Advances in Education 教育进展, 2026, 16(11), 618-628
Published Online November 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2026.16112423

Hans汉斯

“直观－应用－探索”三位一体的线性代数课堂教学模式研究

迟秀娇

山东工商学院数学与信息科学学院(大数据学院)，山东 烟台

收稿日期：2026年10月4日；录用日期：2026年11月3日；发布日期：2026年11月10日

摘　要

当今社会对创新型、应用型人才的需求日益迫切，高等教育课堂教学模式亟需从知识传授向能力培养作出系统性调整。文章以线性代数课程为研究对象，以“直观－应用－探索”三位一体为主线，设计围绕学生全面成长的课堂教学模式，既满足社会对高素质人才的需求，又提升学生的综合素养。针对目前教学中有关抽象概念理解困难、理论脱离实践、学生缺少主动性等问题，研究提出：将几何直观融入概念讲解，借助可视化手段降低认知门槛；将行业典型案例引入教学实践，增强知识的应用性与迁移能力；利用探究式方法促进知识的主动形成，激发创新与合作精神。为了检验所提模式的实际效果，研究开展准实验研究(分实验组与对照组)，通过前后测、问卷和访谈进行观察，并以“特征值与特征向量”为例，给出一节完整“直观－应用－探索”的课程设计，涵盖可视化工具、PageRank实例、探究性问题以及学生成果分析。教学实践已经证明该模式显著提升了教学内容的可理解性与实践性，促进了学生自主学习能力的发展，拓展了知识传授的多样化路径，优化了教学评价过程。这些措施不仅有利于学生牢固地把握线性代数的核心知识与思想方法，还能有效增强其解决复杂实际问题的能力、创新思维及团队协作能力，对学生全面发展具有重要价值。

关键词

学生全面发展，线性代数，课堂教学模式

Research on the “Intuition - Application - Exploration” Trinity Classroom Teaching Model in Linear Algebra

Xiujiao Chi

School of Mathematics and Information Science (School of Data Science), Shandong Technology and Business University, Yantai Shandong

Received: October 4, 2026; accepted: November 3, 2026; published: November 10, 2026

文章引用: 迟秀娇. “直观-应用-探索”三位一体的线性代数课堂教学模式研究[J]. 教育进展, 2026, 16(11): 618-628.
DOI: 10.12677/ae.2026.16112423

Abstract

Society today has an increasingly urgent need for innovative and application-oriented talent, and higher education classroom teaching models urgently need a systematic shift from knowledge transmission to competency development. This paper takes the linear algebra course as its subject of study and adopts the "intuition - application - exploration" approach as a three-pronged framework to design a classroom teaching model centered on students' comprehensive development, thereby meeting society's demand for high-caliber talent while simultaneously enhancing students' overall competence. Addressing current challenges in teaching, such as difficulties in understanding abstract concepts, a disconnect between theory and practice, and a lack of student initiative, this paper proposes integrating geometric intuition into conceptual explanations and utilizing visualization techniques to lower the cognitive barrier. By incorporating typical industry case studies into teaching practice, the model enhances the applicability of knowledge and students' ability to transfer it. Furthermore, inquiry-based methods are employed to promote active knowledge construction and foster a spirit of innovation and collaboration. To further verify the effectiveness of the model, a quasi-experimental study is designed and implemented, with an experimental group and a control group, and data are collected through pre- and post-tests, questionnaires, and interviews. Meanwhile, taking "eigenvalues and eigenvectors" as an example, a complete teaching design under the "intuition - application - exploration" framework is presented, including visualization tools, the PageRank example, inquiry questions, and analysis of student outputs. Teaching practice has demonstrated that this model significantly enhances the comprehensibility and practicality of the course content, fosters the development of students' independent learning abilities, expands the diversity of knowledge transmission pathways, and optimizes the teaching evaluation process. These measures not only help students firmly grasp the core knowledge and methodological approaches of linear algebra, but also effectively enhance their ability to solve complex real-world problems, their innovative thinking, and their teamwork skills, thereby holding significant value for students' all-round development.

Keywords

Comprehensive Development of Students, Linear Algebra, Classroom Teaching Model

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

1.1. 研究背景

新一轮科技革命与产业变革加速推进，高等教育在人才培养上正面临机遇与挑战并存的局面。单纯依靠知识灌输的传统教学方式已难以满足社会对创新型、应用型人才的现实需要。因此，教学改革应着力促进知识、能力、素质三者的协调发展，这也是高等教育亟需解决的重点问题[1]。线性代数作为描述多维空间与复杂关系的基础语言，它所包含的概念及方法属于高素质人才知识体系中不可缺少的部分。然而，传统线性代数教学长期以来受困于“三重三轻”问题，即重演算技巧轻几何直观、重理论知识轻实际应用、重教师讲授轻学生探索，由此造成学生“知其然不知其所以然”，所学知识不能有效用于技术或研究中。上述教学模式与当下“新工科”建设背景下对复合型、跨学科人才的要求之间有较大落差[2]。若要改变现状、实现教学与社会需求的对接，线性代数课程改革必须着力于理论、实践与创新三者

的结合。基于此，本文提出“直观－应用－探索”三位一体的课堂教学模式，将几何直观当作理解的辅助手段，将实际应用视为知识迁移的契机，将探究活动看作激发潜能的方式，从而提升学生的综合素养与核心竞争力，为线性代数课程教学改革提供一条可行路径。

1.2. 问题陈述

线性代数课程本身对于训练学生的抽象思考、空间构造及逻辑推理能力有特殊价值，但目前所采用的教学方式与学生整体素质、创新素养发展的现实需要仍有较大差距。具体表现为以下三方面的矛盾：1) 教学内容同直观认知的分离。当前教学过于重视抽象理论的逻辑展开以及符号计算，将概念的完整性当作优先事项，而没有将线性代数与几何直观作适当结合。向量、线性变换、特征值等内容一般按“定义－定理－证明”思路用代数来定义，缺少几何上清楚的对应解释，结果是学生难有直接体会，落入“只会计算、不懂内涵”之境，所学知识的实质与迁移价值亦受很大限制。2) 教学安排与探究学习的契合度不足。传统课堂多以统一方法进行讲解，既不设分层教学目标，又不引入探究类活动。学生长时间被动地接收信息，缺少主动观察、思考、试验的实践契机。这样无视个体差异、不鼓励自主探索的做法，不仅限制了学生的个性化发展空间，更难以培养其创新思维与独立探究能力。3) 评价标准同应用能力的配合存在缺位。当前，以期末闭卷为主、以公式记忆和计算为重心的评价方式，很少涉及几何理解、现实运用、合作研究诸项素养的形成性考察。所用静态手段难以追踪学生实际的发展阶段，亦无助于其将知识转化为工程或科研成果，因而“学用脱节”现象一直存在。上述矛盾提示我们，线性代数课程要从“重理论轻直观、重讲授轻探究、重考试轻应用”的旧模式出发，着手以几何直观为起点、应用为线索、探究为动力的教学改革。

1.3. 研究目标

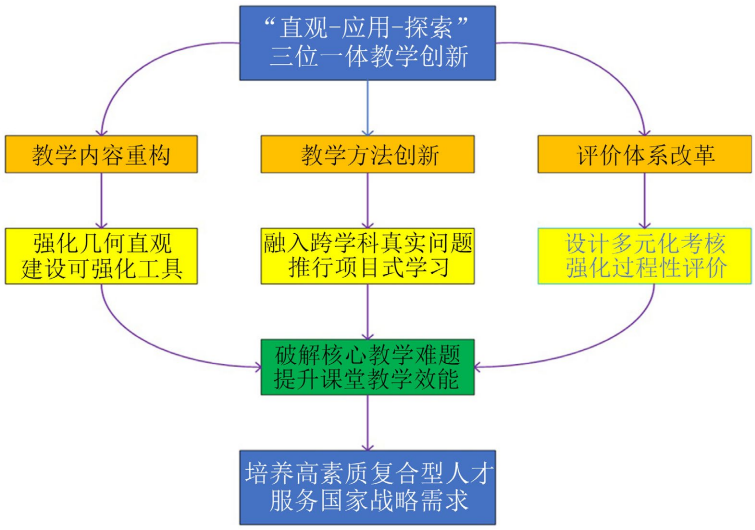


Figure 1. Research technical roadmap
图 1. 研究技术路线图

本文以学生综合能力及创新素养为着眼点，提出要运用“直观－应用－探索”三位一体思路来改革线性代数课堂教学，借此走出传统教学所遭遇的困境，使人才培养达到较高水平。研究围绕四个基本维度做系统分析(图 1)：1) 直观引导的内容重构。将几何直观作为切入点，利用图形、空间意义对向量、变换、特征值诸项内容加以解释，确立“几何一代数”类的双向对应关系。将图像处理、计算机图形、工

程力学中有关直观的实例带入教学，促进抽象概念的形象化理解与本体性认识，为知识的迁移与运用做好认知准备。2) 应用导向的教学创新。以实际应用为载体，将问题当作学习起点，让线性代数知识同统计分析、工程计算或经济模型这类实际情境充分结合。借助案例、项目等形式组织教学，鼓励学生思考实际问题、提炼数学结构、运用多学科知识并开展合作。3) 探究型方法的融合。按探究思路组织教学，将启发法、探究法及小组合作均纳入教学设计，促使学生以主动方式获得知识、完成认知建构。通过适当设置开放题、安排探究任务或给予个别辅导，来发展创新意识、独立工作能力与自我学习习惯。4) 能力为重的评价革新。建立多元评价体系，使直观掌握、应用成果及探究过程诸项能力同时成为评价要素，过程性判断和结论性判断相互补充。以形成性评价为基础来观察学生的发展变化，用科学方法分析其进步状况，为教学做合理规划。通过实现上述目标，本研究期望为线性代数课堂教学模式的创新与优化提供有益参考，从而更好地服务于学生综合素养的提升与创新能力的培养。

2. 文献综述

2.1. 理论基础

“直观–应用–探索”三位一体教学模式不等于三种方法的简单拼接，而是根据建构主义、情境学习、认知负荷及多元表征、探究学习诸项理论来设计“认知–情境–动力”三重机制。按建构主义观点看，知识是学习者依其既有认知而主动构造的东西，教师要利用情境、支架和反思予以引导[3]。由此可说明为何“直观”同“探索”必须结合：直观对抽象有定位作用，探究能激发思考而不是被动记忆。情境学习理论把知识当作情境或实践共同体的一部分，将学习视为由实际问题带动的能力成长过程[4]。这是“应用驱动”的理论基础：利用案例或项目将矩阵、特征值这类知识放在情境中便于迁移。认知负荷理论已指出，工作记忆不能处理太多信息，若符号操作太密集则认知负担过重，但几何直觉、动态图示可作减压手段[5]；数学上多种表征的配合又有利于符号、语言、情境三者间的转化[6]。这为“直观引领”提供了认知心理学依据。探究学习、社会建构主义都主张学生以问题为线索去观察、思考、论证、归纳，借社会互动完成思维发展[7] [8]。这是“探索导向”及小组活动的理论支撑。

综合上述理论，本文给出“直观感知–应用建模–探索验证–反思迁移”的四阶闭环，其中直观为认知原点，应用是价值体现，探索有推动作用，反思乃整合手段。四者彼此关联，使“直观–应用–探索”脱离并列口号而转化为具有内在逻辑的教学机制。

2.2. 国内外研究进展

关于线性代数课堂教学模式，国内外已有不少研究成果，尤其是直观教学、应用教学与探究教学等方面的思路已被较为成熟地提出。文献[9]-[12]以可视化工具、数形配合、几何解释或具象方式说明直观教学可使认知更轻松、抽象推理更有效。但其多聚焦单一概念或工具的可视化呈现，较少讨论直观如何与应用、探究形成连续教学链条。文献[13]-[15]建议引入工程、经济乃至计算机类实例或项目作为教学资源，以促进迁移、提高就业能力。所用案例多是“教师讲解–学生练习”方式，案例、直观与探究之间缺少整体设计，对评价改革亦未做同步思考。文献[12] [16]将问题、小组、任务及全过程考核纳入教学设计，促使课堂从“讲授”走向“探究”。但这类做法要求小班教学、教师高度投入及学生主动能力，在大班或起点差异大的环境中未必可行，与直观、应用的结合也非必然。文献[17]提到 MATLAB 和 AI 在计算、演示、个体化学习上的帮助。但目前研究大多只谈技术本身，鲜有将 AI 与“直观–应用–探索”三位一体理念进行系统性整合。总体而言，已有工作分别就直观、应用、探究和技术作了分析，但多为“单维度改革”。直观研究以“看得见”为核心，应用研究以“用得上”为核心，探究研究以“想得深”为核心，三者尚缺统一的整合逻辑与系统设计。

2.3. 研究空白与本研究贡献

虽然有关线性代数课堂教学改革的已有研究已取得一定成果，但“直观－应用－探索”三位一体的系统性整合目前还比较欠缺。现有研究或聚焦于可视化，或着眼于案例教学，或致力于探究式学习，三者往往各自独立，尚未被统一纳入整体设计。个别高校在线性代数改革时只注意计算训练的完善，对几何直觉及创新素质的全面培养有所忽略。文献中所谈的理论大多比较宏观，而“直观－应用－探索”三位一体思路在实际教学环节中尚缺少具体做法、操作步骤和实证支持，因而成果不能轻易用于现实课堂。尤其对于财经类院校的线性代数教学来说，目前相关研究还很薄弱，如何将几何、实际、探究三者有效结合加以运用，尚未有完整、成熟的实践验证。据此出发，本文拟填补上述空白，提出一种“直观－应用－探索”三位一体的线性代数课堂教学方案。所提模式用几何直观作为认知基础、用实际应用促成知识迁移、用探究学习来带动创新思维。本研究的具体贡献在于：第一，围绕“直观感知－应用建模－探索验证－反思迁移”设定四阶段教学流程，明确三者的整合机制；第二，按教学目标、内容、方法、评估诸项做系统思考，给出可行的整体设计；第三，利用准实验及实例加以论证，给出实施依据与样例，使模式具有较好的可迁移性。应当指出的是，即使 AI 所涉的线性代数技术近年有较快速的发展，相关文献大体仍限于技术本身(智能体、推荐、数据)的讨论，鲜有对人工智能同“直观－应用－探索”教学理念作整体性结合的尝试。如何让 AI 促进几何直观的清晰表达、如何借智能手段安排个性化的应用练习或探究、如何用 AI 来辅助判断学生直观与应用能力之发展这类问题，仍有待认真研究。这为本文进一步拓展“直观－应用－探索”教学模式与人工智能技术的深度融合提供了明确方向。

3. “直观－应用－探索”三位一体的线性代数课堂教学需求分析

3.1. 直观引领的线性代数课堂教学需求分析

直观教学是利用几何图形、空间构造或可视化的辅助方法将抽象的数学内容变为较易感知的、具体的形象信息，由此减轻认知负担、促成深度理解的教学思路。文献[9]已指出，直观教学不仅使抽象概念获得某种感性解释，而且对之后的逻辑思考、理论归纳有明显的促进意义。就线性代数本身而言，所涉的代数抽象与几何直观是并存的，有关向量、变换及特征值、特征向量的基本思想都有很明确的几何来源。但传统课堂过于集中于符号计算和定理证明，没有很好地连接“数”与“形”这类要素，因而造成学生“只见树木、不见森林”。财经类院校的学生一般能接受数学对实际用途的说明，而对纯代数的理论论述缺少热情。因此，直观引导的教学方式目前具有迫切的现实需求。一方面要让向量、线性变换、特征方向等以几何形式出现，借以培育几何直觉。另一方面要运用动态程序(GeoGebra 或 MATLAB 之类)把抽象对象具体化，使学生在“看见”数学的过程中理解数学。通过对直观教学需求的深入分析，可以为线性代数教学模式的设计提供认知心理学依据，确保教学内容与学生的认知规律相契合。

3.2. 应用驱动的线性代数课堂教学需求分析

应用驱动教学所提倡的是将线性代数知识同工程现实、经济管理或数据分析一类的实例加以结合，以实际问题为线索说明抽象理论的实际用处。现代科学计算及各类工程技术都以线性代数为核心数学方法，在图像处理、统计建模、网络设计、金融分析诸项任务中均有大量应用。例如，利用奇异值分解对图像作降维处理、用特征向量确定网页在搜索引擎中的权重、以矩阵方式研究投资组合的风险与收益。但目前的线性代数教学多只停留在公式论证和习题练习上，没有很好地对应行业中的具体问题，因此学生“学而不知其用”。若要开展以应用为导向的教学分析，应着重考虑下列几点：第一是按专业特点来安排案例(对财经类学生讲投入产出或主成分分析，对工科生讲由线性方程解决工程问题)；第二是以项目形

式促进学生思考、使用线性代数知识，锻炼由实际背景提炼数学结构的能力；第三是采用计算机语言如Python 完成程序设计，使动手实践得到落实。通过对应用驱动教学需求的分析，可以为线性代数教学模式的设计提供实践导向，确保教学目标与行业应用需求相契合。

3.3. 探索导向的线性代数课堂教学需求分析

探索导向教学就是以问题为起点、以学生为中心，利用自主探究、相互讨论或反思归纳等手段来促进知识主动形成的一种教学策略。线性代数的知识内容本身具有严密的逻辑联系及层次结构，可由向量、线性方程开始，按次序引入矩阵、线性空间乃至线性变换的概念，这种知识发展脉络正好适合于开展探究式学习。探索导向教学不只关心学生学到什么知识，而且重视其思考问题、处理问题时所用的方法及创新意识的发展。文献[10]提到的探究式学习要求数学活动始于实际例子，在观察、假设、论证、归纳各阶段都加以主动尝试，该方法对逻辑推理和创造性的启发是双重的。就线性代数教学而言，探索导向的需求大致可以归入三类：第一是提出开放性问题，促使学生分别考察同一对象的各种数学表示形式；第二是采用小组协作方式，训练沟通、合作及表达各项技能；第三是以小课题形式引导学生运用所学知识做有限范围内的研究，获得数学上发现的满足感。同时，探索导向教学将学习过程纳入评价视野，不只看结果是否正确，也分析思维演进、创新表现的动态特征。因此，从总体上看，探索导向教学既是知识传递的手段，也是促进学生创新、自主学习的可行方式。

3.4. “直观－应用－探索”三者的协同关系与教学整合需求

直观引领、应用驱动以及探索导向是线性代数课堂教学所应把握的三个基本维度，三者彼此关联、逐层推进，共同构成三位一体的需求结构。其一，直观引领规定教学认知的起点，即以几何方式呈现抽象内容来弱化理解难度，使知识的初步掌握与后续迁移形成连贯思考。其二，应用驱动指明知识应实现的价值目标，即利用现实条件下的问题训练思维，使学习者借由“用数学”而较好地理解“学数学”一类的概念。其三，探索导向提供能力成长的动力形式，即让个体自由地思考、协作地研究，由此获得对知识的主动占有，从“学会”过渡到“会学”。三者协同的实际意义在于：直观有助于探索中的观察，应用为探索提供问题来源，而探索又反过来使直观更清晰、使应用更宽广。因此，在进行线性代数教学改革时，应将“直观－应用－探索”三者纳入整体思路，而非把各自部分视为孤立的改革点。通过对三者协同需求的分析，可以为线性代数课堂教学模式的设计提供整体性框架，确保教学目标、教学内容、教学方法与评价机制的内在统一，从而实现教学效果的最大化，为社会培养更多具备数学直观能力、实践应用能力与创新探索能力的高素质人才。

4. “直观－应用－探索”三位一体的线性代数课堂教学的数学建模课堂教学模式构建

4.1. 教学目标设定

在“直观－应用－探索”三位一体的线性代数课堂教学模式中，教学目标的设定应以直观引领、应用驱动与探索导向为基本出发点，做到具体、可测、有方向性。就知识本身来说，学生必须了解线性代数的主要思想及方法(即向量、矩阵、线性方程、特征值或特征向量)，并能结合几何图像思考抽象数学对象的真正含义。在技能层面，教学目标应训练直观判断力、知识转化力与研究新问题的能力，使所学内容适用于图像、数据或工程类实际情境中对线性代数的运用。素养目标也应予以重视，所指的不只是逻辑上严格、合作上主动、思考上创新的状态，而且是学生个人成长及事业成功所依赖的核心素质，“直观－应用－探索”教学正是由此获得其价值意义。通过将知识、技能和素养目标有机结合，教学目标能

够有效契合“直观–应用–探索”三位一体的教学理念，为后续教学内容的设计与实施提供明确指引。

4.2. 教学内容设计

考虑到各专业特点及学生所处的认知阶段，“直观–应用–探索”三位一体的线性代数教学内容应以直观方式展开，以实际案例加以整合，以探究任务进行补充，从而将几何背景、现实案例与探索任务统一起来。例如，对于财经类有关专业，可以将投入产出模型或主成分分析纳入实际应用范畴，借助矩阵、特征值的计算说明线性代数对经济计量、金融分析的实际贡献[2]。而理工科课程应着力于线性变换的几何含义及奇异值分解对图像的适用性，利用典型实例解释如何运用线性方法来完成工程上所遇到的降维、优化问题[10]。此外，教学内容还应适当注意抽象与直观的配合，将向量、变换这类几何对象的可视化作为思考的出发点，借由“数”与“形”两种思路考察线性代数的基本规律，由此启发思维、促进学习中各种能力的形成。通过这种以直观为基础、以应用为载体、以探索为驱动的教学内容设计，不仅能够增强学生的学习兴趣，还能为其创新素养与职业发展奠定坚实基础。

4.3. 教学方法选择

从“直观–应用–探索”角度出发考察三位一体的线性代数课堂教学时，要以学生所见、所用及所思(即直观、应用、探究)三者的发展为着眼点。直观教学法是基本的教学方式，借助 GeoGebra 或 MATLAB 这类可视化工具将向量、变换等抽象内容具体地表现出来，有助于形成几何直觉、减少理解困难[11]。探究式学习提倡由学生自己去发现问题、分析问题，利用诸如“如何用特征值分析网页排序算法”一类的开放性问题激发思考，促使他们做新尝试、获真知，因而有利于发展独立思考和创造能力[6]。就教学形式而论，项目式学习本身亦很可贵，图像处理、数据归纳类项目能引导学生运用知识、学会合作与沟通。多种教学方法的有机结合，不仅能够提高课堂教学效果，还能为学生综合素养的全面发展提供有力支持。

4.4. 教学评价机制建立

为使“直观–应用–探索”三位一体的线性代数课堂教学模式真正有效，就必须设立多种类型的教学评价，将过程性与终结性评价均纳入考虑范围。对于过程性评价而言，要考察学生在学习过程中各项行为的表现(即几何直觉、实际运用、探究性活动的质量)，用即时反馈来促进其对抽象内容的理解及对学习方法的思考。有关终结性的评价是针对知识掌握、技能成长和创新素质的整体判断，宜以考试、项目分析或成果形式(如报告、模型)加以体现。同时，所依赖的评价主体不宜单一，教师可结合学生自述、同学互评来了解情况，从直观理解、迁移能力、探索精神等方面较完整地归纳学习成效。通过这种多维度的评价体系，不仅能够客观衡量“直观–应用–探索”教学模式的实施效果，还能为教学改进提供科学依据，进一步优化课堂教学模式。

5. 教学案例：以“特征值与特征向量”为例

5.1. 案例背景与学情分析

“特征值与特征向量”属于线性代数所讨论的基本概念，也是学生普遍认为抽象、不易掌握的难点。传统教学通常先给出定义，再讲解特征多项式及相关方法与性质，虽能完成计算处理，但学生对几何意义和实际用途往往并不清楚。本文所涉课程面向财经类院校大一学生，他们已掌握矩阵、行列式及线性方程组的运用，对 Python 或 MATLAB 有一定接触，但空间想象能力相对薄弱。因此，本课将“几何直观–行业应用–探究验证”作为主线，设法使学生了解特征向量即“被线性变换保持方向不变的向量”，特征值是“在该方向上的伸缩比例”。

5.2. 教学目标

知识目标：理解特征值与特征向量的定义、几何意义和基本求法；技能目标：能够借助 GeoGebra、MATLAB 或 Python 观察特征向量的方向保持现象，并能用 PageRank 简化模型解释特征向量的应用；素养目标：通过小组探究培养抽象概括、模型建构、协作交流与批判反思能力。

5.3. 教学过程设计

1) 直观导入：教师利用 GeoGebra 展示单位圆在矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ 作用下的像。学生观察到大多数向量方向发生改变，但沿 $(1,1)^T$ 和 $(1,-1)^T$ 方向的向量只发生伸缩，方向不变。教师进一步用动态箭头展示 Ax 与 x 的共线关系，引出特征值与特征向量定义。可视化工具截图说明：左侧为单位向量 x，右侧为 Ax，当 x 滑动到特定方向时，二者共线，界面显示 $\lambda=3$ 或 $\lambda=1$。

2) 应用建模：引入 PageRank 算法作为案例来介绍。以 4 个网页所涉的链接为依据构造转移矩阵，网页重要性的向量要符合对应特征值的条件。教师指出：所用的搜索引擎是靠循环计算矩阵而获得稳定排列的向量。学生运用 Python 求小规模网络的主特征向量，再和直接观察到的排序作一定对照分析。

3) 探索验证：提出要研究的问题：1) 对矩阵来说，出现负特征值是怎样的几何现象？2) 当特征向量不独立时，是否可作基底用？3) PageRank 所称的阻尼系数怎样作用于主特征向量？按小组借助 MATLAB/Python 来改变矩阵参数，记录特征值、特征向量和迭代收敛情况，形成探究报告。

4) 总结反思：每组要说明自己的探究所得，教师随即提出“定义–几何–应用–算法”所指的四重表征，又安排一分钟反思——如何知道某向量是特征向量？特征值对现实有何意义？

5.4. 学生产出分析

有关学生成果的内容有可视化截图、Python 代码、小组调查报告及课堂反思单。从分析结果来看，“方向不变、长度伸缩”对特征向量的说明基本成立，而且所提网页权重同 PageRank 的主特征向量是有关联的。个别学生又问到“若所有网页互相链接，排序是否平均？”“阻尼系数为何使迭代更稳定？”一类的问题，思考较深入。也有学生混淆“特征向量”与“矩阵列向量”，说明后续需加强概念辨析与变式训练。

6. 准实验研究与效果分析

6.1. 研究设计

研究对象为山东工商学院 2025~2026 学年第一学期学习线性代数课程的两个平行班。实验组 53 人，采用“直观–应用–探索”三位一体的教学模式。对照组 51 人，采用传统讲授模式。两班入学数学成绩、专业背景和课时安排基本一致，前测成绩无显著差异($p>0.05$)。教学周期为 12 周，共 48 学时。

6.2. 数据收集工具

1) 前后测：所用的四个维度是概念理解、几何直观、应用建模与计算能力，满分 100 分。

2) 问卷调查：以李克特五点量表为形式，对学习兴趣及有关的直观性、迁移性、探究性、合作性作考察，共列 25 题，Cronbach's $\alpha=0.87$。

3) 深度访谈：从实验组中按成绩高低各选取 6 名学生，围绕可视化手段、实例、探究方法与评价四个方面进行半结构化访谈，了解其看法。

6.3. 研究结果

表 1 显示，实验组后测平均分显著高于对照组($t=3.45, p<0.01$)，尤其在几何直观和应用建模维度

上优势明显。问卷结果显示，实验组在学习兴趣、直观理解、应用迁移和探究能力维度均显著高于对照组($p < 0.05$)。访谈中，学生普遍认为 GeoGebra 动态演示和 PageRank 案例使抽象概念“看得见、用得上”，小组探究增强了表达与协作能力。

Table 1. Comparison of posttest scores between the experimental group and the control group (mean ± standard deviation)
表 1. 实验组与对照组后测成绩比较(均值 ± 标准差)

维度	实验组(n = 53)	对照组(n = 51)	t 值	*p* 值
概念理解	82.4 ± 8.1	78.9 ± 9.3	2.05	<0.05
几何直观	80.7 ± 9.5	71.2 ± 10.8	4.78	<0.01
应用建模	79.8 ± 8.9	70.5 ± 11.2	4.71	<0.01
计算技能	85.1 ± 7.6	83.7 ± 8.2	0.91	>0.05
总分	82.0 ± 7.8	76.1 ± 9.6	3.45	<0.01

6.4. 讨论

有关准实验的结论是：所用模式既不损害计算技能训练，又可使学生较好地掌握几何直观及建模方法、探究思路。其原因在于：可视化降低认知负荷，真实案例增强学习动机，探究任务促进主动建构。但需注意，实验周期较短、样本来自单一院校，研究结论仍需更大范围验证。

7. 研究的局限性与挑战

已有研究虽取得一定进展，但“直观－应用－探索”三位一体的教学模式若要真正用于实际教学，仍存在多方面困难，需予以批判性审视：1) 对教师的备课要求较高。这种模式把数学、可视化、行业实例及探究活动都纳入教学内容，因而备课所需时间远多于常规讲授。缺少配套培训或资源保障时，教师容易倒回“PPT + 讲授”的老方法。2) 大班额不易处理。在超大班额条件下，小组探究、个别辅导与过程性评估难以完全落实，部分学生参与度偏低的现象较为普遍，容易出现“少数学生主导、多数学生旁观”的现象。3) 缺乏差异化引导。学生的基础(数学、编程)与学习动力各不相同，统一的案例或任务未必能兼顾高低两端的需求。如何设计层次化任务、提供适当支架，是后续改进的重点方向。4) 评价信度和技术依赖问题。过程性评价本身有较大主观成分，评分不易达成一致；可视化、编程手段可能因软硬件而受限，教学上不够稳定。5) 实证范围尚有限。本研究只考察财经类院校的情况，样本数及时间长度都有限，其他学科(理工、医学、艺术)的应用尚待验证。

8. 结论与展望

8.1. 研究成果总结

本文以“直观－应用－探索”三位一体的线性代数教学模式为基本思路，综合运用文献研究、调查分析与案例考察等方法，设计一种契合现代教育现实的创新型教学模式。在教学目标上，本文结合直观引导、应用驱动与探索导向三项核心要素，提出兼顾知识、技能与素养的可量化目标体系，使所提教学模式切实体现“直观为基、应用为桥、探索为翼”的教学思想。在教学内容上，本文在系统归纳各专业所需线性代数知识的基础上对内容加以优化，将几何直观与实际应用纳入案例范围，并以“数形结合”为线索组织知识，借此促进学生整体发展与创新能力的形成。在教学方法上，本文采用直观法、探究法与项目法等方式，既激发学生的求知热情，又有利于训练其观察力、知识运用能力与自主学习能力。此外，本文所提出的教学评价涵盖过程性与终结性两方面，能够完整考察学生对直观、应用与探索各维度的掌

握情况，因而具有科学改进的意义。实践表明，学生在解决实际问题的能力、创新思维能力与团队协作能力等方面均有显著提高，并在后续课程学习与学科竞赛中展现出更强的适应性与竞争力。

8.2. 研究的局限性与展望

本研究所取得的成果是有限的，仍有若干局限性要加以修正或突破。就“直观–应用–探索”三位一体教学模式而言，其对教师所用的可视化工具、教学案例与探究方法均有较高要求，而目前关于教师培训及配套资源的讨论仍较为初步，尚未建立完整、系统的资源库。本研究分析基本限于财经类院校开设的线性代数课程，该课程在理工科或其他学科中的适用性尚待论证，未来可将研究对象扩展至多类专业、多种教育层次，开展横向比较。在未来的研究中，若能对直观教学资源作较深开发，便有望借助虚拟现实(VR)、增强现实(AR)等新手段改造线性代数课程，使几何直观的呈现更清晰、具体。同时，应着力构建应用案例库，将实际行业问题纳入其中，以适应各类专业的实际学习需要。按上述思路推进工作，有助于进一步完善以“直观–应用–探索”三位一体为核心的线性代数课堂教学模式，为培养更多具备数学直观能力、实践应用能力与创新探索能力的高素质人才提供理论支持与实践指导。此外，人工智能(如机器学习、深度学习)正快速改变社会形态，线性代数作为其根本数学基础，有必要积极应对新时代的挑战。未来可考虑在“直观–应用–探索”教学中自然融入 AI 基础知识，将线性代数的要点与人工智能算法所依赖的原理结合起来，真正实现“学以致用、用以促学”的教学闭环。

通过以上努力，有望进一步对“直观–应用–探索”三位一体的线性代数教学做较完整的优化思考，并为培养更多具备数学直观能力、实践应用能力、创新探索能力与人工智能素养的高素质复合型人才提供理论支持和实践指导。

基金项目

山东工商学院本科生教学改革项目(116882025129)、山东工商学院博士启动基金(BS202438)。

参考文献

[1] 黄玉杰. 基于应用型高校的数学课程教学改革研究——以线性代数为例[J]. 小说月刊, 2026(6): 110.

[2] 卢琴云, 张海涛. 新工科背景下线性代数课程教学与应用[J]. 办公自动化, 2026, 31(12): 101-103.

[3] 皮亚杰. 发生认识论原理[M]. 北京: 商务印书馆, 1981.

[4] 莱夫·温格. 情景学习: 合法的边缘性参与[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2004.

[5] Sweller, J. (1988) Cognitive Load during Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive Science*, **12**, 257-285. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202_4

[6] Duval, R. (2006) A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, **61**, 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

[7] 维果茨基. 思维与语言[M]. 北京: 北京大学出版社, 2010.

[8] 布鲁纳. 教育过程[M]. 北京: 文化教育出版社, 1982.

[9] 陈吉. 赋能抽象概念: “线性代数”的可视化教学改革实践[J]. 教育教学论坛, 2026(5): 83-86.

[10] 王芳. 基于应用型人才培养理念的线性代数课程教学改革探讨[J]. 中国多媒体与网络教学学报(上旬刊), 2024(2): 62-65.

[11] 房秀芬, 黄廷祝, 蒲和平. 线性代数课程小班化探究式教学模式的实践与思考[J]. 大学数学, 2018, 34(6): 41-44.

[12] 谢丽娟. 基于项目化学习的线性代数教学策略探究[J]. 科教导刊, 2024(29): 63-65.

[13] 郭杰, 李新娜, 郭淑妹. 数形结合融入线性代数课程教学的探索与实践[J]. 河南教育学院学报(自然科学版), 2019, 28(2): 57-60.

[14] 张敏. 基于几何意义的线性代数教学研究[J]. 湘南学院学报, 2016, 37(2): 54-58.

[15] 袁健, 王菊香. 关于线性代数课程中理论和方法具象化的探究[J]. 科技风, 2024(6): 55-57.

[16] 姚姗姗, 叶玲娟, 赵新超, 等. 跨学科视角下线性代数课程应用案例库建设与教学模式改革研究[J]. 才智, 2026(6): 25-28.

[17] 段帛, 岳志伟, 杨阳. 基于 MATLAB 和人工智能的线性代数教学研究[J]. 西部素质教育, 2026, 12(12): 140-143.