还是很难回答？为什么？ 我们都同意这就是我们要讨论的核心问题吗？
7. Questions about predictions (预测)	要求学生预测未来会发生什么，或推测作者的预测。	Pr1	对后续发展的提问	你认为接下来会发生什么？ 这在未来会产生什么影响？ 作者做出了怎样的预测？
		Pr2	对后果的提问	如果……，未来会有什么深远影响？ 如果我们这样做……会发生什么？
8. Question about agreement and disagreement (赞同和反对)	要求学生表达赞同或反对，并紧跟“为什么/为什么不”来激发批判性思维。	AG1	对个人意见表达赞成或反对	你同意那个观点吗？为什么同意，或者为什么不同意？
		AG2	对群体意见表达赞成或反对	你同意他们(的意见)吗？
9. Questions about summary and conclusion (总结和得出结论)	要求学生对所读到的信息进行总结或得出结论。	S1	总结与归纳	总结文本/故事。 总结你的观点。 用表格/图表总结并比较信息。
		S2	得出结论	你从这个故事中得出什么结论？ 这段文字的结论是什么？

附录 3. 完整评分标准

(1) 第一题评分标准

题目	维度	满分	评分标准	得分
(1)	阐释	5 分	正确说明对称中心的验证方法(2 分)；写出 $f(2+x)+f(2-x)=4$ 或求二阶导(2 分)；得出对称中心为(2, 2) (1 分)	/5
	分析	5 分	正确求导 $f'(x)=3x^2-12x+9$ (2 分)；正确解出极值点 $x=1$ (极大值 4)、$x=3$ (极小值 0) (2 分)；说明图象分析对后续选项的作用(1 分)	/5
(2)	推理	5 分	正确写出根与系数关系(2 分)；正确得到 $a+b+c=6$ 、$ab+ac+bc=9$ 、$abc=t$ (2 分)；得出 $t\in(0,4)$ (1 分)	/5
	评价	5 分	指出 B 选项错误(2 分)；解释判断 C 和 D 使用的方法及理由(2 分)；说出除了该方法，还想到什么其他方法。(1 分)	/5
(3)	解释	5 分	正确说明“三个交点”等价于“方程 $f(x)=t$ 有三个实根”(2 分)；总结一般思路(如数形结合、根与系数关系) (3 分)	/5

(2) 第二题评分标准

题目	维度	满分	评分标准	得分
(1)	阐释	5 分	解释离心率和双曲线形状的关系(2 分)；解释为什么已知离心率和双曲线上一点就能唯一确定双曲线方程？(3 分)	/5
(2)	分析	5 分	改变一个条件得到双曲线方程(2 分)/改变两个条件得到双曲线方程(3 分)；正确写出推导过程(2 分)	/5
	推理	5 分	求得直线方程是否正确(1 分)，概括作答思路(2 分)；正确解出 m (1 分)；并舍解(1 分)	/5
	评价	5 分	说明为什么第二问需要舍去根(3 分)；提出其他方法证明第三题(如用参数方程、极坐标) (2 分)	/5
(3)	解释	5 分	正确预测结论不成立(1 分)；完整写出用其他方法证明第三题的过程(2 分)；多维度对比阐述不同方法的优劣(2 分)。	/5

(3) 第三题评分标准

题目	维度	满分	评分标准	得分
(1)	阐释	5 分	正确推出线面垂直，得到线线垂直(2 分)；解释运用到的方法(1 分)；提出还有其他方法(例如向量法) (2 分)	/5
	分析	5 分	直接写出哪种方法更好(2 分)；给出哪种方法好的理由(3 分)	/5
(2)	推理	5 分	写出(2)计算是否正确(1 分)；阐述如何建系(2 分)；建系理由(2 分)	/5
	评价	5 分	提出其他方法(如等体积法) (2 分)；给出其他方法计算距离的过程(1 分)；比较两种方法的优缺点(2 分)	/5

续表

(3)	解释	3 分	预测取值范围变化(1 分)；正确预测范围变化(1 分)；说明理由(1 分)	/3
		2 分	总结出在本题中得到的最重要的结论(如“几何对象运动时，二面角的变化取决于法向量夹角函数的变化”) (2 分)	/2

(4) 第四题评分标准

题目	维度	满分	评分标准	得分
(1)	阐释	5 分	正确解释这句话的意思，例如混合合格品率是加权平均或用公式给出(2 分)；正确推导出 $3m=n$ 或 $P(M)=\frac{1}{4}$ (3 分)	/5
	分析	5 分	说明假设不影响比例(4 分)；举例证明不同的假设形式无影响的原因，例如比例由合格品率唯一确定(1 分)	/5
(2)	推理	5 分	说明 X 服从二项分布的依据(例如每个零件之间相互独立) (3 分)；指出 $P(M)=\frac{1}{4}$ 固定(2 分)	/5
	评价	5 分	提出用二项分布期望公式来解题(2 分)；比较两种方法的优劣(3 分)	/5
(3)	解释	3 分	正确回答结论(2 分)；说明理由(1 分)	/3
		2 分	总结本道题证明的核心思路，从公式转换等角度(2 分)	/2