Advances in Education 教育进展, 2026, 16(11), 781-788
Published Online November 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.16112443

Hans汉斯

序列性实践助推中华优秀传统文化融入小学数学教学

——以“出入相补”为例

肖新宇

杭州师范大学经亨颐教育学院，浙江 杭州

收稿日期：2026年10月5日；录用日期：2026年11月4日；发布日期：2026年11月12日

摘　要

中华优秀传统文化融入小学数学教学存在内容选择失序、目标定位失焦、学段衔接失联的问题，其共同症候是“碎片化”与“浅表化”。文章将序列性实践界定为以学生认知发展规律与数学知识结构为双重坐标，将传统文化内容重组为螺旋上升教学链条的设计模式，从纵向进阶性与横向融合度两个维度提出六条可观察指标。以“出入相补”原理为例，构建“内容主链－目标分链－问题子链”的整体设计框架与“感知－表象－推理”的学段递进路径，并研制跨学段连续使用的“数学 + 文化”双维评价量表，为传统文化融入的整体化设计与观测提供可操作的范本。

关键词

小学数学，序列性实践，中华优秀传统文化，“出入相补”，学段递进，核心素养

Sequential Practice Promoting the Integration of Excellent Traditional Chinese Culture into Primary School Mathematics Teaching

—A Case Study of the Principle of “Dissection and Compensation”

Xinyu Xiao

Jing Hengyi School of Education, Hangzhou Normal University, Hangzhou Zhejiang

Received: October 5, 2026; accepted: November 4, 2026; published: November 12, 2026

文章引用: 肖新宇. 序列性实践助推中华优秀传统文化融入小学数学教学[J]. 教育进展, 2026, 16(11): 781-788.
DOI: 10.12677/ae.2026.16112443

Abstract

The integration of excellent traditional Chinese culture into primary school mathematics teaching is plagued by disordered content selection, unfocused goal setting, and disconnected progression across school stages. The shared symptoms of these problems are fragmentation and superficiality. This paper defines sequential practice as a design model that reorganizes traditional cultural content into a spirally advancing teaching chain based on the dual coordinates of patterns of students' cognitive development and the structure of mathematical knowledge. Six observable indicators are proposed from the two dimensions of vertical progression and horizontal integration. Taking the principle of "dissection and compensation" as an example, this study constructs an overall design framework of "main content chain - sub-goal chains - sub-question chains", as well as a progressive path across school stages of "perception - representation - reasoning". A two-dimensional evaluation scale of "mathematics + culture" for continuous application across school stages is developed, providing an operable template for the holistic design and observation of cultural integration.

Keywords

Primary School Mathematics, Sequential Practice, Excellent Traditional Chinese Culture, "Dissection and Compensation", Progression across School Stages, Core Competencies

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 问题提出

《义务教育数学课程标准(2022 年版)》(以下简称“新课标”)明确要求将中华优秀传统文化融入数学课程，充分发挥数学文化的育人价值[1]。然而，结合已有研究与教学观察，当前实践面临三重困局。

1.1. 内容选择失序，知识链条断裂

文化素材多从教材“你知道吗”栏目随机拾取，缺乏主线统摄。以“出入相补”为例，第一学段的七巧板拼摆、第二学段的图形运动、第三学段的面积公式推导本可同源，实际教学中却分属三个互不相干的情境，学生在割补平行四边形时无从唤起早年的拼剪经验，同一思想被切成三段孤立技巧。

1.2. 目标定位失焦，文化价值悬浮

目标表述常停留于“了解刘徽及其贡献”、“感受古代数学成就”，属于可听而不可测的宣示性目标，与几何直观、推理意识等素养目标之间缺少中间环节。结果是史料讲完即忘，文化沦为课堂的开场装饰。

1.3. 学段衔接失联，素养进阶脱嵌

各学段自成闭环，缺少显性的经验接续设计：第一学段的操作经验未被第二学段的图示表征承接，第二学段的等积表象未被第三学段的推理论证调用，文化育人难以形成累积效应。

三重困局的共同症候是“碎片化”与“浅表化”，其化解需要一种跨越课时与学段的整体设计思路。但已有成果或聚焦单一学段的课例开发，或停留于内涵与价值的理论阐述，“同一文化原理在学段间如何连续生长、其成效如何观测”仍缺乏可操作的回答[2]。

本研究属于设计研究的前期探索，重点在于依托理论分析与教材梳理提出设计框架并示例说明。研究价值体现在两个方面：一是将序列性实践的内隐特征外显化为两维度六指标的可观测框架；二是研制了可跨学段沿用的“数学 + 文化”双维评价量表，使文化育人成效有了可捕捉的行为表征。框架的大样本实施与效果检验有待后续研究推进。

2. 序列性实践的内涵界定与观测指标

2.1. 概念辨析

本文所称序列性实践，指以某一数学思想或文化原理为主线，依据学生认知发展规律与数学知识结构双重坐标，跨单元、跨学段组织学习历程的教学设计模式。

它与三个相邻概念构成嵌套关系：“数学史融入”关注单个课时中文化素材的选取与呈现；“单元整体教学”以教材单元为边界进行结构化统整；陈健(2025)提出的“序列性教学”从知识、认知、活动三个序列刻画教学的有序展开，但未特别指向文化主线。序列性实践在此基础上以文化原理为跨学段主线(“这条思想如何在六年中持续生长”)，为单元整体教学提供跨学段坐标，为数学史融入提供结构化落点。该设计模式在课程论上承接泰勒课程编制的基本思路——确定目标、选择与组织学习经验、评价结果——其强调组织学习经验的连续性、顺序性、整合性三大标准[3]，与本文“纵向进阶性 + 横向融合度”的两维指标同构；在学习理论上，克莱门茨与萨拉马的学习轨迹理论指出，一条完整的学习轨迹由数学目标、儿童思维的发展性进阶与配套教学活动三要素构成[4]，与本文“文化主线–学段水平–活动链”的设计逻辑相互印证，与 Jankvist 关注单课或模块层面的史料运用不同，本研究将“融入式”延伸为跨学段的序列设计，并以两维六指标使其可观测。

2.2. 两个维度及其观测指标

序列性实践具有过程性与内隐性，须借助可观察的设计与行为表现加以判断。学习进阶研究指出，任何跨越较长时段的进阶模型都须具备进阶起点、中间水平、进阶终点以及可观察的表现描述[5]。据此，本文将序列性实践的可观测特征归为两个维度、六条指标。六个观测指标的学段划分，借鉴了学习轨迹理论“进阶起点–中间水平–进阶终点”的刻画方式[6]。

1) 纵向进阶性——文化原理在学段间是否形成连续链条。

- 表征递进：操作表征→图示表征→符号与推理表征三级是否齐备且不越级(依据布鲁纳动作、图像、符号三种表征系统的递进关系[7]，并与学习轨迹研究中儿童数学认知“由具体到抽象”的实证路径相互印证)；
- 目标递进：认知与技能、核心素养、文化与情感三类目标是否逐段抬升而非重复(依据教育目标分类学的认知与情感层级) [8]；
- 经验复用：后段学习是否显性调用前段积累的活动经验(依据奥苏伯尔关于先前经验作为学习固着点的论断) [9]。

2) 横向融合度——文化内容与数学知识是否内在咬合。

- 结构嵌入：文化原理是否作为“暗线”与教材知识“明线”交织，而非附加环节(对应数学史运用方式由附加式向重构式的深化)；
- 思想贯通：文化素材是否指向数学思想本质(转化、守恒、模型)，而非仅提供史实背景；
- 情感生成：学生表现是否从“知道文化事实”进阶到“运用文化中的思想方法”乃至“形成文化认同”。

由此形成“知道文化事实–理解数学方法–运用数学思想–形成文化认同”的四层进阶，前两层主要由目标递进指标在各学段落实，后两层在第四部分转化为评价量表的文化认知与文化认同两个维度，

成为观测文化育人成效的行为落点。

2.3. 三个学段的差异化要求

数学史与数学教育(HPM)研究中的“历史相似性”启发我们，个体的数学学习在一定程度上重演人类数学思想由具体到抽象的演进历程[10]。Jankvist 将数学史运用的理由分为“作为工具”与“作为目标”两类，将其方式分为附加式、融入式与重构式三类[5]，本文的序列性实践即属“以史为工具、以文化为目标”的融入式设计：低段以拼剪唤起操作经验，中段以刘徽注承接方法本质，高段以中西对照生成文化认同；民族数学研究亦表明，数学教学应联结学生所处的文化经验[11]。《九章算术》方田章中面积诸术由方田、圭田到邪田、箕田的展开，正呈现出由简入繁、逐级迭代的算法化序列。这一历史逻辑与小学生由具体运算向形式运算过渡的认知发展序列大体同构，为跨学段设计提供了双重依据。同时，情感与价值观的形成需经历“感知–认同–内化”的长期序列，绝非一节课所能完成，这也决定了文化育人必须依托序列性的设计(表 1)。

Table 1. Differentiated requirements of the two dimensions of sequential practice across three school stages
表 1. 序列性实践两个维度在三个学段的差异化要求

维度	观测指标	低段(1~2 年级)	中段(3~4 年级)	高段(5~6 年级)
纵向进阶性	表征递进	实物操作为主，允许无度量的直观比较	半具象媒介(方格纸、图示)，初步脱离实物	符号与逻辑推理，能脱离具体图形谈关系
纵向进阶性	目标递进	感知“形变而积不变”，获得趣味体验	理解“以盈补虚”方法，知道历史背景	推导公式并迁移，领悟思想价值
纵向进阶性	经验复用	无须复用，重在积累原初经验	显性回顾低段拼摆经验	显性调用中低段表象，形成方法网络
横向融合度	结构嵌入	融入益智游戏与操作活动	融入面积初步认识与图形运动	融入单元整体教学，贯通公式体系
横向融合度	思想贯通	感性接触守恒思想	建立等积变换心理表象	明确“转化”为通用数学思想
横向融合度	情感生成	玩数学，产生亲近感	认识先贤，产生欣赏	中西对照，形成文化自信

注：低、中、高段的设计定位分别对应评价量表的水平 1~2、2~3、3~4。

3. “出入相补”序列性实践的路径构建

“出入相补”由吴文俊先生概括命名：平面图形被分割成若干块后移至他处，经恰当拼接总面积不变；立体图形亦有相应的体积守恒结论[12]。该原理又称割补原理或等积变换原理，体现了中国古代数学“机械化”、“算法化”的独特传统，天然具备跨学段展开的结构条件。

3.1. 教材纵向梳理与主题确定

Table 2. Vertical distribution of the principle of “Dissection and Compensation” in textbooks (A case study of the Jiangsu Education Press Edition)
表 2. “出入相补”在教材中的纵向分布(以苏教版为例)

学段/册次	相关内容	与“出入相补”的关联	主要表征形式	承担的序列功能
二年级上册	有趣的七巧板	分、合、移、拼中的等积变换	实物操作	积累原初操作经验
三年级下册	面积的初步认识、面积单位	方格度量与不规则图形比较	实务操作→方格图示	建立度量与守恒的联结
四年级下册	平移、旋转和轴对称	图形运动中大小不变	方格图示	提供“变中不变”的运动语言

续表

五年级上册	多边形的面积	割补法推导平行四边形、三角形、梯形面积	图示→符号推理	完成推理论证与公式网络
六年级下册	圆柱与圆锥	体积守恒与等积变形	符号推理	由平面向立体迁移

纵向梳理显示，“出入相补”贯穿小学六年，上承直观操作、下接几何论证，适合作为序列性实践的主线。

3.2. 整体设计：内容主链－目标分链－问题子链

三条序列是逐级细化的递进关系。

3.2.1. 内容主链：以“暗线”贯通“明线”

横向对比不同版本教材，纵向依表 2 脉络组织内容，将“出入相补”作为暗线与知识技能明线交织并行[13]，形成“起点课(感知文化)－生长课(感悟方法)－应用课(迁移拓展)”的内容序列[14]，突破“贴标签”式的文化点缀。

3.2.2. 目标分链：素养导向下的学段抬升

以核心素养为统领，从“知识与技能”、“思维与方法”、“文化与情感”三个维度设置螺旋上升的目标层级，与表 1 的学段差异化要求对应，形成“知道文化事实－理解数学方法－运用数学思想－形成文化认同”的递进关系。

3.2.3. 问题子链：以递进式问题链驱动深度学习

四问依次对接四层进阶，使文化内化有可依循的对话结构：

- 古人是如何解决这个问题的？(启动思维，建立文化连接)
- 这种方法与今天的数学方法有何相通之处，背后的原理是什么？(探究本质，指向模型建构)
- 你能用这种思想解决其他新问题吗？(方法迁移，指向应用创新)
- 这种方法体现了古人怎样的智慧，对你有什么启发？(反思提升，促进文化内化)

3.3. 学段递进：感知－表象－推理的差异化落地

3.3.1. 第一学段：直观拼剪，感知“形变质不变”的守恒观念

以“图形变变变”为主题，教师分发相同规格的纸质正方形，要求学生剪成一个三角形和一个梯形，再拼成平行四边形。学生通过反复尝试、观察与重合对比，发现“形状变了，纸的大小没变”。结合二年级上册“有趣的七巧板”，在“分、合、移、拼”的动态操作中丰富等积变换的感性认识[15]。

教学支架：统一规格纸片(保证可重合比对)、记录用对比板。

【设计意图】在尚未引入面积公式与度量的低段，以身体动作建立守恒表象，为中高段推理埋下种子。此阶段不要求任何文化知识的记忆，对应量表期望水平 1~2。

3.3.2. 第二学段：方格度量，建构“以盈补虚”的等积表象

借助三年级下册“面积的初步认识”，在方格纸上比较阶梯形与长方形的大小。学生遇到“半格”计数困难时，教师追问：“能不能不数半格，把阶梯图形变成我们会算的长方形？”学生通过画图、剪贴，将右侧突出的“盈”平移填补到左侧凹陷的“虚”处，恰好拼成完整长方形。顺势引入刘徽“以盈补虚”之说——“盈”为多余，“虚”为不足——使原理成为可操作、可观察的等积变形。

教学支架：方格纸、可剪贴的阶梯形卡片、“以盈补虚”图示卡。

【设计意图】以“半格困难”制造认知冲突，让割补成为学生自己需要的方法，而非教师给定的技巧；同时，显性回顾低段拼摆经验，落实经验复用指标。对应量表期望水平 2~3。

3.3.3. 第三学段：推导论证，在文化互融中实现意义建构

以五年级上册“多边形的面积”单元整体教学为载体，三节课不是三种技巧的并列，而是同一转化模型的提出、检验与拓展。

a) 种子课“平行四边形的面积”。

学生沿高剪开、平移拼合推导公式，教师引入《九章算术》方田章及刘徽“出入相补、以盈补虚”的注文，让学生体会割补转化思想的历史渊源；继而在方格纸上画出若干同底等高的平行四边形，发现其面积相等，与古希腊几何“同底等高”作演绎推理的路径相对照，初步体会中西数学思维方式的差异，完成由表象向推理的跨越。

b) 生长课“三角形的面积”。

突破“两个全等三角形拼合”的常规做法，仅用一个三角形沿中位线割补、旋转拼成平行四边形，并引入《九章算术》“半广以乘正从”与刘徽“以盈补虚为直田也”的注文，让学生亲历古人的论证过程，检验转化模型的普适性[16]。

c) 应用课“梯形的面积”。

学生自主选用倍拼法、中位线割补法与分割法，教师引入《九章算术》“邪田”、“箕田”的记载，将“出入相”与“等底等高”融会贯通，形成公式网络[17]。

单元结束时向后设置两个接口：一是六年级下册圆柱体积推导时调用“切开－重拼－体积不变”的立体版“出入相补”，完成由平面向立体的迁移；二是以拓展阅读形式呈现刘徽证明勾股定理的“青朱出入图”，告知学生“这幅图的奥秘将在初中揭晓”，为中小衔接留下悬念。

教学支架：方格纸、《九章算术》原文摘录卡、“青朱出入图”拓展阅读卡。

【设计意图】三节课的表征形式依次由图示走向符号推理，与表 1 第三学段要求一致；中西方法对照使文化认同建立在方法比较之上，而非情绪性的赞叹。对应量表期望水平 3~4。

3.4. 研制“数学 + 文化”序列性评价量表

依据“教－学－评”一致性要求，量表沿数学理解与文化育人两线展开，前者包含图形转化、等积说理、迁移应用三个维度，分别指向几何直观、推理意识与应用意识；后者包含文化认知与文化认同两个维度。五个维度与第二部分的四层进阶逐一对应：图形转化为各层进阶的操作基础，文化认知、等积说理、迁移应用、文化认同依次对应“知道文化事实－理解数学方法－运用数学思想－形成文化认同”(见表 3)。

Table 3. Evaluation scale for sequential practice of the principle of “Dissection and Compensation”
表 3. “出入相补”序列性实践评价量表

线索	维度(指向的素养)	评价工具	水平 1	水平 2	水平 3	水平 4
数学理解	图形转化(几何直观)	剪拼操作单、方格纸作业	只能借重合或数方格比较图形大小，面对不规则图形不能想到转化	在纸片、剪刀支持下能将不规则图形剪拼为长方形，并说清“剪－移－拼”的过程	不借助实物剪拼，能在方格纸或示意图上画出割补辅助线完成转化	面对新的图形能自主选择割补路径，并比较不同路径的优劣
数学理解	等积说理(推理意识)	探究记录、课堂交流	不能说明转化前后面积的关系，或认为面积已经改变	能判断面积不变，但理由停留于“拼起来正好”、“看上去一样大”	能指出移出部分与补入部分完全相同，据此说明面积不变	能概括“分割、平移、旋转不改变面积”的一般结论，并用以解释多个面积公式的推导

续表

数学理解	迁移应用(应用意识)	综合任务单、单元测试卷	只能套用公式计算规则图形的面积	在提示下能用割补法解决一个熟悉情境中的不规则图形问题	能独立运用割补法解决组合图形面积问题，并说明思路	能在新情境中主动选用割补法，并对不同解法作出评析
文化育人	文化认知(文化理解)	“你知道吗”阅读单、数学小报	不能说出与《九章算术》、刘徽相关的信息	能说出“出入相补”的名称与出处，但不能解释其含义	能用自己的话解释“出入相补”的含义，并指出它与课堂剪拼活动的联系	能比较“出入相补”与教材公式推导方法的异同，说明古法的价值
文化育人	文化认同(价值认同)	数学小作文、课堂交流	不参与相关话题的讨论	能复述教师提供的评价性说法，但说不出自己的理由	能结合具体活动说明古代数学方法的价值	能表达对中国古代数学成就的认同，并联系现实说明其现代意义

注：① 各维度的水平划分参照 SOLO 分类理论“单点结构–多点结构–关联结构–抽象拓展”的层次结构[18]，文化认同维度另参照情感领域目标分类“接受–反应–价值化–组织”的内化序列；② 量表跨学段连续使用，同一维度期望水平随学段递升：第一学段以水平 1~2 为期望，第二学段 2~3，第三学段 3~4，各水平均以正向可观察行为描述，避免以“未学过”误判为低水平。

为降低量表的使用门槛、使各水平描述更易客观判断，配套编制评分指南，按五个维度逐一给出水平 1~4 的行为示例与判断边界，并附不同学段的典型学生作品案例(如第一学段“剪拼–记录单”作品、第三学段“以盈补虚”说理片段)，供教师统一评分口径。量表经多轮实际使用后的信效度检验，将结合后续实证研究推进。

4. 实践反思与育人启示

4.1. 深度挖掘思想本质

“出入相补”首先是思维方式，引导学生摆脱“记忆模仿”式学习，理解面积公式的生成逻辑；其次是认知工具，帮助学生在头脑中建立“等积变换”的心理图像[19]；最后是文化载体，通过先贤智慧激发求是创新精神与文化自信。由“术”入“道”、由“史”入“魂”，正是数学文化育人价值的实现方式。

4.2. 在创造性转化中激活传统数学思想

“创造性转化”要求将古籍中的文言术语译为学生可理解的现代数学语言，如“广”、“正从”、“邪田”对应“底”、“高”、“梯形”；“创新性发展”要求借助操作活动与现代教育技术还原古代数学家的探究历程，让学生在“剪、拼、移、补”的“做数学”中亲历知识诞生，使传统文化成为数学概念主动生长的内在引擎[20]。

4.3. 在文化互鉴中落实立德树人

序列性实践并不排斥西方数学经典。将“出入相补”的算法化、直观性与古希腊几何的公理化、逻辑性对照教学，学生既能体会“以盈补虚”解决实际问题的实用智慧，又能领略演绎推理的严密逻辑。这种双文化浸润既破除文化偏见，又让学生在跨越时空的数学对话中厚植家国情怀。

5. 结语

中华优秀传统文化融入小学数学教学，不能停留于知识点层面的点缀，而应成为贯穿课程的结构性力量。“出入相补”的序列性实践表明，只有依据学段认知规律与数学知识逻辑进行整体设计，将低段的直观拼剪、中段的方格度量与高段的推导论证联结为“感知–表象–推理”的进阶链条，并以可观测的指标与评价加以支撑，传统文化才能从外在“背景”转化为学生思维发展的内在“引擎”，实现文化传承与核心素养培育的共生共长。

参考文献

[1] 义务教育数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.

[2] 陈健. 小学数学序列性教学的内涵意蕴及实施策略[J]. 教学与管理, 2025(14): 53-57.

[3] (美)泰勒. 课程与教学的基本原理[M]. 北京: 中国轻工业出版社, 2008.

[4] (美)克莱门茨, (美)萨拉马. 儿童早期的数学学习与教育——基于学习路径的研究[M]. 第 3 版. 北京: 教育科学出版社, 2025.

[5] Jankvist, U.T. (2009) A Categorization of the "Whys" and "Hows" of Using History in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, **71**, 235-261. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9174-9

[6] 姚建欣, 郭玉英. 学习进阶: 素养的凝练与范式的演变[J]. 教育科学, 2018, 34(4): 30-35.

[7] Bruner, J.S. (1964) The Course of Cognitive Growth. *American Psychologist*, **19**, 1-15. https://doi.org/10.1037/h0044160

[8] (美)克拉斯沃尔, (美)布卢姆. 教育目标分类学 第 2 分册 情感领域[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1989: 5.

[9] 王惠来. 奥苏伯尔的有意义学习理论对教学的指导意义[J]. 天津师范大学学报(社会科学版), 2011, 31(2): 67-70.

[10] 汪晓勤. HPM: 数学史与数学教育[M]. 北京: 科学出版社, 2017.

[11] 黄仙凤, 黄红倩, 李织兰. 出入相补原理的内涵及其在小学数学教学中的价值[J]. 桂林师范高等专科学校学报, 2022, 36(4): 102-107+112.

[12] 刘仍轩. 基于数学文化的单元统整教学研究——以"多边形的面积"单元为例[J]. 小学数学教育, 2020(Z3): 8-12+16.

[13] 马兰. 整体化有序设计单元教学探讨[J]. 课程·教材·教法, 2012, 32(2): 23-31.

[14] 于骏. "数学史融入"的数学教学探析——以七巧板拼图教学为例[J]. 现代基础教育研究, 2020, 37(1): 188-195.

[15] 江朝清. 给学生"好吃"又有"营养"的数学——《有趣的七巧板》教学片段与思考[J]. 教育视界, 2015(24): 67-68.

[16] 刘树霞, 郑玲玲. 挖知识源流, 助文化互融——以基于数学史的"三角形的面积"教学为例[J]. 教学月刊小学版(数学), 2021(6): 43-46.

[17] 刘仍轩. 深度学习视角下融入数学文化的单元统整研究——以"多边形的面积"教学为例[J]. 小学教学(数学版), 2022(4): 13-17.

[18] 陈明选, 邓喆. 围绕理解的学习评价——基于 SOLO 分类理论的视角[J]. 中国电化教育, 2016(1): 71-78.

[19] 朱秋虹. 从知识序列到模型建构, 让数学学习有序发生——以长度单位推算教学为例[J]. 教育界, 2023(22): 74-76.

[20] 岳增成, 陈梓欣, 林永伟. 中华优秀传统数学文化进课堂: 价值、标准与路径——以"出入相补原理"为例[J]. 小学教学(数学版), 2022(4): 4-7.